МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов
XXII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

22–25 апреля 2025 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

Volume 3. Mathematics

Abstracts
XXII International Conference of students, graduate students
and young scientists

April 22–25, 2025

Национальный исследовательский Томский государственный университет

ТГАСУ

Томский национальный исследовательский медицинский центр Российской академии наук

ТУСУР TUSUR UNIVERSITY Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томский политехнический университет

Томск 2025

УДК 501:004(063)
ББК 72:32.81л0
П27

П27 **Перспективы развития фундаментальных наук** : сборник трудов XXII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск, 22–25 апреля 2025 г.) : в 7 томах. Том 3. Математика / под ред. И.А. Курзиной, Г.А. Вороновой. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2025. – 112 с.

ISBN 978-5-4387-1258-9 (т. 3)
ISBN 978-5-4387-1255-8

Сборник содержит труды участников XXII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук», представленные на секции «Математика».

Предназначен для студентов, аспирантов, молодых ученых и преподавателей, специализирующихся в области математического моделирования и анализа данных, математических методов в физике, химии, биофизике, биологии, экономике, медицине, психологии, математической логики и приложений, вычислительной математики, а также дифференциальных уравнений.

УДК 501:004(063)
ББК 72:32.81л0

ISBN 978-5-4387-1258-9 (т. 3)
ISBN 978-5-4387-1255-8

СОДЕРЖАНИЕ

УДК 536.2

Анализ влияния теплового воздействия при разрушении раковых опухолей в двумерном приближении

Д.В. Акулова
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: akulova@math.tsu.ru

Analysis of the effect of heat exposure during the destruction of cancerous tumors in a two-dimensional approximation

D.V. Akulova
Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: akulova@math.tsu.ru

Abstract. *Based on the Pennes equation, the problem of heat transfer in a closed area is solved in this work, simulating the multilayer structure of the breast with a malignant neoplasm. The numerical method makes it possible to analyze the unsteady temperature distribution during volumetric heating at the outer boundary and identify the key features of thermal processes in various layers of biological tissue. The calculation of temperature fields is carried out taking into account blood flow and metabolic processes, as well as the influence of spatial heating. To assess the degree of thermal destruction of cells, the Arrhenius integral is used, which makes it possible to quantify the accumulation of irreversible damage in tissue based on the temporal dynamics of temperature. The proposed approach contributes to a more detailed understanding of the mechanisms of thermal destruction of tumor cells.*
Key words*: Bio-Heat Transfer, Hyperthermia, Numerical Solution, Pennes Equation, Spatial Heating.*

Введение

Рак молочной железы (РМЖ) представляет собой одну из наиболее распространённых форм злокачественных новообразований, возникающих из эпителиальных клеток протоков и альвеол молочной железы. Несмотря на то, что точные патогенетические механизмы РМЖ остаются не до конца изученными, установлено влияние множества факторов риска, включая наследственные мутации, нарушения репродуктивно-лактационной функции и эндокринно-метаболические расстройства. Заболевание характеризуется высокой вероятностью метастазирования в регионарные и отдалённые лимфатические узлы, а также в такие органы, как лёгкие, печень, кости и головной мозг. На ранних стадиях РМЖ может протекать бессимптомно, что затрудняет своевременную диагностику и повышает риск летального исхода.

Одним из перспективных методов лечения является гипертермия, предполагающая локальное повышение температуры в зоне опухоли для усиления повреждения опухолевых клеток. Тепловое воздействие дополнительно увеличивает кровоток, улучшая снабжение ткани кислородом и повышая эффективность лучевой или химиотерапии. Для реализации гипертермической терапии используются различные способы, в том числе применение электромагнитных волн, лазерного излучения, магнитных наночастиц и ультразвука. Однако важно учитывать потенциальное термическое повреждение здоровых тканей.

В настоящей работе предлагается метод непрерывного нагрева кожной поверхности с дальнейшим расчётом степени разрушения тканей с помощью интеграла Аррениуса, позволяющий более точно контролировать процесс гипертермии и минимизировать побочные эффекты.

Математическая модель

Моделирование переноса тепла в биологических тканях было впервые применено в работе Пеннеса [1]. В данной модели на перенос энергии оказывает влияние поток крови в тканях и объемное тепловыделение, вызванное метаболизмом (рис. 1).

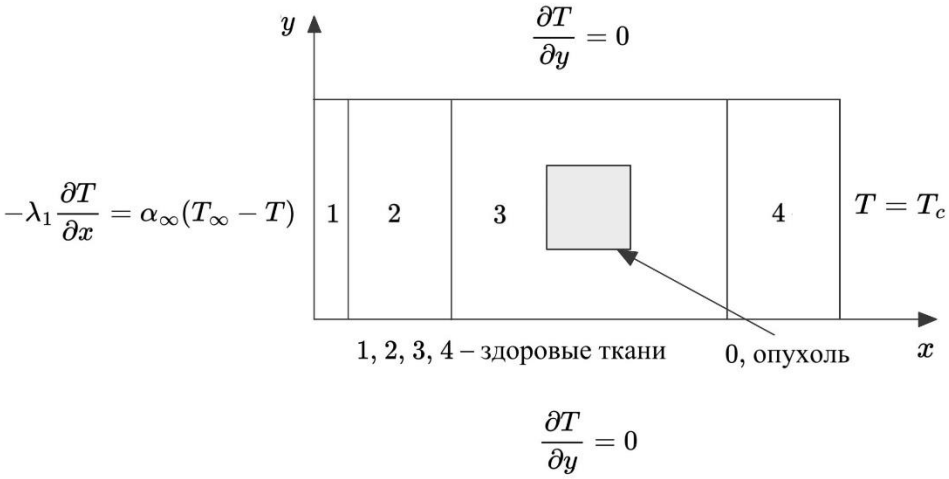


Рис. 1. Область решения задачи

Линейное уравнение биотеплопереноса для тканей является общим уравнением теплопроводности с добавленными членами для источников тепла и выражается в виде:

$$\rho_t c_t \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_t \nabla^2 T + \rho_b c_b \omega_b (T_a - T) + Q_m + Q_r, \quad (1)$$

где ρ (кг/м^3), c (Дж/кг · °C) и ω (с$^{-1}$) представляют плотность, удельную теплоемкость и скорость перфузии крови соответственно. T (°C) – температура ткани. Индексы t и b показывают характеристики тканей и крови соответственно. Q_m (Вт/м^3) представляет собой выработку метаболического тепла внутри организма, а Q_r (Вт/м^3) – это тепловая энергия, получаемая от внешнего источника.

Рассматривается двумерная модель биологической ткани, состоящая из четырех слоев (кожи, жировой, железистой и мышечной тканей) и опухоли, с толщиной L, длиной H и начальной температурой $T_0 = 37$ °C.

Поверхность ткани подвергается воздействию пространственного нагрева Q_r, который экспоненциально уменьшается с расстоянием от поверхности кожи $q_r(x,t) = P_0(t)\mathrm{e}^{-\eta x}$. Такая схема нагрева фактически построена на основе закона Бугера – Бера. Затем пространственный нагрев может быть получен как [2]:

$$Q_r(x,t) = -\frac{\partial q_r}{\partial x} = \eta P_0(t)\mathrm{e}^{-\eta x}, \quad (2)$$

где $P_0(t)$ (Вт/м^2) – зависящая от времени мощность нагрева поверхности кожи, а η (м$^{-1}$) – коэффициент рассеивания. Следует отметить, что объемный член $Q_r(x,t)$ не будет вносить вклад в граничное условие, поскольку в любых участках ткани выполняется $q_r(x^-,t) = q_r(x^+,t)$.

Для оценки повреждения тканей используется модель Аррениуса [3, 4]:

$$\Omega(t) = \int_0^t A e^{-\Delta E/RT(\tau)}\, d\tau, \quad (3)$$

где термическое повреждение $\Omega(t)$ связано с ожидаемой фракцией клеточной выживаемости:

$$\Omega(t) = -\ln \frac{c(t)}{c(0)}, \quad (4)$$

где $A\,(\text{с}^{-1})$ – коэффициент частоты, $\Delta E\,(\text{Дж/моль}^{-1})$ – энергия активации, $T(\tau)$ (°C) – абсолютная температура в зависимости от времени, $c(t)$ – концентрация живых клеток в зависимости от времени, $c(0)$ – начальная концентрация живых клеток.

Согласно рис. 1 тепловой поток в направлении y равен нулю. В направлении x – на поверхности кожи происходит теплообмен с окружающей средой, в центре тела поддерживается постоянная температура тела.

Заключение

В результате проведенных исследований разработана математическая модель гипертермического воздействия на молочную железу, учитывающая пространственный нагрев на внешней границе и позволяющая оценить термическое разрушение злокачественного новообразования. В основе лежит уравнение биотеплопереноса, дополненное критерием необратимых повреждений тканей посредством интеграла Аррениуса. Такой подход обеспечивает не только максимизацию эффективности термического воздействия на опухоль, но и ограничение температурных повреждений здоровых тканей в допустимых пределах. В результате при правильном выборе параметров нагрева можно сформировать оптимальный температурный профиль, разрушающий злокачественные клетки и при этом минимизирующий риск ожогов на поверхности кожи.

Список литературы

1. Pennes H.H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm // J. Appl. Physiol. – 1948. – Vol. 1 (2). – P. 93–122.
2. Deng Z.S., Liu J. Analytical study on bioheat transfer problems with spatial or transient heating on skin surface or inside biological bodies // J Biomech Eng. – 2002. – Vol. 124 (6). – P. 638–649. doi: 10.1115/1.1516810.
3. Arrhenius S. On the rate of the inversion of cane sugar by acids // Zeitschrift f¨ ur Physikalische Chemie. – 1889. – Vol. 4. – P. 226–248.
4. Diller K.R., Pearce J.A. Issues in modeling thermal alterations in tissues // Ann. NY Acad. Sci. – 1999. – Vol. 888, № 1. – P. 153–164.

УДК 536.24

Исследование естественной конвекции в двумерной полости с пористым проницаемым слоем под воздействием различных типов нагрева

М.С. Астанина, Г.А. Шашкин
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: astanina.marina@bk.ru

Study of natural convection in a two-dimensional cavity with a porous permeable layer under the influence of different heating

M.S. Astanina, G.A. Shashkin
Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: astanina.marina@bk.ru

Abstract. *This study investigates heat transfer and fluid flow of a Newtonian medium with a porous layer under the influence of different heating. Two configurations have been considered: a vertical porous layer adjacent to a heated boundary and a horizontal porous layer at the bottom of the cavity. The problem has been analyzed within a square cavity with differentially heated walls, where the left (or bottom) boundary is maintained at constant high temperature* T_c *or a time-dependent high temperature* $T_w(t)$*, while the opposite wall is kept at a constant cold temperature* T_c*. The influence of gravity, permeability of the porous medium, and thermal boundary conditions on convective flow patterns and heat transfer efficiency has been examined. The results provide insight into optimizing thermal management in porous and composite materials, with potential applications in energy systems and material engineering.*
Key words: *heat transfer, natural convection, porous layer, Darcy model, non-uniform heating.*

Введение

Естественная конвекция в пористых средах играет ключевую роль в процессах теплопередачи и массообмена, что делает изучение этой проблемы актуальным вопросом для различных инженерных приложений. В частности, понимание механизмов естественной конвекции необходимо для оптимизации тепловых процессов в пористых материалах, используемых в теплообменниках, изоляционных системах и геотермальной энергетике. При дифференциальном нагреве стенок пористой среды возникают градиенты температуры, приводящие к изменению плотности жидкости и, как следствие, к конвективным потокам. Эти потоки существенно влияют на эффективность теплопередачи и распределение температуры внутри системы. Анализ таких процессов требует учета геометрии пористой среды, свойств жидкости и граничных условий, что делает задачу многопараметрической и сложной для моделирования. Понимание этих механизмов способствует разработке более эффективных теплотехнических систем и материалов.

Постановка задачи

Геометрическая постановка задачи проиллюстрирована на рис. 1. Рассматривается задача естественной конвекции в наклонной квадратной полости, частично заполненной пористым слоем, под воздействием температурного градиента между нагреваемой и охлаждаемой стенками. Полость состоит из ньютоновской жидкости с переменными теплофизическими свойствами и проницаемой изотропной пористой среды, расположенной у нагреваемой границы области. При этом остальные границы полости теплоизолированы.

Рассматривается два типа нагрева стенок: изотермическая горячая стенка и нагрев по синусоидальному закону. Справедливо приближение Буссинеска. Течение ламинарно.

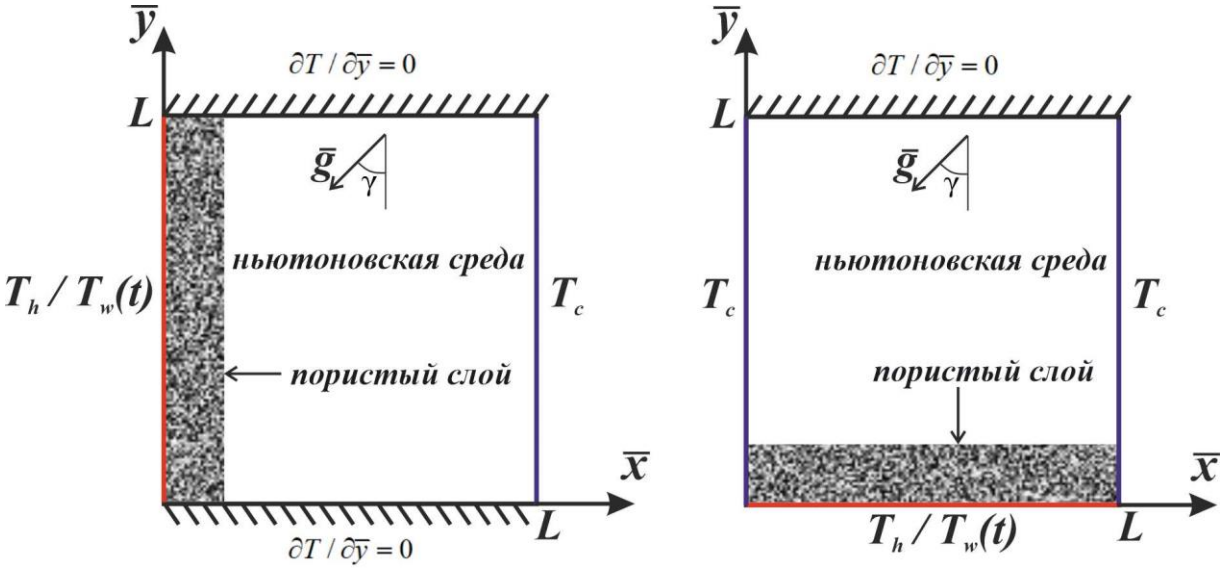


Рис. 1. Схематическая постановка задачи

Для моделирования пористой среды была использована модель Дарси [1]. Определяющие дифференциальные уравнения были записаны и решены методом конечных разностей отдельно для каждой среды (для чистой жидкости и пористого скелета). На границах раздела сред было использовано условие Биверса-Джозефа [1]. В табл. 1 показаны теплофизические свойства используемых материалов.

Таблица 1

Теплофизические характеристики используемых материалов

Характеристика	ρ, кг/м^3	c, Дж/(кг·К)	λ, Вт/(м·К)
Жидкость (вода)	997.1	4179	0.613
Пористая среда (алюминиевая пена)	2700	897	205

Изучаемый процесс может быть описан следующими системами дифференциальных уравнений в безразмерных преобразованных переменных:

- Для части полости с чистой средой:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\omega \tag{1}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}+u\frac{\partial\omega}{\partial x}+v\frac{\partial\omega}{\partial y}=\sqrt{\frac{Pr}{Ra}}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)+\left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos\gamma-\frac{\partial\theta}{\partial y}\sin\gamma\right] \tag{2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{1}{Ra\cdot Pr}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

- Для части полости с пористым слоем (модель Дарси):

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=Da\sqrt{\frac{Ra}{Pr}}\left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos\gamma-\frac{\partial\theta}{\partial y}\sin\gamma\right] \tag{4}$$

$$\eta\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}=\frac{\alpha_{pm}/\alpha_f}{\sqrt{Ra\cdot Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \tag{5}$$

Преобразованные безразмерные переменные имеют следующий вид (функция тока и завихрённость):

$$\left\{\bar{u}=\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}},\ \bar{v}=-\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}};\ \left\{\bar{\omega}=\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}}-\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}.\right.\right.$$

В определяющей системе дифференциальных уравнений (1)–(5) были использованы следующие безразмерные параметры и переменные [2]:

$$Pr=\mu_0/\rho\alpha,\ Da=K/H^2,\ Ra=g\beta_f\Delta TL^3/\upsilon\alpha,\ x=\bar{x}/H,\ y=\bar{y}/H,\ \tau=t\,u_0/H,$$

$$\theta=\left(T-T_0\right)/\Delta T,\ \mu=\bar{\mu}/\mu_0,\ u=\bar{u}/u_0,\ v=\bar{v}/u_0,\ \psi=\bar{\psi}/\left(u_0H\right),\ \omega=\bar{\omega}H/u_0$$

Начальные и граничные условия для случая нагреваемой левой стенки рассматриваются в следующем виде [2]:

$$\tau=0:\quad \psi=\omega=\theta=0\quad \text{на } 0\le x\le 1 \text{ и } 0\le y\le 1$$

$$\tau>0:\quad \psi=0,\ \omega=-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\ \theta=1\quad \text{или } \theta_w=\sin(f\tau) \text{ на } x=0 \text{ и } 0\le y\le 1$$

$$\psi=0,\ \omega=-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\ \theta=0\quad \text{на } x=1 \text{ и } 0\le y\le 1$$

$$\psi=0,\ \omega=-\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2},\ \frac{\partial\theta}{\partial y}=0\quad \text{на } y=0,\ 1 \text{ и } 0<x<1$$

$$\left|\begin{array}{l}\psi_{pm}=\psi_{fl},\ \dfrac{\partial^2\psi_f}{\partial x^2}=\dfrac{K}{\sqrt{Da}}\left(\dfrac{\partial\psi_f}{\partial x}-\dfrac{\partial\psi_{pm}}{\partial x}\right)\\ \left\{\theta_{pm}=\theta_f,\ \dfrac{\lambda_{pm}}{\lambda_f}\dfrac{\partial\theta_{pm}}{\partial x}=\dfrac{\partial\theta_f}{\partial x},\ \omega=\sqrt{\dfrac{Ra\cdot Da^2}{Pr}}\dfrac{\partial\theta}{\partial y}\right.\end{array}\right.\quad \text{на межфазной границе}$$

Дифференциальные уравнения, записанные в переменных «функция тока – завихрённость – температура», решались с использованием метода конечных разностей на равномерной структурированной вычислительной сетке. Для проведения расчётов был разработан программный код на языке C++, обеспечивающий возможность визуализации результатов. Созданная методика численного решения задач конвективного теплообмена прошла тщательную верификацию на ряде модельных течений.

Результаты и заключение

Целью исследования являлся анализ тепловых и гидродинамических процессов внутри полости в зависимости от геометрических и теплофизических свойств пористого слоя. Рассматривается влияние определяющих параметров, таких как проницаемость пористого слоя, вязкость рабочей среды и наклон полости. Полученные результаты могут быть полезны для оптимизации тепловых систем, использующих пористые материалы в различных инженерных приложениях.

Исследование выполнено в рамках реализации проекта Российского научного фонда (соглашение № 24-71-00029).

Список литературы

1. Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. – Springer : New York, 2013. – 778 p.
2. Трифонова Т.А., Шеремет М.А. Численные исследования нестационарных режимов сопряженной естественной конвекции в пористой цилиндрической области (модель Дарси–Буссинеска) // Компьютерные исследования и моделирование. – 2013. – Т. 5, № 2. – С. 179–191.

УДК 537.876; 535.36; 535.44

Enhanced computational techniques for light scattering by hollow ice crystals

A.E. Babinovich[1,2], A.V. Konoshonkin[1,2], V.A. Shishko[2]
Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.V. Konoshonkin[1,2]
[1]Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
[2]Zuev Institute of Atmospheric Optics, Russia, Tomsk, Academica Zueva str., 1, 634055
E-mail: anastasiababinovich@gmail.com

Abstract. *Cirrus clouds significantly affect climate formation and lidar data processing. They mainly consist of non-spherical ice particles, whose optical properties define the overall characteristics of the cloud. This study presents an optimized computational approach for modeling light scattering by hollow hexagonal column ice particles using the physical optics method. The research focuses on the theoretical foundations of the model, optimal selection of computational parameters to minimize processing time, and the interpretation of output data. A special emphasis is placed on the post-processing of large data batches, which is crucial for applications in atmospheric optics. The results of this study contribute to improving the accuracy and efficiency of optical models used in climate studies and remote sensing.*
Key words: *light scattering, physical optics method, atmospheric ice crystals, hollow hexagonal column, cirrus clouds.*

Introduction

Cirrus clouds are among the most common high-altitude clouds, covering approximately 30 % of the Earth's surface at any given time [1]. Their ability to reflect incoming solar radiation while also trapping outgoing infrared radiation makes them a key factor in the global climate system. Due to their complex structures, consisting mainly of non-spherical ice crystals [2], accurately modeling their optical properties remains a challenge. These particles exhibit diverse shapes, including hexagonal plates, columns, bullet rosettes, and aggregates [3]. Among them, hollow hexagonal columns are particularly relevant because they frequently occur in cirrus clouds and influence their optical characteristics.

A precise understanding of light scattering by these ice particles is essential for remote sensing applications, especially for interpreting lidar and radar measurements. Traditional numerical methods, such as the discrete dipole approximation (DDA) [4] and finite-difference time-domain (FDTD) [5] methods, struggle to handle large ice particles due to their computational complexity. This study utilizes the physical optics method, which provides an efficient alternative while maintaining accuracy. The main goal is to refine computational techniques for modeling light scattering, optimizing simulation parameters, and ensuring high-quality data for climate research and atmospheric remote sensing.

Research methods

This research employs the physical optics method to investigate light scattering by hollow hexagonal ice crystals. The method is particularly effective for capturing backscattering effects, which are crucial for lidar-based remote sensing. The study considers various particle parameters, including hexagonal base length, height, and cavity depth. Unlike geometric optics, which is inadequate for small ice particles, or exact numerical techniques that become impractical for larger particles, the physical optics approach strikes a balance between computational efficiency and accuracy.

To optimize computational efficiency, several factors were examined. The number of scattering iterations and particle orientations were systematically varied to determine the optimal balance between accuracy and processing time. The results indicate that beyond 12 iterations, additional computations do not yield significant improvements but instead increase processing

costs. Similarly, using 24,897 particle orientations ensures accurate phase function and polarization characteristics while maintaining a reasonable computational burden.

The study was conducted using high-performance computing resources to manage large-scale simulations. A structured workflow was developed to automate data extraction and processing, facilitating the organization and interpretation of scattering matrices. Additionally, batch-processing techniques were implemented to efficiently handle the extensive dataset generated by the model. These included automated filtering and classification of scattering matrices based on particle size, shape, and orientation. The processing framework also incorporated error-checking mechanisms to ensure data integrity and reliability. The resulting database was designed to be adaptable for different atmospheric conditions and scalable for future enhancements.

Results

The optimized computational approach resulted in significant improvements in processing time and data accuracy. The study demonstrated that reducing unnecessary iterations while maintaining an optimal number of orientations allows for the generation of highly accurate scattering matrices with a 30-fold reduction in computational costs. The resulting database of scattering matrices provides valuable data for climate research, improving the accuracy of remote sensing instruments and supporting atmospheric modeling efforts.

Additionally, comparative analysis with experimental lidar data confirmed the reliability of the model. The optical properties derived from the scattering matrices closely matched real-world observations, further validating the approach. The structured data processing techniques implemented in this study also proved essential for handling large datasets. The developed automation scripts enabled efficient data extraction and organization, significantly streamlining post-processing tasks. The final dataset provides a comprehensive set of light scattering matrices for hollow ice particles of different sizes and orientations, supporting applications in satellite calibration, lidar-based atmospheric studies, and climate modeling.

The improvements in computational performance also facilitate real-time data analysis in operational remote sensing applications. By integrating these optimized scattering models into existing atmospheric monitoring systems, it becomes possible to enhance the detection and classification of cirrus clouds. This can significantly improve the accuracy of weather forecasting and climate prediction models, leading to better assessments of global radiation budgets and atmospheric energy distribution.

Conclusion

This research introduces an improved computational methodology for simulating light scattering by hollow hexagonal ice crystals. By refining simulation parameters, the study significantly reduces processing time without compromising accuracy. The findings contribute to a more efficient approach for analyzing the optical properties of cirrus clouds, enhancing the accuracy of climate models and remote sensing applications.

Furthermore, the results open new possibilities for real-time atmospheric monitoring. The structured processing framework developed in this work enables efficient integration into operational remote sensing platforms. Future research will expand this methodology to additional ice crystal morphologies and investigate spectral variations to further refine atmospheric radiative transfer models. The study's advancements in computational techniques will continue to support atmospheric optics research and improve our understanding of cloud microphysics.

As computational power continues to advance, further refinements to the physical optics method will allow for even greater accuracy in atmospheric modeling. Integrating artificial intelligence and machine learning into the processing workflow could enhance the efficiency of data analysis, enabling faster and more precise predictions of cloud properties. These improvements will contribute to a deeper understanding of atmospheric dynamics and the role of ice clouds in

climate regulation, ultimately benefiting both scientific research and practical meteorological applications.

References

1. Borovikov A.M., Gaivoronskiy II., et al. Physics of Clouds / Ed. by A.Kh. Khrgian. – Hydrometeorological Publishers, Leningrad, 1961. – [in Russian].

2. Takano Y., Liou K.N. Solar radiative transfer in cirrus clouds. Part I. Single scattering and optical properties of hexagonal ice crystals // Atmos J. Sci. – 1989. – Vol. 46 (1). – P. 3–19.

3. Tkachev I.V., Timofeev D.N., Kustova N.V., Konoshonkin A.V. Databank of Mueller matrices on atmospheric ice crystals of 10–100 mm for interpretation of ground-based and space-borne lidar data / Opt. Atmos. Okeana. – 2021. – Vol. 34 (3). – P. 199–206. https://doi.org/10.15372/AOO20210306

4. Zubko E., Kimura H., Shkuratov Y., Muinonen K., Yamamoto T., Okamoto H., Videen G. Effect of absorption on light scattering by agglomerated debris particles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Trans. – 2010. – Vol. 110. – P. 1741–1749. https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2008.12.006

5. Sun W.B., Loeb N.G., Tanev S., Videen G., Finite-difference time-domain solution of light scattering by an infinite dielectric column immersed in an absorbing medium // Appl. Opt. – 2005. – Vol. 44 (10). – P. 1977–1983. https://doi.org/10.1364/AO.44.001977

УДК 681.772; 514

Применение триангуляции для локализации беспилотных летательных аппаратов

А.Е. Бабинович[1,2]
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.В. Коношонкин[1,2]
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН,
Россия, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1, 634055
E-mail: anastasiababionovich@gmail.com

Application of triangulation for localization of unmanned aerial vehicles

A.E. Babinovich[1,2]
Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.V. Konoshonkin[1,2]
[1]Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
[2]Zuev Institute of Atmospheric Optics,Russia, Tomsk, Academica Zueva str., 1, 634055
E-mail: anastasiababinovich@gmail.com

Abstract. *The early detection of small unmanned aerial vehicles (UAVs) using passive methods is a critical challenge in modern surveillance and security applications. Traditional camera-based detection systems require high-resolution imaging, which is often impractical for full-sky observation. This report presents a solution utilizing triangulation algorithms with multiple spatially distributed full-sky cameras to accurately determine UAV positions. A primary issue with single-camera detection is the limited resolution, which often reduces UAVs to a single-pixel spot, making classification and distance estimation impossible. Conventional approaches rely on telescopic lenses, which, while effective for object identification, lack the ability to monitor the entire sky. By employing multiple full-sky cameras and triangulation techniques, the proposed method determines the object's distance, actual size, and velocity, enabling more reliable classification at greater distances. The mathematical model of the system incorporates multi-camera angular observations and baseline distances to derive accurate spatial coordinates of the detected objects. This allows for the estimation of UAV speed and size, significantly improving early warning capabilities. Results indicate that triangulation-based detection substantially increases UAV identification range compared to single-camera setups, making this approach highly effective for real-time UAV surveillance and security applications.*

Key words: *UAV detection, triangulation algorithm, full-sky cameras, object localization, passive surveillance.*

Введение

Современное развитие беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) требует совершенствования методов их обнаружения и определения местоположения. Для обеспечения безопасности объектов критической инфраструктуры, а также в сфере мониторинга воздушного пространства, необходимо создание высокоэффективных систем слежения. Одним из наиболее перспективных направлений является использование оптических систем, включая камеры полного неба. Однако их применение ограничено недостаточным разрешением, что делает сложным идентификацию небольших объектов на больших расстояниях.

В данной работе рассматривается метод определения положения БПЛА на основе триангуляционных алгоритмов и стереоскопического зрения. В отличие от одиночных камер, многокамерные системы позволяют не только фиксировать факт присутствия объекта, но и определять его координаты, размеры и скорость перемещения. Это достигается за счет анализа угловых координат объекта с двух и более точек наблюдения и применения триангуляции.

Разрабатываемый алгоритм способен работать с различными типами камер, включая видимые, инфракрасные и специализированные сенсоры. Он обеспечивает эффективное отслеживание БПЛА даже в условиях низкого контраста и динамично изменяющегося фона. Кроме того, предложенный подход может применяться не только в сфере безопасности, но и в смежных областях, таких как аэрофотосъемка, навигация, астрономические наблюдения и системы виртуальной реальности.

Главная цель исследования – разработка вычислительно эффективного алгоритма для определения положения БПЛА, который сможет обеспечить высокую точность при минимальных вычислительных затратах.

Экспериментальная часть

Принцип работы системы основан на одновременном наблюдении объекта двумя пространственно разнесенным камерами. Для каждой камеры фиксируются угловые координаты объекта, после чего по известному базовому расстоянию между камерами и угловым перемещениям методом триангуляции определяется положения объекта в пространстве.

Алгоритм обработки включает:

- Предварительная фильтрация: устранение шумов и фоновых помех, повышение контрастности.
- Детекция движущихся объектов: сегментация потенциальных БПЛА и отслеживание их перемещений.
- Триангуляционный расчет: вычисление расстояния до объекта, его размеров и абсолютной скорости.
- Классификация объектов: анализ параметров движения для различения БПЛА от других летающих объектов (птиц, самолетов и др.).

Схема применения триангуляционного алгоритма представлена на рис. 1.

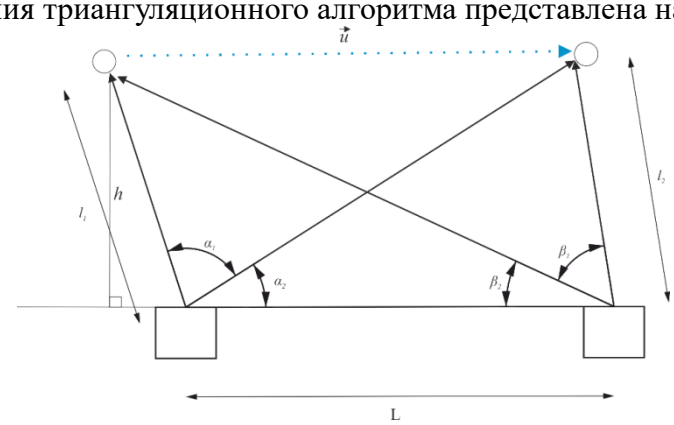


Рис. 1. Схема определения скорости и положения движущегося объекта

С помощью метода триангуляции вычисляется расстояние l_1 и h до наблюдаемого объекта, с помощью углового размера и расстояния определяется истинный размер объекта, и с помощью углового перемещения определяется его абсолютная скорость.

Перед непосредственным определением расположения объекта и других его характеристик необходимо произвести его детекцию, а также последующий трекинг. Для этого используются алгоритмы машинного зрения в реальном времени. Поступающий видеопоток с камеры высокого разрешения фильтруется и очищается от шумов. Далее, используется детекция по характерным точкам, определяются положения объекта и его центр, который используется для последующего отслеживания. Для тестирования алгоритма были использованы видеоролики из сети Интернет с различными летящими объектами на небесном фоне: птицы, самолеты.

После детекции объекта определяются соответствующие углы и с помощью простых математических вычислений определяются необходимые параметры. По полученным характеристикам определяется тип объекта.

Результаты

В ходе работы был разработан алгоритм слежения за потенциальными беспилотными летательными аппаратами и другими летящими объектами. Алгоритм позволяет в реальном времени:

- Выявлять движущиеся объекты в поле зрения двух разнесенных камер.
- Определять их положение с помощью триангуляции, вычисляя расстояние до объекта.
- Оценивать размер обнаруженного объекта, что критично для его классификации.
- Рассчитывать скорость движения, что помогает отличить БПЛА от птиц или других природных явлений.

Основное преимущество предложенного метода заключается в его простоте и доступности. В отличие от сложных и дорогостоящих радиолокационных или нейросетевых систем распознавания, данный алгоритм не требует специализированного оборудования – он может быть реализован на стандартных камерах, работающих в видимом или инфракрасном диапазоне.

Заключение

В данной работе был предложен и реализован алгоритм определения положения беспилотных летательных аппаратов с использованием триангуляции и стереоскопического зрения. Разработанный метод позволяет определять координаты, размеры и скорость движения летящих объектов, используя лишь две разнесенные камеры. Алгоритм прост в реализации, не требует дорогостоящего оборудования и может быть применен как на камерах видимого света, так и на инфракрасных сенсорах. Применение данного метода возможно в различных сферах, включая: охрану периметров стратегически важных объектов (аэропорты, промышленные предприятия, военные базы), автоматизированный мониторинг воздушного пространства для предотвращения несанкционированных полетов, интеграцию с другими системами безопасности для своевременного реагирования на потенциальные угрозы.

УДК 517.982.272

Исследование образов X, Y при двойственном отображении к линейным гомеоморфизмам Cp(X), Cp(Y)

В.В. Видякин
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. В.Р. Лазарев
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: vasvidik@mail.ru

Investigation of images X, Y under dual map with respect to linear homeomorphisms Cp(X), Cp(Y)

V.V. Vidyakin
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Ph.D. V.R. Lazarev
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: vasvidik@mail.ru

Abstract. *In this paper, examples of linear homeomorphisms of function spaces and their dual mappings are considered. The maximum length of the carriers of the images of points from Y under the dual mapping in $L_p(X)$ is investigated. Examples of spaces X and Y with very distant topological properties are considered and it is established that the mentioned maximum length does not exceed 3. An upper bound for this characteristic is obtained for the composition of linear homeomorphisms.*

Key words: *spaces of continuous functions, pointwise convergence topology, dual map*

Введение

Изучение поведения двойственного отображения при некотором линейном гомеоморфизме пространств $C_p(X)$ и $C_p(Y)$ позволяет увидеть взаимосвязи свойств пространств X и Y, не имея полной картины о структуре этих пространств. В данном исследовании рассматриваются примеры пространств счетной мощности, топологические свойства которых, такие как локальная компактность, вес, метризуемость, наличие счетной базы и другие, не совпадают, но при этом эти пространства являются l-эквивалентными. Для этих пространств находится длина носителя при заданных линейных гомеоморфизмах между пространствами функций и изучаются некоторые общие свойства длины носителя.

Экспериментальная часть

Далее используются стандартные обозначения из [1], то есть пространством $C_p(X)$ называется пространство непрерывных функций на X с топологией поточечной сходимости; пространство $C_p\left(C_p(X)\right)$ обозначаем просто $C_pC_p(X)$; пространства X и Y называем l-эквивалентными, если пространства $C_p(X)$ и $C_p(Y)$ линейно гомеоморфны; очевидно, из гомеоморфности пространств X и Y следует их l-эквивалентность. В нашем исследовании являются ключевыми следующие понятия:

Определение. ([1], стр.19) Пусть $T: X \to Y$. Двойственное к T отображение $T^{\#}: \mathbb{R}^Y \to \mathbb{R}^X$ определяется следующим образом: если $\varphi \in \mathbb{R}^Y$, то $T^{\#}: (\varphi)(x) = \varphi\big(T(x)\big)$, для всех $x \in X$, то есть $T^{\#}(\varphi) = \varphi \circ T$.

Кроме того, известно, что $T^{\#}$ непрерывно ([1], 0.4.6). Пространство линейных непрерывных функционалов $L_p(X) = \{(\lambda_1 x_1 + \ldots + \lambda_n x_n)(f) \mid \mathrm{x}_1, \ldots, x_n \in \mathrm{X},\ \ \lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R},\ f \in C_p(X),\ \mathrm{n} \in \mathbb{N}\}$ алгебраически порождено множеством X в линейном пространстве $C_pC_p(X)$. Было доказано ([1], 0.5.9), что $X \subset L_p(X) \subset C_pC_p(X)$ замкнутым образом.

Определение. Носителем Y в $L_p(X)$ при линейном гомеоморфизме $T: C_p(X) \to C_p(Y)$ назовем множество

$$S = \bigcup_{y \in Y} \{x_k \in X \mid T^{\#}(y) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k,\ \lambda_k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\},$$

где $T^{\#}: \mathrm{L}_p(Y) \to L_p(X)$ - двойственное к T отображение.

Определение. Длиной носителя Y в $L_p(X)$ при линейном гомеоморфизме $\mathrm{T}: \mathrm{C}_p(X) \to C_p(Y)$ назовем

$$lon\left(Y, L_p(X), T\right) = \max \bigcup_{y \in Y} \{\, n \in \mathbb{N} \mid T^{\#}(y) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k,\ \lambda_k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\,\},$$

где $T^{\#}: \mathrm{L}_p(Y) \to L_p(X)$ - двойственное к T отображение.

Очевидно, что если $\mathrm{I}: \mathrm{C}_p(X) \to C_p(Y)$ – тождественное отображение, то $\mathrm{lon}\left(Y, L_p(Y), I\right) = 1$.

Определение. ([2], стр.52, стр.56) Точка x топологического пространства X называется точкой накопления множества $A \subset X$, если $x \in \overline{A \setminus \{x\}}$. Множество точек накопления множества A называется производным множеством множества A и обозначается A^d. Для каждого натурального n множество $A^{(n)}$, n-е производное множество подмножества A топологического пространства X, определяется по индукции формулами

$$A^{(1)} = A^d,\ A^{(n)} = (A^{(n-1)})^d.$$

Высотой пространства X называется число $h(X) = \sup\{n \mid X^{(n)} \neq \emptyset\}$.

Результаты

В [1] приведены примеры l-эквивалентных пространств, существенно различающихся по своим топологическим свойствам (примеры I.1.7, I.1.8). Приведем описания этих примеров, укажем явные формулы линейных гомеоморфизмов пространств функций и покажем, что соответствующие длины носителей lon не превосходят 3. Далее будут использоваться следующие обозначения: $n_0, m_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\} = \mathbb{N}_0,\ n_{+,} m_+ \in \mathbb{N},\ n_{+1}, m_{+1} \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Опишем топологические пространства из [1] (I.1.7). Пусть $X = \{(n, m) \mid \mathrm{n}, \mathrm{m} \in \mathbb{N}_0\}, X_n = \{(n, m) \mid \mathrm{m} \in \mathbb{N}_0\}, \mathrm{n} \in \mathbb{N}_0$, и топология на X определена условиями: 1) каждое X_n открыто в X и 2) каждое X_n – компакт с единственной неизолированной точкой (n, 0). Таким образом, пространство X – свободная сумма счетного числа экземпляров обычной сходящейся последовательности. Рассмотрим разбиение пространства X, единственный неодноточечный элемент которого – (замкнутое в X) множество $F = \{(n, 0) \mid \mathrm{n} \in \mathbb{N}_0\}$ всех неизолированных точек пространства X. Фактор-пространство, отвечающее этому разбиению, обозначим Y. Таким образом, Y – это так называемый «неметризуемый счетный еж». В Y есть единственная неизолированная точка F. Прочие точки пространства Y обозначаем так же, как и соответствующие точки пространства X, т. е. (n, m). Линейный гомеоморфизм $\alpha: C_p(X) \to C_p(Y)$ и обратный к нему $\beta: \mathrm{C}_p(Y) \to C_p(X)$ задаются правилами

$$\alpha(f)(y) = \begin{cases} \alpha(f)(F) = f(0,0) \\ \alpha(f)(n_0, 1) = f(n_0 + 1, 0) \\ \alpha(f)(0, m_{+1}) = f(0, m_{+1} - 1) \\ \alpha(f)\left(n_{+,} m_{+1}\right) = f\left(n_{+,} m_{+1} - 1\right) - f\left(n_{+,} 0\right) + f(0,0) \end{cases}, \qquad (1)$$

$$\beta(g)(x) = \begin{cases} \beta(g)(0,0) = g(F) \\ \beta(g)\left(n_{+,} 0\right) = g(n_+ - 1, 1) \\ \beta(g)(0, m_+) = g(0, m_+ + 1) \\ \beta(g)\left(n_{+,} m_+\right) = g\left(n_{+,} m_+ + 1\right) - g(F) + g(n_+ - 1, 1) \end{cases}, \qquad (2)$$

где $x \in X,\ f \in C_p(X),\ y \in Y,\ g \in C_p(Y)$.

Рассмотрим пространство Z ([1], I.1.8). Пусть, $Z = X \cup \{\xi\}$, где $\xi \notin X$ и топология на Z такова, что описанное выше пространство X — открытое подпространство пространства Z. Если $\xi \in \mathrm{V} \subset Z$, то объявляем V открытым в Z, если $F \setminus V$ конечно и $V \cap X$ открыто в X (где F , как и ранее, множество $\{(n,0) \mid \mathrm{n} \in \mathbb{N}_0\}$ всех неизолированных точек пространства X). Линейные гомеоморфизмы $\omega\colon \mathrm{C}_p(Z) \to C_p(X)$, $\nu\colon \mathrm{C}_p(Z) \to C_p(Y)$ задаются формулами:

$$\omega(h)(x) = \begin{cases} \omega(h)(0,0) = h(\xi) \\ \omega(h)(1,0) = h(0,0) - h(\xi) \\ \omega(h)(n_{+1},0) = h(n_{+1}-2,1) - h(n_{+1}-2,0) \\ \omega(h)(0,m_+) = h(m_+,0) \\ \omega(h)(1,m_+) = h(0,m_+ + 1) - h(\xi) \\ \omega(h)(n_{+1},m_+) = h(n_{+1}-1,m_+ + 1) - 2h(n_{+1}-1,0) + h(n_{+1}-1,1) \end{cases} \quad (3),$$

$$\nu(h)(y) = \begin{cases} \nu(h)(F) = h(\xi) \\ \nu(h)(0,1) = h(0,0) - h(\xi) \\ \nu(h)(n_{+1},1) = h(n_{+1}-1,1) - h(n_{+1}-1,0) \\ \nu(h)(0,m_{+1}) = h(m_{+1}-1,0) \\ \nu(h)\big(n_{+,}m_{+1}\big) = h(n_+ - 1, m_{+1}) - h(n_+ - 1,0) - h(\xi) \end{cases} \quad (4),$$

где $x \in X,\ y \in Y,\ h \in C_p(Z)$. Можно доказать

Предложение. Если $T\colon C_p(X) \to C_p(Y)$ – линейный гомеоморфизм, то длина носителя $lon(Y,\ L_p(X), T)$ равна наибольшему количеству слагаемых в формуле $T(f)(y)$, где $f \in C_p(X), y \in Y$.

Таким образом, из данного предложения и формул (1–4) видно, что $\mathrm{lon}\big(Y, L_p(X), \alpha\big) = \mathrm{lon}\big(X, L_p(Y), \beta\big) = \mathrm{lon}\big(X, L_p(Z), \omega\big) = \mathrm{lon}\big(Y, L_p(Z), \nu\big) = 3$, что сразу говорит об отсутствии связи длины носителя с высотой пространства, поскольку $h(X) = h(Y) = 1,\ h(Z) = 2$.

Аналогичным образом можно вывести формулы для композиций $\alpha \circ \omega\colon \mathrm{C}_p(Z) \to C_p(Y)$, $\beta \circ \nu\colon \mathrm{C}_p(Z) \to C_p(X)$. Мы не приводим формулы композиций в силу их громоздкости, однако из них следует, что $lon\big(Y, L_p(Z), \alpha \circ \omega\big) = 6,\ lon\big(X, L_p(Z), \beta \circ \nu\big) = 4$. Из полученных результатов видно, что по-разному заданные линейные гомеоморфизмы пространств функций для одной и той же пары $X,\ Y$ имеют разную длину носителя.

Помимо этого, в связи с полученными результатами было доказана следующая общая оценка длины носителя для композиции:

Предложение. Пусть $\alpha\colon \mathrm{C}_p(X) \to C_p(Y),\ \beta\colon \mathrm{C}_p(Y) \to C_p(Z)$ – линейные гомеоморфизмы; $\mathrm{lon}\big(Z, L_p(X), \beta \circ \alpha\big) = S,\ \mathrm{lon}\big(Z, L_p(X), \alpha\big) = M,\ \mathrm{lon}\big(Z, L_p(Y), \beta\big) = N$. Тогда $S \leqslant M \cdot N$.

Заключение

Таким образом, высота пространств $h(X),\ h(Y)$ не связана с параметром $lon(Y, L_p(X), T)$. Кроме того, была найдена оценка длины носителя для композиции линейных гомеоморфизмов. Остается открытым вопрос о связи длины носителя с какими-либо топологическими свойствами пространств. Помимо этого, необходимо найти достаточное условие минимальности длины носителя для заданной пары линейно гомеоморфных пространств функций. В перспективе это условие позволит ввести аналог расстояния на множестве пространств функций.

Список литературы

1. Архангельский А.В. Топологические пространства функций. // М. : Изд-во МГУ, 1989. – 222 с.
2. Энгелькинг Р., Общая топология / Пер. с англ. [и предисл.] М.Я. Антоновского, А.В. Архангельского. – М. : Мир, 1986. – 744 с.

УДК 51-72

Диффузионный перенос газовых смесей через пористую мембрану, составленную нанотрубками

Р.Г. Кусаинов
Научный руководитель: А.С. Челнокова
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: rasulkusainov3@gmail.com

Diffusion transfer of gas mixtures through a porous membrane composed of nanotubes

R.G. Kussainov
Scientific Supervisor: A.S. Chelnokova
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: rasulkusainov3@gmail.com

Abstract. *This study examines the diffusion transfer of gas mixtures through a porous membrane composed of nanotubes. Using molecular dynamics simulations, we analyze the interactions of helium and xenon atoms with a nanotube forest. A mathematical model is developed to describe the motion of gas particles, taking into account adsorption and diffusion processes. The results indicate that helium exhibits higher permeability than xenon, while xenon atoms tend to be trapped within the nanotube forest, leading to the separation of the gas mixture. The findings contribute to the theoretical foundation for the development of membrane-based gas separation technologies.*
Key words*: Diffusion, adsorption, gas mixtures, nanotubes, molecular dynamics, permeability, gas separation.*

Введение

Наноструктуры на основе углерода, такие как графен и углеродные нанотрубки [1] и фуллерены, привлекли широкое внимание исследователей по всему миру благодаря своим уникальным свойствам. В наномасштабе одним из устоявшихся подходов к изучению подобных структур является молекулярно-динамическое моделирование. Оно особенно полезно для количественной оценки основных взаимодействий и динамических процессов, определяющих коэффициенты адсорбции или диффузии [2, 3]. Результаты исследований процесса адсорбции находят широкое применение в мембранных технологиях разделения жидкостей и газовых смесей на компоненты, например, при опреснении воды.

На начальном этапе наших исследований мы предлагаем простую и эффективную математическую модель взаимодействия газовой смеси с лесом нанотрубок. В качестве примера мы рассмотрели моно компонентную смесь, состоящую из атомов гелия.

Экспериментальная часть

Пусть в некотором представительном объеме V газовой среды находятся M частиц газа 1-го вида и L частиц газа 2-го вида, лес неподвижных нанотрубок имеет N атомов углерода. Тогда уравнения движения газовых частиц будут иметь вид:

$$m_1 \frac{du_i}{dt} = -\left[\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial U_1(\rho_{i,j})}{\partial \rho_{i,j}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial x_i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{M} \frac{\partial U_2(\rho_{i,k})}{\partial \rho_{i,k}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,k}}{\partial x_i} + \sum_{l=1}^{L} \frac{\partial U_3(\rho_{i,l})}{\partial \rho_{i,l}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,l}}{\partial x_i}\right]; \quad (1)$$

$$m_1 \frac{dv_i}{dt} = -\left[\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial U_1(\rho_{i,j})}{\partial \rho_{i,j}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial y_i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{M} \frac{\partial U_2(\rho_{i,k})}{\partial \rho_{i,k}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,k}}{\partial y_i} + \sum_{l=1}^{L} \frac{\partial U_3(\rho_{i,l})}{\partial \rho_{i,l}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,l}}{\partial y_i}\right]; \quad (2)$$

$$m_1 \frac{dw_i}{dt} = -\left[\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial U_1(\rho_{i,j})}{\partial \rho_{i,j}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial z_i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{M} \frac{\partial U_2(\rho_{i,k})}{\partial \rho_{i,k}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,k}}{\partial z_i} + \sum_{l=1}^{L} \frac{\partial U_3(\rho_{i,l})}{\partial \rho_{i,l}} \cdot \frac{\partial \rho_{i,l}}{\partial z_i}\right]; \quad (3)$$

$$m_2 \frac{du_l}{dt} = -\left[\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial U_4(\rho_{l,j})}{\partial \rho_{l,j}} \cdot \frac{\partial \rho_{l,j}}{\partial x_l} + \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq l}}^{L} \frac{\partial U_5(\rho_{l,k})}{\partial \rho_{l,k}} \cdot \frac{\partial \rho_{l,k}}{\partial x_l} + \sum_{i=1}^{M} \frac{\partial U_3(\rho_{l,i})}{\partial \rho_{l,i}} \cdot \frac{\partial \rho_{l,i}}{\partial x_l}\right]; \quad (4)$$

$$m_2\frac{dv_l}{dt} = -\left[\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial U_4(\rho_{l,j})}{\partial \rho_{l,j}}\cdot\frac{\partial \rho_{l,j}}{\partial y_l} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq l}}^{L}\frac{\partial U_5(\rho_{l,k})}{\partial \rho_{l,k}}\cdot\frac{\partial \rho_{l,k}}{\partial y_l} + \sum_{i=1}^{M}\frac{\partial U_3(\rho_{l,i})}{\partial \rho_{l,i}}\cdot\frac{\partial \rho_{l,i}}{\partial y_l}\right]; \quad (5)$$

$$m_2\frac{dw_l}{dt} = -\left[\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial U_4(\rho_{l,j})}{\partial \rho_{l,j}}\cdot\frac{\partial \rho_{l,j}}{\partial z_l} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq l}}^{L}\frac{\partial U_5(\rho_{l,k})}{\partial \rho_{l,k}}\cdot\frac{\partial \rho_{l,k}}{\partial z_l} + \sum_{i=1}^{M}\frac{\partial U_3(\rho_{l,i})}{\partial \rho_{l,i}}\cdot\frac{\partial \rho_{l,i}}{\partial z_l}\right]. \quad (6)$$

Здесь $u_i, v_i, w_i, u_l, v_l, w_l$ – проекции скорости i-ой и l-ой частицы газа; m_1 и m_2 – массы частиц газа 1-ого и 2-ого видов соответственно; $U_1(\rho_{i,j})$ – потенциал взаимодействия частиц газа 1-ого вида с атомами углерода; $U_2(\rho_{i,k})$– потенциал парных взаимодействий для частиц газа 1-ого вида; $U_3(\rho_{i,l})$– потенциал взаимодействия частицами газа 1-ого вида с частицами газа 2-ого вида; $U_4(\rho_{l,j})$ – потенциал взаимодействия частиц газа 2-ого вида с атомами углерода; x_i, y_i, z_i – декартовы координаты i-ой частицы газа; $U_5(\rho_{l,k})$– потенциал парных взаимодействий для частиц газа 2-ого вида; $\rho_{i,k} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2}$ – расстояние между двумя силовыми центрами.

Каждый из упомянутых выше потенциалов может иметь свою функциональную зависимость от расстояния между силовыми центрами. Однако в представленных здесь расчетах используется форма потенциала Леннарда–Джонса для всех парных взаимодействий.

Поскольку все потенциалы зависят от расстояний между силовыми центрами (атомами и простыми молекулами газовой фазы), а интегрирование уравнений (1–6) дает лишь скорости этих частиц, то для замыкания уравнений движения газовых частиц необходимо выписать следующие кинематические соотношения:

$$\frac{dx_i}{dt} = u_i;\ \frac{dy_i}{dt} = v_i;\ \frac{dz_i}{dt} = w_i\ \frac{dx_l}{dt} = u_l;\ \frac{dy_l}{dt} = v_l;\ \frac{dz_l}{dt} = w_l\ (i = 1, \dots, M, l = 1, \dots, L). \quad (7)$$

Уравнения (1)–(7) дополнены следующими начальными условиями:

$$\begin{gathered} t = 0, x_i = x_i^0, y_i = y_i^0, z_i = z_i^0, x_l = x_l^0, y_l = y_l^0, z_l = z_l^0; \\ u_i = u_i^0, v_i^0 = v_i^0, w_i = w_i^0, u_l = u_l^0, v_l^0 = v_l^0, w_l = w_l^0, (i = 1, \dots, M; l = 1, \dots, L). \end{gathered} \quad (8)$$

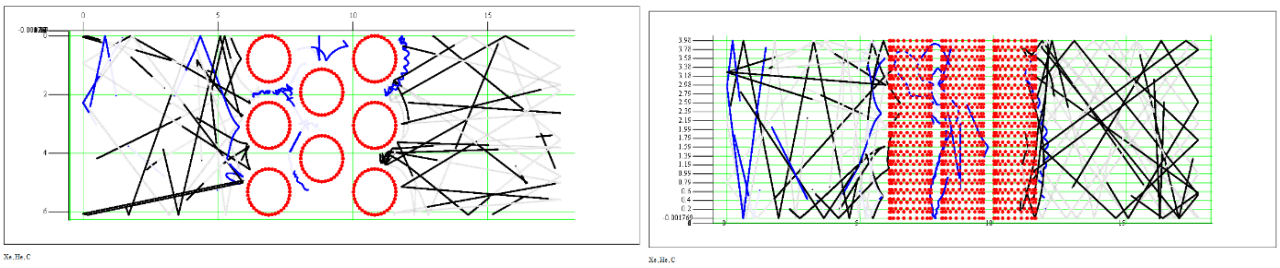
Здесь индексом ноль вверху обозначены начальные значения координат и скоростей атомов рассматриваемой системы перемещающихся частиц газа.

В рассматриваемом случае система должна удовлетворять закону сохранения полной механической энергии:

$$\sum_{i=1}^{M}\frac{m\,|\vec{v}_i|^2}{2} + \sum_{i=1}^{M}\left(\sum_{j=1}^{N}U_1(\rho_{i,j}) + \sum_{k=i+1}^{M}U_2(\rho_{i,k}) + \sum_{l=1}^{L}U_3(\rho_{i,l})\right) + \sum_{l=1}^{L}\frac{m\,|\vec{v}_l|^2}{2} + \sum_{l=1}^{L}\left(\sum_{j=1}^{N}U_4(\rho_{l,j}) + \sum_{k=l+1}^{L}U_5(\rho_{l,k})\right) = const.$$

Результаты

Выполнена численная реализация модели взаимодействия газовой смеси ксенона и гелия с лесом нанотрубок. На рис. 1 приведены проекции траектории для 10 атомов ксенона (синие линии) и 10 атомов гелия (черные линии) в интервале времени от 0,975 до 1 нс. В начальные момент времени скорости всех частиц были направлены в сторону нанотрубок и равнялись среднетепловым значениям скоростей.



а) б)

Рис. 1. Траектории частиц газовой смеси в выделенном объёме в плоскости Oxy (а). Траектории частиц газовой смеси в выделенном объёме в плоскости Oyz (б)

На границах выделенного объема установлены условия отражения от стенок, что не позволяет частицам покидать объем. Это условие имитирует переходы из смежных виртуальных объемов, заполненных аналогичным газом. При этом вся смесь газа, имеющая изначально неоднородные распределения компонент, полностью перемешивается. Расчеты показывают, что распределение Максвелла по модулю вектора скорости для частиц газа достигается уже на первой наносекунде процесса.

Расчёты показали, что к конечному моменту времени частицы гелия прошли процесс диффузии, обеспечивая проницаемость, равную 0,5. В то же время частицы ксенона полностью задерживались нанотрубками, и их проницаемость составила 0. При этом в течение всего численного расчета наблюдалась сорбция 5 частиц ксенона на поверхности нанотрубок. Таким образом, происходит эффективное разделение смеси газов.

В течении всего времени расчетов проверяется баланс сохранения полной механической энергии системы. Поскольку для решения эволюционных уравнений использованы пошаговые методы, для которых погрешность вычислений растет с увеличением времени счета, то на последний момент времени мы имеем относительную погрешность вычислений порядка 10^{-5} безразмерных единиц (рис. 2).

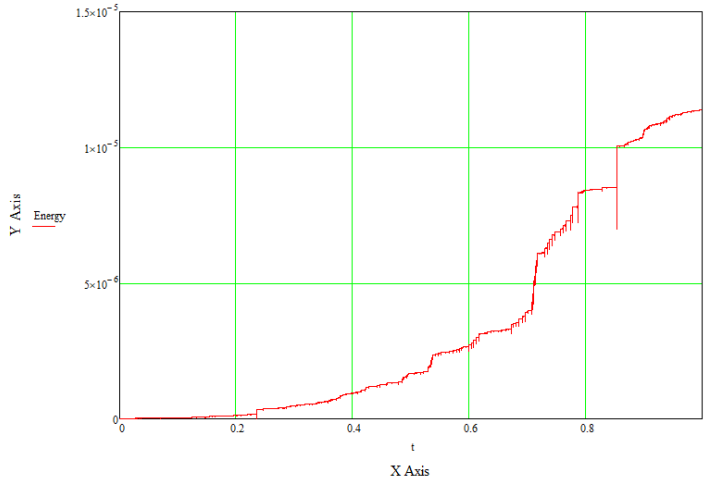


Рис. 2. Относительная погрешность полной механической системы для 20 частицы смеси газа

Заключение

В результате проведённых исследований нами был определён характер взаимодействия атомов гелия и ксенона с лесом нанотрубок. Разработанное математическое описание позволяет по найденному расчетному закону движения частиц (их координатам и скоростям) определить характер диффузии и сорбции газа. Полученные расчёты будут использованы в дальнейших исследованиях для моделирования процессов диффузии и адсорбции в пучках нанотрубок с учётом более сложных физических условий и потенциалов.

Список литературы

1. Tomanek D. Guide through the nanocarbon jungle: Buckyballs, nanotubes, graphene and beyond. – Morgan & Claypool Publishers, 2014. – 163 p.

2. Lindsey R.K., Rafferty J.L., Eggimann B.L., Siepmann J.I., Schure M.R. Molecular simulation studies of reversed-phase liquid chromatography // Journal of chromatography A. – 2013. – Vol. 1287. – P. 60–82.

3. Rybka J., Holtzel A., Melnikov S.M., Seidel-Morgenstern A., Tallarek U. A new view on surface diffusion from molecular dynamics simulations of solute mobility at chromatographic interfaces // Fluid Phase Equilibria. – 2016. – Vol. 407. – P. 177–187.

УДК 533

Исследование многофазных течений в соплах с учетом коагуляции и дробления капель

Д.О. Ларкин, К.В. Костюшин
Научный руководитель: к.ф.-м.н. И.В. Еремин
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634035
E-mail: mister.larkin.dima@mail.ru

Investigation of multiphase flows in a nozzles with consideration of droplet coagulation and breakup

D.O. Larkin, K.V. Kostyushin
Scientific Supervisor: Ph.D. I.V. Eremin
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: mister.larkin.dima@mail.ru

Abstract. *The study presents an investigation of multiphase flow in nozzles, taking into account droplet coagulation and breakup at high concentrations of the condensed phase. The calculation methodology is based on the Euler–Euler approach within the framework of solving the direct problem for a Laval nozzle. The computations were performed in a one-dimensional approximation using a quasi-stationary approach. To describe the processes of coagulation and breakup of the condensed phase, the "tagged particle" method and a "polydisperse" fragment model were employed. It was found that an increase in the mass fraction of the condensed phase leads to higher two-phase losses. Additionally, it was noted that a decrease in the mean mass droplet size at the nozzle inlet, for a fixed content of the condensed phase, results in a reduction of two-phase losses.*
Key words: *multiphase flow, coagulation, breakup, Laval nozzle.*

Введение

В настоящее время, одним из наиболее перспективных направлений является создание энергоустановок, работающих на высокоэнергетических материалах с высоким содержанием конденсированного вещества, например, МГД-генераторы [1]. В связи с этим появляется возможность модернизировать энергетические материалы путем увеличения в нем горючих компонентов, в частности за счет повышения содержания металлических добавок. В результате, рабочее тело, поступающее на вход в сопло, представляет собой многофазный поток с высоким содержанием конденсированных капель металлов. Это обстоятельство приводит к необходимости дальнейшего изучения процессов коагуляции и дробления жидких капель в таких потоках для анализа их влияния на уровень потерь удельного импульса.

Данная работа посвящена реализации методики расчета прямой задачи сопла в рамках подхода Эйлер-Эйлер, на основе квазистационарного метода, используемого для не одномерных двухфазных течений [2, 3]. Это связано с тем, что при расчете прямой задачи для двухфазного течения в сопле возникает трудность при прохождении «седловой» точки [4]. В связи с этим, на практике широко применяется решение обратной задачи, когда задается распределение одного параметра течения вдоль сопла (например, давления), а профиль сопла и остальные параметры рассчитываются. Но в результате рассчитанный профиль и параметры потока отличаются от характеристик базового сопла. Для преодоления этого при решении прямой задачи можно использовать метод установления (или его модификацию), когда преодолевается прохождение особой точки.

Физико-математическая постановка задачи

В работе рассматривается квази-одномерное течение невязкого газового потока с содержанием конденсированных частиц алюминия. Подсистема нестационарных уравнений для газовой фазы в форме законов сохранения в декартовой системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 F}{\partial x} = -F\frac{\partial p}{\partial x} + F\sum_{i=1}^{N} \varphi_i^V \rho_i\, u_i - u,$$

$$\frac{\partial \rho E F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u H F}{\partial t} = F\sum_{i=1}^{N} \rho_i\left[\varphi_i^\theta c_p\, T_i - T\ + \varphi_i^V u_i\, u_i - u\right],$$

где E – полная энергия, H – полная энтальпия.

Эта подсистема замыкается уравнением состояния:

$$p = \rho\frac{R}{c_p}\left(H - \frac{u^2}{2}\right).$$

Подсистема, описывающая течение i-фракции конденсированной фазы (i = 1, …, N) в декартовой системе координат, записывается следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x} n_i u_i F = K_i^n,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_i u_i F = K_i^\rho,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\ \rho_i u_i^2 F = F K_i^V + F\varphi_i^V \rho_i\, u - u_i,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\ \rho_i u_i T_i F = F K_i^\theta + F\varphi_i^\theta \rho_i\, T - T_i\ \frac{c_p}{c_s},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\ n_i u_i M_i^2 F = F K_i^M + F\varphi_i^M n_i\, M_i^2,$$

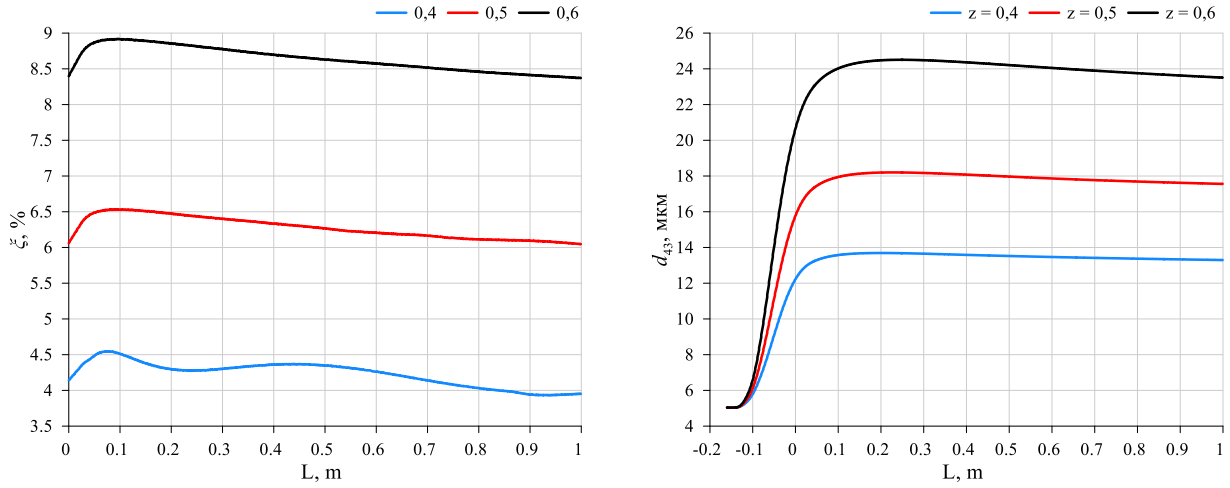
где φ_i^V, φ_i^θ и φ_i^M – коэффициенты силового, теплового и вращательного взаимодействия между газовой фазой и частицами i-й фракции; K_i^n, K_i^ρ, K_i^V, K_i^θ, K_i^M– коагуляционные члены.

Для описания процессов коагуляции и дробления конденсированной фазы используется непрерывный подход, метод «меченых» частиц и «полидисперсная» модель осколков [4]. Индексы i, j, k относятся к номерам фракций частиц, s – к веществу частиц, величины без индексов – к газу. В качестве граничных условий во входном сечении сопла задавались полная энтропия и полная энтальпия.

Результаты

На основе созданной методики выполнены численные исследования особенностей течения многофазных рабочих тел с высоким содержанием конденсированных капель металлов. Расчеты проводились для модельного сопла ($y_{вход}$ = 16 см, $y_{мин}$ = 10 см, $y_{выход}$ = 36,5 см) при изменении весовой доли капель z и варьировании среднемассового размера капель d_{43} на входе в сопло.

На рис. 1 показано распределение двухфазных потерь (а) и среднемассового диаметра частиц d_{43} (б), вдоль оси сопла, при варьировании z = 0,4–0,6. Значение d_{43} на входе равнялось 5 мкм. Видно, что с ростом весовой доли капель двухфазные потери в выходном сечении сопла увеличиваются с ξ = 3,95 % при z = 0,4 до ξ = 8,37 % при z = 0.6. Это связано с тем, что число капель, поступающих из входного сечения сопла пропорционально весовой доле и их среднемассовый диаметр увеличивается за счет более активной коагуляции.



(а) *(б)*

Рис. 1. Распределение параметров вдоль оси сопла: (а) двухфазные потери, (б) среднемассовый диаметр

Так же исследовано влияние среднемассового размера капель, во входном сечении сопла при фиксированном z = 0,5 на изменение двухфазных потерь, где d_{43} варьировался в диапазоне 2–6,5 мкм. Получено, что минимальный уровень двухфазных потерь в выходном сечении сопла достигается при d_{43} = 2 мкм и составляет ξ = 4,09 %.

Заключение

В работе проведено исследование многофазного течения в сопле с высоким содержанием весовой доли конденсированной фазы. Получено, что при увеличении весовой доли к-фазы двухфазные потери возрастают. Отмечено, что уменьшение среднемассового размера капель, во входном сечении сопла при фиксированном содержании к-фазы ведет к уменьшению двухфазных потерь.

Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № FSWM-2025-0004.

Список литературы

1. Бреев В.В.. Губарев А.В., Панчекнко В.П. Сверхзвуковые МГД-генераторы. – Москва : Энергоатомиздат, 1988. – 240 с.
2. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. – Томск: Изд. Томск. Ун-та, 1986. – 262 с.
3. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. – Москва : Машиностроение. 1974. – 212 с.
4. Рычков А.Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. – Новосибирск : Наука, 1988. – 222 с.

УДК 536.37

Обзор методов детектирования и трекинга частиц в видимом и инфракрасном диапазоне с целью прогноза распространения пожаров

А.И. Линок
Научный руководитель: Д.П. Касымов
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: alex.linok@mail.tsu.ru

A review of visible and infrared particle detection and tracking methods for fire spread forecasting

A.I. Linok
Scientific Supervisor: D.P. Kasymov
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: alex.linok@mail.tsu.ru

Abstract. *This review article examines contemporary methods for particle tracking and detection, focusing on their underlying principles, applications and limitations. A comprehensive comparative analysis is conducted to evaluate the advantages and disadvantages of various approaches, with particular emphasis on their accuracy, computational efficiency, and cost-effectiveness. The study aims to identify the most efficient and economically viable method for particle tracking, which will serve as the foundation for future implementation and optimization. The findings of this research are expected to contribute to the advancement of particle detection technologies, offering practical solutions for both scientific and industrial applications.*
Key words*: Particle detection, particle tracking, visible range, infrared spectrum, fire forecasting, particle analysis methods, tracking algorithms, optical detection methodsю*

Введение

Прогнозирование и контроль распространения пожаров остаются важными задачами для обеспечения общей безопасности. Одну из ключевых ролей в решении этих задач играет изучение горящих и тлеющих частиц, которые образуются в процессе возгорания и участвуют в распространения огня. Современные методы их детектирования и трекинга в видимом и инфракрасном диапазонах позволяют обнаруживать начальные стадии пожаров и анализировать их динамику.

Развитие методов трекинга горящих и тлеющих частиц открывает новые возможности для совершенствования моделей прогнозирования пожаров и распространения горящих частиц. Их точное отслеживание помогает улучшить понимание процессов распространения огня, что особенно важно для разработки систем раннего предупреждения и минимизации ущерба. В данном исследовании проводится обзор современных подходов к детектированию и трекингу горящих частиц, а также оценивается их потенциал для применения в прогнозных моделях.

Обзор методов детектирования

Первым рассмотрим метод по обнаружению частиц с использование цветовых моделей [1]. Он использует модели RGB, HSI и YUV для выделения пикселей, соответствующих цвету огня – красному и оранжевому.

Основные недостатки метода: Высокий уровень ложных срабатываний – метод может ошибочно идентифицировать объекты, схожие по цвету с огнем (например, красные или оранжевые предметы, солнечные блики, искусственное освещение). Огни от фонарей, отражения или другие источники света могут быть ошибочно приняты за пожар. Ограниченная адаптивность – метод требует ручной настройки пороговых значений для

каждой цветовой модели, что делает его менее гибким в различных условиях окружающей среды. Неспособность различать статические объекты и огонь – метод фокусируется только на цветовых характеристиках, поэтому он не может отличить статические объекты (например, красные стены или одежду) от реальных частиц.

Основными преимуществами метода являются: Простота реализации – метод основан на анализе цветовых характеристик, что делает его относительно простым в реализации и настройке. Он не требует сложных алгоритмов или дорогостоящего оборудования. Высокая скорость обработки – алгоритмы анализа цветовых моделей работают быстро, что позволяет использовать метод в системах реального времени. Подходит для обработки видеопотоков с камер наблюдения. Возможность комбинирования нескольких моделей – использование нескольких цветовых моделей одновременно позволяет повысить точность детектирования за счет учета различных аспектов цвета.

Этапы и правила реализации метода цветовых моделей

Для модели RGB (Red, Green, Blue) соответствующие значения указаны как R ≥ G и G > B. Из-за более сильного R в изображении с огнем, R должен обеспечивать более высокое значение. Фоновые условия могут сильно влиять на эту цветовую модель следовательно, значение насыщенности огня должно быть больше порогового значения R_T. Поэтому определяются следующие правила:

1. R > G > B
2. R > R_T
3. S > ((255 - R) * $\frac{S_T}{R_T}$)) - Отделение цветовой насыщенности.

Для модели HSI (Hue, Saturation, Intensity) определяется промежуток цвета в градусах от красного до оранжевого, чему соответствуют значения от 0 до 60. Выделяются соответствующие правила:

1. 0 < H < 60
2. 50 < S < 100
3. 100 < I < 255

Методы выделения движения (Отделения фона)

Вторая категория методов для сравнительного анализа - методы выделения движущихся объектов. Существует несколько таких подходов, например, GMM (Gaussian mixture model, относиться к Background Subtraction (BS)) [2], Horn-Schunck method (Относится к классу Optical Flow методов) [3], Frame Differencing (FD) [4], основанный на вычислениях разницы между последовательными кадрами.

Большинство представленных методов крайне чувствительны к различным шумам, но существуют и устойчивые, такие как Regional Multi-Feature-Frequency (RMFF) [5], авторы метода используют комбинацию из нескольких подходов для улучшения качества выделения движущихся объектов, при этом требуется повышенная вычислительная мощность, что может быть затруднительным для задач в реальном времени. В настоящем исследовании будут разобраны три метода - GMM, Horn-Schunck method и FD.

Три представленных метода имеют свои существенные плюсы (адаптивность, устойчивость к многомодальному фону, простота реализации) и минусы (проблемы с границами объектов, тени, медленно-протекающие процессы), для эффективного выделения частиц рекомендуется комбинация методов, например, GMM и FD. Метод Horn-Schunck имеет самые существенные недостатки для задачи детектирования частиц, поэтому не рекомендуется его использование.

Этапы реализации FD метода:

Вычисление трех кадровой разности, для увеличения точности: $D_t(x,y) = |I_t(x,y) - I_{t-1}(x,y)| \cap |I_t(x,y) - I_{t-2}(x,y)|$. Теперь установим порог, для

определения движения: $\mathrm{M}_t(x,y) = if(D_t(x,y)>\mathrm{T},\ 1,\ 0)$, где $\mathrm{M}_t(x,y)$ - бинарная маска, указывающая на наличие движения в пикселе.

Инфракрасный спектр

Использование камер с инфракрасным спектром может значительно помочь с детектирование и трекингом частиц. Основные подходы использования:

- Использование специальных фильтров с точной длинной волны, что позволит точно определять горящие объекты по их уникальной световой волне. Но в этом и заключается их главный недостаток - отсутствие какой-либо адаптивности к изменению материала горения
- Использование камер без ИК фильтров для увеличения попадающего спектра на сенсор. Такая модификация камеры особо полезно при применении цветовых моделей детектирования.

Заключение

Для детектирования частиц в реальном времени следует использовать подходы с малыми вычислительными затратами, а для уменьшения шума и ложного определения частиц следует комбинировать методы, например: $R = R_{color} \cap \mathrm{M}_t(x,y)$. Такой способ детектирования и выделения частиц позволит эффективно реализовать дальнейший трекинг и описание параметров движения частиц.

Все методы детектирования и выделения частиц служат отличной базой для реализации методов трекинга, создавая контрастное изображение между частицами и фоном. Пример этапов работы по анализу частиц может выглядеть следующим образом: детектирование → трекинг → анализ поведения.

В перспективе планируется программная и инженерная реализация устройства по детектированию и трекингу частиц в реальном времени, для помощи в создании моделей поведения и распространения частиц в различных условиях.

Список литературы

1. Marin J., Kannan A.S. Review on Fire Detection Techniques // International Conference on Systems Energy and Environmental (IGSEE). – 2021. – P. 1–6.
2. Stauffer C., Grimson W.E.L. Adaptive background mixture models for real-time tracking // Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 1999. – Vol. 2. – P. 246–252.
3. Horn B.K.P., Schunck B.G. Determining opti-cal flow // Artificial intelligence – 1981. – P. 185–203.
4. Collins R.T., Lipton A.J., Kanade T., Fujiyoshi H., et al. A system for video surveillance and monitoring. – Robotics Institute, CMU, 2000. – P. 1–70.
5. Ne W., Li J., Qi K., Lei P., Vo J., Zhang G. Background subtraction in a regional multi-feature-frequency model in complex scenes. – Research Square, 2022. – 13 p.

УДК 532.5, 536.21

Математическое моделирование системы охлаждения в плоском канале с нагревательным элементом и теплопроводящим ребром

А.С. Милаев
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: milaev@math.tsu.ru

Mathematical modeling of a cooling system in flat channel with a heating source and heat-conducting fin

A.S. Milaev
Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: milaev@math.tsu.ru

Abstract. *In present study, a numerical analysis of conjugate mixed convection in an open flat horizontal channel with a volumetric heat-generating source and a heat-conducting fin has been conducted. The processes of heat and mass transfer inside the channel have been described by the Oberbeck-Boussinesq equations in dimensionless form. The resulting system has been solved using the finite difference method and the BICGStab projection method for solving systems of linear algebraic equations. The implementation of BICGStab has been carried out using parallel computing technologies. An analysis of the influence of the fin's geometric parameters and spatial location on the intensity of heat removal was conducted.*
Key words*: mixed convection, volumetric heat-generating source, open channel, finite difference method, parallel implementaion of BICGStab.*

Введение

Математическое моделирование тепловых процессов в системах охлаждения представляет собой важную область исследований в современной теплофизике и теплотехнике. Особый интерес вызывает изучение процессов теплообмена в плоских каналах с нагревательными элементами и теплоотводящими конструкциями, такими как теплопроводящие ребра. Данные системы широко применяются в различных областях техники: от охлаждения электронных компонентов и микропроцессоров до теплообменников в энергетических установках [1–3]. Эффективность системы охлаждения существенно влияет на производительность, надежность и срок службы технических устройств. Использование теплопроводящих ребер позволяет увеличить площадь теплообмена и интенсифицировать процесс отвода тепла от нагревательных элементов. Однако оптимизация таких систем требует детального понимания физических процессов и применения точных математических моделей. В данной работе представлено математическое моделирование процессов теплообмена в плоском канале, содержащем нагревательный элемент и теплопроводящее ребро. На основе разработанной модели был проведен анализ влияния геометрических и пространственных характеристик ребра на процессы теплообмена.

Экспериментальная часть

На рис. 1 изображена область решения задачи, представляющая собой плоский канал длины L и высоты H с теплопроводными горизонтальными стенками, имеющими конечную толщину h_w. Внутри нижней стенки располагается объёмный источник тепловыделения длины l_{hs} и высоты, равной толщине стенки, над которым находится теплоотводящее ребро длины l и высоты h. Источник равноудален от входа и выхода канала. Внутренние стенки

считаются теплоизолированными. На входе поступает холодный поток вязкой жидкости с горизонтальной скоростью u_0 и температурой T_c.

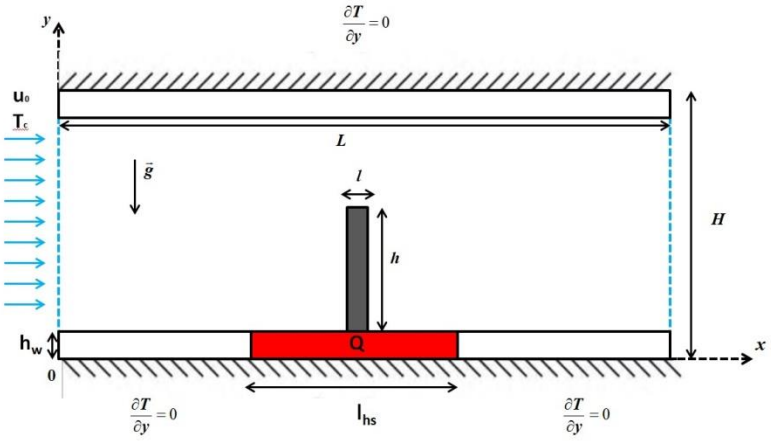


Рис. 1. Область решения задачи

Данная задача решалась с помощью метода конечных разностей на равномерной сетке. В ходе решения разностной задачи использовался проекционный метод BICGStab [4] с параллельной реализацией. Система дифференциальных уравнений, описывающих анализируемый процесс в приближении Буссинеска в размерных переменных «скорость-давление», имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\rho_f\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu_f\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

$$\rho_f\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu_f\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\rho_f g_y\beta(T-T_0) \tag{3}$$

$$(\rho c_p)_f\left(\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\lambda_f\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{4}$$

$$(\rho c_p)_w\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda_w\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{5}$$

$$(\rho c_p)_s\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda_s\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{6}$$

$$(\rho c_p)_{hs}\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda_{hs}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+Q \tag{7}$$

где x, y – координаты декартовой системы координат; p – давление; g_y – проекция ускорения свободного падения на ось OY; μ_f – вязкость среды; ρ_f – плотность среды, ρ_w – плотность материала стенки, ρ_s – плотность материала ребра, ρ_{hs} – плотность материала источника; $(c_p)_f$ – удельная теплоёмкость среды, $(c_p)_w$ – удельная теплоёмкость материала стенки, $(c_p)_s$ – удельная теплоёмкость материала ребра, $(c_p)_{hs}$ – удельная теплоёмкость материала источника; λ_f – коэффициент теплопроводности среды, λ_w – коэффициент теплопроводности материала стенки, λ_s – коэффициент теплопроводности материала ребра, λ_{hs} – коэффициент теплопроводности материала источника; Q – плотность теплового потока источника.

Система (1–7) преобразовывалась с использованием переменных «функция тока – завихренность» через соотношение:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}, v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}; \omega=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}$$

В начальный момент времени среда покоится, а температура соответствует значению температуры входящего потока, тогда:

$$\psi = \omega = \theta = 0,$$

где θ – безразмерная температура

Результаты и заключение

При решении поставленной задачи был разработан численный алгоритм с использованием проекционного метода BICGStab с параллельной реализацией. Проведен анализ влияния сеточных параметров. Исходные дифференциальные уравнения были получены в дискретном виде с использованием метода конечных разностей на равномерной сетке. Был проведен подробный анализ влияния геометрических и пространственных параметров ребра на процесс теплообмена. В результаты были получены корреляционные соотношения, связывающие среднюю и максимальную температуру внутри источника с параметрами ребра, позволяющие оценить возможности активной системы охлаждения рассматриваемого тепловыделяющего элемента.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-19-00632).

Список литературы

1. Kim S.G., Lee S.W. Air Cooling Technology for Electronic Equipment // CRC Press. – 1996. – P. 260.
2. Best R., Rivera W. A review of thermal cooling systems // Applied Thermal Engineering. – 2015. – Vol. 75. – P. 1162–1175.
3. Kojok F., Fardoun F., Younes R., Outbib R. Hybrid cooling systems: A review and an optimized selection scheme // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2016. – Vol. 65. – P. 57–80.
4. Саад Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х томах. Том 2. – М. : Изд-во Московского университета, 2014. – 306 с.

УДК 532.5

Влияние оси вращения на режимы естественной конвекции в дифференциально-обогреваемой вращающейся кубической пористой полости

С.А. Михайленко
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

Influence of the axis of rotation on natural convection modes in a differentially heated rotating cubic porous cavity

S.A. Mikhailenko
Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

Abstract. *This numerical study explores natural convection in a rotating porous cubic cavity. The work examines heat transfer dynamics under horizontal and vertical rotation, focusing on a cavity with differentially heated vertical walls. The porous medium and saturating fluid are in thermal equilibrium, with fluid flow modeled using the Darcy-Brinkman approximation. A finite difference approach with custom computational algorithms is employed to solve the governing equations, validated through mesh independence and benchmark comparisons. Results demonstrate that horizontal rotation induces periodic heat transfer oscillations, while vertical rotation stabilizes thermal processes. Increasing rotational speed reduces both heat transfer intensity and oscillation amplitude. The analysis quantifies contributions of buoyancy, rotational, and Coriolis forces to fluid dynamics and energy distribution. These insights advance the understanding of convective heat transfer in rotating porous systems, supporting the development of optimized cooling solutions for industrial and microelectronic applications.*
Key words*: natural convection, porous media, rotating systems.*

Введение

Развитие промышленности и микроэлектроники требует внедрения энергосберегающих систем охлаждения. Рост производств увеличивает выбросы тепла, а потребность в теплоснабжении растет. Современные теплообменники [1] помогают решать эти задачи, оптимизируя рекуперацию и хранение энергии, сокращая потери и снижая выбросы CO_2. Например, металлопластиковые конструкции повышают КПД солнечных тепловых установок: пористые пенопласты в коллекторах интенсифицируют теплообмен [2]. Активное охлаждение часто невозможно в компактных устройствах, поэтому ключевое значение имеют пассивные методы. Использование пористых материалов в радиаторах [3, 4] увеличивает площадь теплообмена с окружающей средой, обеспечивая эффективный теплосъем без дополнительных энергозатрат. Такие решения дешевы и легки в производстве. С помощью вращения возможно интенсифицировать теплообмен в роторных теплообменниках, накопителях энергии, солнечных концентраторах, а также в системах охлаждения электронной аппаратуры.

В данной работе проводится анализ режимов естественной конвекции во вращающейся пористой кубической полости, представленной на рис. 1. Полость размера H вращается с постоянной угловой скоростью ξ_0 вокруг оси, проходящей через центр области решения. В работе рассматриваются вращения вокруг каждой из осей координат. Левая стенка полости нагревается до постоянной температуры T_h, тогда как противоположная правая стенка охлаждается до температуры T_c. Остальные поверхности полости (верхняя, нижняя, передняя

и задняя грани) поддерживаются в теплоизолированном состоянии. Жидкость $Pr = 7.01$ в полости является ньютоновской и несжимаемой, термофизические свойства которой предполагаются независимыми от температуры. Моделирование процессов переноса в пористой среде основывается на следующих допущениях: пористая структура и заполняющая её жидкость находятся в состоянии локального теплового равновесия, а транспортные явления описываются с использованием расширенной модели Дарси-Бринкмана. Указанные допущения позволяют учесть влияние вращения полости на формирование конвективных потоков, а также оценить вклад пористой структуры в подавление или интенсификацию теплопереноса.

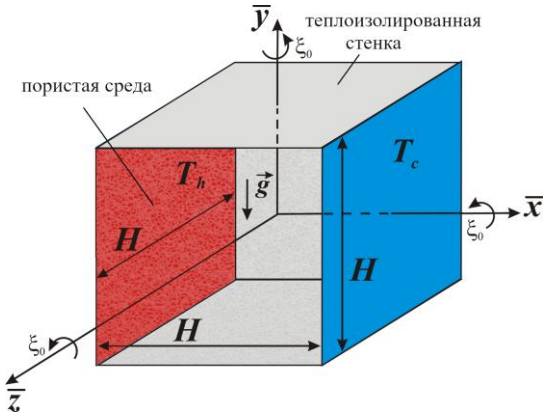


Рис. 1. Область решения

Уравнения и методы

Система уравнений, описывающая гидродинамику и теплоперенос во вращающейся пористой кубической полости, записана с использованием преобразованных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности». В случае вращения вокруг оси $\bar{z}$, система выглядит следующим образом:

$$\nabla^2\psi_x = -\omega_x,\ \nabla^2\psi_y = -\omega_y,\ \nabla^2\psi_z = -\omega_z \tag{1}$$

$$\varepsilon\frac{\partial\omega_x}{\partial\tau} + u\frac{\partial\omega_x}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial\omega_x}{\partial y} + w\frac{\partial\omega_x}{\partial z} - \omega_x\frac{\partial u}{\partial x} - \omega_y\frac{\partial u}{\partial y} - \omega_z\frac{\partial u}{\partial z} = \\ = \frac{\varepsilon}{\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\omega_x}{\partial z^2} - \varepsilon\frac{\omega_x}{Da}\right) - \varepsilon^2\frac{Ra}{Pr\cdot Ta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\cos(\tau) + \varepsilon^2\frac{Ra_\xi}{Pr\cdot Ta}y\frac{\partial\theta}{\partial z} + 2\varepsilon\frac{\partial u}{\partial z} \tag{2}$$

$$\varepsilon\frac{\partial\omega_y}{\partial\tau} + u\frac{\partial\omega_y}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial\omega_y}{\partial y} + w\frac{\partial\omega_y}{\partial z} - \omega_x\frac{\partial\vartheta}{\partial x} - \omega_y\frac{\partial\vartheta}{\partial y} - \omega_z\frac{\partial\vartheta}{\partial z} = \\ = \frac{\varepsilon}{\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\omega_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\omega_y}{\partial z^2} - \varepsilon\frac{\omega_y}{Da}\right) + \varepsilon^2\frac{Ra}{Pr\cdot Ta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\sin(\tau) - \varepsilon^2\frac{Ra_\xi}{Pr\cdot Ta}x\frac{\partial\theta}{\partial z} + 2\varepsilon\frac{\partial\vartheta}{\partial z} \tag{3}$$

$$\varepsilon\frac{\partial\omega_z}{\partial\tau} + u\frac{\partial\omega_z}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial\omega_z}{\partial y} + w\frac{\partial\omega_z}{\partial z} - \omega_x\frac{\partial w}{\partial x} - \omega_y\frac{\partial w}{\partial y} - \omega_z\frac{\partial w}{\partial z} = \\ = \frac{\varepsilon}{\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\omega_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\omega_z}{\partial z^2} - \varepsilon\frac{\omega_z}{Da}\right) + \varepsilon^2\frac{Ra}{Pr\cdot Ta}\left\{\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos(\tau) - \frac{\partial\theta}{\partial y}\sin(\tau)\right\} - \varepsilon^2\frac{Ra_\xi}{Pr\cdot Ta}\left\{y\frac{\partial\theta}{\partial x} - x\frac{\partial\theta}{\partial y}\right\} + 2\varepsilon\frac{\partial w}{\partial z} \tag{4}$$

$$\eta\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + u\frac{\partial\theta}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial\theta}{\partial y} + w\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\alpha_{pm}/\alpha_f}{Pr\cdot\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right) \tag{5}$$

Величины ψ_x, ψ_y, ψ_z представляют безразмерные компоненты векторного потенциала; ω_x, ω_y, ω_z – безразмерные компоненты вектора завихренности; u, ϑ , w – безразмерные компоненты скорости; x, y, z – безразмерные координаты; τ – безразмерное время; ε – пористость; θ – безразмерная температура; η – отношение теплоёмкостей; α_{pm} и α_f – коэффициенты температуропроводности пористой среды и жидкости; Ra – тепловое число Рэлея; Ra_ξ – вращательное число Рэлея; Ta – число Тейлора; Pr – число Прандтля; Da – число Дарси.

В начальный момент времени среда покоится и ее безразмерная температура является средней между охлаждаемой и нагреваемой стенками. Безразмерная температура на нагреваемой стенке равняется 1, на охлаждаемой – 0, остальные стенки теплоизолированы. Для компонент вектора скорости на границах полости применяется условие прилипания.

Представленная система уравнений с начальными и граничными условиями решалась методом конечных разностей. Уравнения эллиптического типа для векторного потенциала (1) аппроксимировались семиточечной разностной схемой. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений применялся метод последовательной верхней релаксации. Уравнения параболического типа (2–5) решались с использованием локально-одномерной схемы А.А. Самарского: диффузионные члены аппроксимировались центральными разностями, конвективные – схемой с «донорными» ячейками. Для решения линейных систем использовался метод прогонки.

Расчёты выполнялись с помощью оригинального программного кода, написанного на языке C++. Проведено тестирование на независимость от сетки, а также сравнение результатов с численными и экспериментальными данными других исследований.

Результаты и заключение

Проведено численное моделирование процессов конвективного тепломассопереноса во вращающейся пористой кубической полости для широкого диапазона скоростей вращения полости $Ta = 10^3$–10^6. Получены зависимости среднего числа Нуссельта на нагреваемой стенке от угла поворота полости для различных значений числа Тейлора и направления оси вращения. Показано, что при вращении вокруг горизонтальных осей наблюдается периодический характер изменения интенсивности теплообмена, тогда как при вертикальном вращении наблюдается стабилизация термических процессов. Кроме того, исследовано влияние каждой из действующих массовых сил – тепловой выталкивающей, вращательной выталкивающей и силы Кориолиса – на гидродинамику среды и распределение тепловой энергии. Исследования демонстрируют, что с ростом угловой скорости вращения полости интенсивность теплопереноса снижается, а амплитуда его периодических колебаний уменьшается.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-79-00226, https://rscf.ru/project/24-79-00226/

Список литературы

1. Sahan Trushad Wickramasooriya Kuruneru, Kambiz Vafai, Emilie Sauret, YuanTong Gu. Application of porous metal foam heat exchangers and the implications of particulate fouling for energy-intensive industries // Chemical Engineering Science. – 2020. – Vol. 228. – P. 115968.

2. Wang P., Liu D.Y., Xu C. Numerical study of heat transfer enhancement in the receiver tube of direct steam generation with parabolic trough by inserting metal foams // Applied Energy. – 2013. – Vol. 102. – P. 449–460.

3. Weisan Hua, Liyu Zhang, Xuelai Zhang, Research on passive cooling of electronic chips based on PCM: A review // Journal of Molecular Liquids. – 2021. – Vol. 340. – P. 117183.

4. Smakulski P., Pietrowicz S. A review of the capabilities of high heat flux removal by porous materials, microchannels and spray cooling techniques // Applied Thermal Engineering. – 2016. – Vol. 104. – P. 636–646.

УДК 512.7

Некоторые примеры скрещенных алгебр

П.П. Соколов
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. В.Г. Бардаков
Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 4/2, 630090
E-mail: p.sokolof@g.nsu.ru

Some examples of crossed algebras

P.P. Sokolov
Scientific Supervisor: Prof., Dr. V.G. Bardakov
Novosibirsk State University, Russia, Novosibirsk, Pirogov str., 4/2, 630090
E-mail: p.sokolof@g.nsu.ru

Abstract. *In the present study, we provided some examples of crossed G-algebras. Preciseley, we classyfied some crossed subalgebras of low dimension of matrix algebras of order 2.*
Key words*: TQFT, HQFT, algebras, groups.*

Введение

Как известно, скрещенные G-алгебры связаны со скрещенными G-категориями и являются алгебраическим инструментом гомотопической теории поля в размерности 2. Так, например, Владимиром Тураевым было доказано, что категория **2HQFT** эквивалентна категории скрещенных алгебр.

Скрещенная алгебра – это градуированная фробениусова алгебра с некоторым представлением. В силу последнего, скрещенная алгебра это сложный, комплексный объект, изучение которого затрагивает как классическую алгебру, так и топологию, и теорию представлений.

Существуют открытые вопросы об исследовании и классификации скрещенных G-алгебр над некоторыми простыми классами групп. В своих исследованиях, я рассмотрел скрещенные алгебры малых размерностей на матрицах.

Результаты

Теорема 1. Пусть F – поле, $charF \neq 2$. Рассмотрим одномерную скрещенную G-алгебру $L \leqslant M_2(F)$. Тогда верно одно из следующих утверждений:

1. L – все диагональные матрицы, $L = L_1, \eta_\alpha(A,B) = \alpha \cdot tr(AB), \alpha \in F^*$,представление $\varphi: G \to Aut(L)$ тривиально;
2. Пусть A – матрица такая, что $detA = 0, trA \neq 0$. Тогда, $L = L_1 = F_{vec}\langle A\rangle, \eta_\alpha(A,B) = \alpha \cdot tr(AB), \alpha \in F^*$, представление $\varphi: G \to Aut(L)$ тривиально;
3. Пусть A – матрица такая, что $detA = trA = 0$. Тогда, $L = L_g = F_{vec}\langle A\rangle, \eta_\alpha(A,B) = \alpha \cdot tr(AB), \alpha \in F^*$, представление $\varphi: G \to Aut(L)$ задано по правилу: $\varphi_1 = \varphi_g = id, \varphi_h(A) = \alpha_h A, h \neq g, 1; \alpha \in F^*$.

Теорема 2. Пусть F – поле, $charF \neq 2$. Рассмотрим двумерную скрещенную G-алгебру $L \leqslant M_2(F)$ с нетривиальной градуировкой. Тогда, верно одно из следующих утверждений:

1. $L = L_1 \oplus L_g, L_1 = F_{vec}\langle E\rangle, L_g = F_{vec}\langle A\rangle, detA \neq 0, A$ – недиаго нальная;
2. $L = L_1 \oplus L_g, L_1 = F_{vec}\langle A\rangle, L_g = F_{vec}\langle \alpha A + E\rangle, detA = 0$;
3. $E \in L = L_1 \oplus L_g, E = M + N, L_1 = F_{vec}\langle M\rangle, L_g = F_{vec}\langle N\rangle,$ $g^2 = 1, M = M^2 + N^2, N = 2MN, MN = NM.$

Заключение

В результате проведённых исследований, были полностью описаны скрещенные подалгебры алгебры матриц $M_2(F)$ размерности 1 и 2.

Данный результат ляжет в основу будущих исследований, которые направлены на классификацию скрещенных подалгебр алгебр матриц низкой размерности и классификацию скрещенных алгебр в общем случае.

УДК 519.6

Цифровая модель термошкафа для анализа теплообмена в условиях северных регионов

И.В. Тренбач
Научный руководитель: доцент, к.ф-м.н. Е.И. Гурина
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: ivantrenbac@gmail.com

Digital model of a thermal cabinet for heat transfer analysis in northern regions

I.V. Trenbach
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Ph.D. E.I. Gurina
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: ivantrenbac@gmail.com

Abstract. *In the present study, we consider the current problem of creating a digital twin of the RizurBox-S-T7 thermal cabinet, which uses passive heating provided by the thermal power of the oil-gas-water mixture circulating in the pipeline.*
Key words*: the equation of thermal conductivity, simulation modeling, digital model, thermal cabinet with passive heating, digital twin.*

Введение

В настоящее время наблюдается значительный рост интереса к изучению процессов теплообмена и их практическому использованию. В рамках данной работы проводится исследование теплообмена в термошкафе РизурБокс-С-Т7 с пассивным обогревом за счет тепла трубопровода. Такие термошкафы обеспечивают защиту оборудования от экстремально низких температур, влаги, пыли, химикатов и механических повреждений [1].

Работа «Цифровая модель термошкафа для анализа теплообмена в условиях северных регионов» направлена на внедрение беспроводных технологий автоматизации управления в процессы нефтегазодобычи. Использование беспроводных технологий в суровых климатических условиях требует детальных расчетов условий эксплуатации оборудования при отсутствии дополнительного электрообогрева. Решение данной задачи можно реализовать с помощью создания цифровых двойников технологических объектов и использования математического моделирования. Развитие данного направления актуально для объектов, проектируемых для добычи и подготовки нефти и газа в суровых климатических условиях.

Экспериментальная часть

Основываясь на реальных данных с месторождения и параметров оборудования, перед нами была поставлена цель – создание адекватной цифровой модели термошкафа РизурБокс-С-Т-7. В рамках данного исследования было проведено численное моделирование распространения тепла внутри рассматриваемой модели термошкафа с пассивным обогревом за счет тепла рабочей среды трубопровода внутреннего диаметра D = 111 мм и толщиной стенки h = 5 мм при различных значениях температур окружающей среды и рабочей среды трубопровода.

На рис. 1. представлена геометрия РизурБокс-С-Т-7, построенная с использованием препроцессора GAMBIT для проведения дальнейших расчетов с помощью программного модуля ANSYS FLUENT [3].

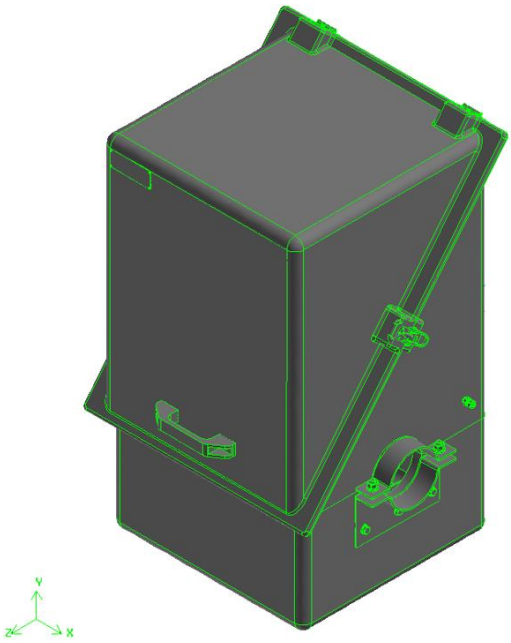


Рис. 1. Геометрия РизурБокс-С-Т-7

Численный расчет распространения тепла внутри термошкафа реализуется с использованием метода контрольных объемов на основе неявной разностной схемы [2]. В рассматриваемой семислойной конструкции термошкафа толщина каждого из слоев принята следующей: 1 слой (вспененный полиэтилен) – 20 мм; 2 слой (воздух) – 159,5 мм; 3 слой (сталь класса прочности К48) – 5 мм; 4 слой (нефтегазоводяная смесь) – 111 мм; 5 слой (сталь класса прочности К48) – 5 мм; 6 слой (воздух) – 503,3 мм; 7 слой (вспененный полиэтилен) – 25 мм.

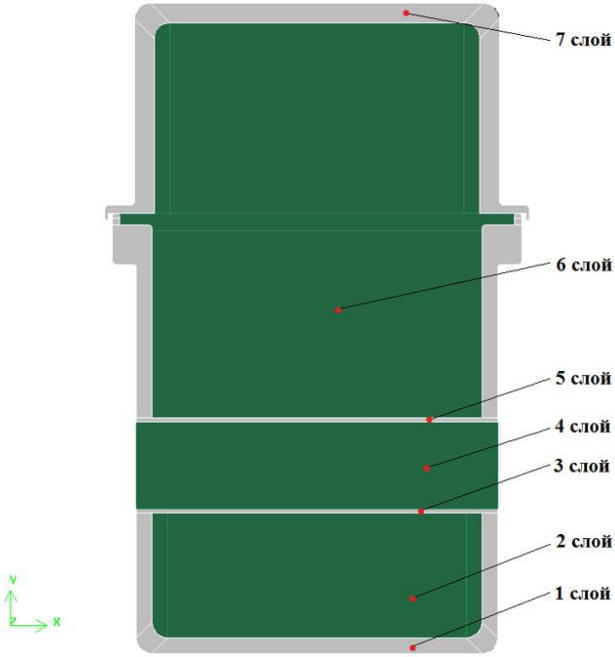


Рис. 2. Семислойная конструкция термошкафа

В начальный момент времени все семь слоев конструкции имеют одинаковую температуру T_0 = T_out. Температура нефтегазоводяной смеси T_oil поддерживается постоянной. На границах контакта с нефтегазводяной смесью рассматриваются граничные условия I рода. В зонах контакта остальных слоев конструкции действуют граничные условия

IV рода. Граничные условия III рода рассматриваются при выходе из области, где наблюдается теплообмен с внешней средой. Мы провели расчет распространения тепла внутри термошкафа при низких температурах окружающей среды (-51 °C, -55 °C, -60 °C) и заданных температурах рабочей среды в трубопроводе (+15 °C, +10 °C, +5 °C).

Таблица 1

Теплофизические характеристики используемых в модели материалов

Название материала	Плотность, ρ (кг/м^3)	Удельная теплоемкость, C_p (Дж/кг·°C)	Коэффициент теплопроводности, λ (Вт/м·°C)
Вспененный полиэтилен	200	1950	0,035
Воздух	1,225	1006,43	0,0242
Сталь класса прочности К48	8030	502,48	16,27
Нефтегазоводяная смесь	880	2120	45,4

Результаты

При моделировании распространения тепла внутри термошкафа мы замеряем температуру в точке контроля T_1. В табл. 2 приведены значения температуры в точке контроля при разных T_{out} и T_{oil}.

Таблица 2

Значения температуры в точке контроля при диаметре трубопровода 111 мм

T_{out}, ℃	T_{oil}, ℃		
	5 ℃	10 ℃	15 ℃
−51 ℃	$T_1 = -24{,}51$ ℃	$T_1 = -23{,}18$ ℃	$T_1 = -22{,}61$ ℃
−55 ℃	$T_1 = -29{,}48$ ℃	$T_1 = -27{,}54$ ℃	$T_1 = -25{,}29$ ℃
−60 ℃	$T_1 = -32{,}38$ ℃	$T_1 = -30{,}27$ ℃	$T_1 = -28{,}05$ ℃

Заключение

В результате работы мы разработали цифровую модель, с помощью которой можно осуществлять анализ не только в рамках исходной задачи – замена дополнительного электрообогрева термошкафа пассивным, но и обоснованно выбирать оборудование, устанавливаемое внутри термошкафа в зависимости от температуры рабочей среды трубопровода, температуры окружающей среды.

Список литературы

1. Термошкафы стеклопластиковые РизурБокс-С-Т (RizurBox-C-T) диагонального раскрытия с поддоном. – URL: https://rizur.ru/catalog/termoshkafy/termoshkafy-stekloplastikovye-diagonalnogo-raskrytiya-s-poddonom/

2. Кольцова Э.М., Скичко А.С., Женса А.В. Численные методы решения уравнений математической физики и химии : учебник для вузов – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2025. – 220 с.

3. ANSYS FLUENT 12.0 User's Guide. – URL: https://www.afs.enea.it/project /neptunius/docs/fluent/html/ug/main_pre.htm

УДК 532.685

Влияние неоднородности коэфициентов упругости на двухфазное течение в деформирмируемой пористой среде

Я.П. Цесельская, Д.О. Диль
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
АО «Томский научно-исследовательский и проектный институт нефти и газа»,
Россия, г. Томск, пр. Мира, 72, 634027
E-mail: yanazeselskaya@mail.ru

Influence of heterogeneity of elasticity coefficients on two-phase flow in deformable porous medium

Y.P. Tseselskaya, D.O. Dil
Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
Tomsk Research and Design Institute of Oil and Gas, Russia, Tomsk, Mira str., 72, 634027
E-mail: yanazeselskaya@mail.ru

Abstract. *This article presents an analysis of the two-phase flow in a porous medium taking into account stress-strain state. Numerical realization is performed using the control volume method and the first-order upwind scheme for the flow step and the finite element method for the geomechanics step. The main characteristics of deformability of the considered medium are Young's modulus and Poisson's ratio. The study was carried out using different values of Young's modulus and Poisson's ratio to determine the effect on two-phase flow.*
Key words*: two-phase flow, porous medium, geomechanics, Young's modulus, Poisson's ratio.*

Введение

Математическая модель многофазного потока в подземном пористом пространстве представляется в виде совокупности уравнений состояния, свойств пласта и относительных проницаемостей. При моделировании важно учитывать напряжено-деформируемое состояние рассматриваемого нефтегазонасыщенного пласта, т.к. в естественных условиях на данные пласты осуществляется нагрузка вышележащих пород, приводящая к искривлениям, деформируемости, микротрещинам порового пространства, что может оказывать существенное влияние на характер течения многофазного потока.

Целью данной работы является численная реализация математической модели двухфазной фильтрации с учетом напряжено-деформируемого состояния пористой среды. В данной работе проведено исследование по оценке влияния модуля Юнга и коэффициента Пуассона, которые являются основными характеристиками деформируемости рассматриваемой среды. Дополнительно произведены сравнения полученных результатов с учетом разнородных и неизменных значений.

Математическая модель

Модель двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей в недеформируемом пласте основана на законах сохранения массы (уравнении неразрывности) и импульса (обобщенном законе Дарси) в дифференциальной форме соответственно [1]

$$\rho_l \varphi \frac{\partial s_l}{\partial t} + \rho_l div(\boldsymbol{w}_l) = q_l,$$

$$\boldsymbol{w}_l = -\boldsymbol{K}\lambda_l(s)\nabla p,$$

где $l=\{w,o\}$ – обозначение фазы воды и нефти соответственно, ρ_l – плотность соответствующей фазы; t – время; φ – пористость среды; s_w – эффективная влагонасыщенность (меняется от 0,2 до 0,85), $s_o=1-s_w$; $\boldsymbol{w}_l$ – скорость фильтрации соответствующей фазы; $\boldsymbol{K}$ – тензор проницаемости среды; $\lambda_l(s_l)=\dfrac{k_l(s_l)}{\mu_l}$ – мобильность; $k_l(s_l)$ и μ_l – относительная проницаемость и вязкость соответствующей фазы; p – давление нефти; q_l – источниковый член.

Связанная гидродинамическая модель с учетом геомеханических свойств среды соответствует системе дифференциальных уравнений, в которой напряженно-деформируемое состояния включает уравнение общего равновесия системы с учетом гравитационных эффектов и обобщенного закона Гука [2].

$$b\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial t}+\frac{1}{M}\frac{\partial p}{\partial t}+\operatorname{div}(\boldsymbol{w}_l)=0,$$

$$\rho_b\boldsymbol{g}+div(\boldsymbol{\sigma})=0,$$

$$\boldsymbol{\sigma}=c\boldsymbol{\varepsilon}-bp\boldsymbol{I},$$

где $b=1-\dfrac{K_{dr}}{K_s}$ – коэффициент Био; K_{dr} – осушенный объемный модуль; K_s – объемный модуль твердых частиц; ε_v – объемная деформация; $\dfrac{1}{M}=\varphi c_l+\dfrac{b-\varphi}{K_l}$ – модуль Био; c_l – сжимаемость соответствующей жидкой фазы; K_l – объемный модуль соответствующей жидкой фазы; $\rho_b=\varphi\rho_l+(1-\varphi)\rho_s$ – объемная плотность; ρ_s – плотность пористой среды; $\boldsymbol{g}$ – вектор гравитационных сил; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций; $\boldsymbol{I}$ – единичный тензор; c – матрица жесткости, которая с учетом плоских напряжений и изотропности среды имеет вид

$$c=\begin{pmatrix} c_0 & c_1 & 0\\ c_1 & c_0 & 0\\ 0 & 0 & G\end{pmatrix},$$

где $c_0=\dfrac{\mathrm{E}(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $c_1=\dfrac{\mathrm{E}\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $G=\dfrac{\mathrm{E}}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига; E – модуль Юнга в диапазоне $\left[2\cdot10^9\,\text{Па};2\cdot10^{10}\,\text{Па}\right]$; ν – коэффициент Пуассона в диапазоне $[0{,}18;0{,}40]$. Принятые значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона соответствуют определенному типу грунта [3].

Граничные условия

В данной работе исследования проведены в двумерной пористой среде длиной L_x, равной 600 м, и шириной L_y, равной 300 м. При дискретизации для данной области используется равномерная сетка с шагом l_{xy}, равным 10 м. На рис. 1 представлена схема расчетной области, для которой границы являются непроницаемыми, поток осуществляется слева направо, левая и нижняя границы являются неподвижными, сверху осуществляется нагрузка вышележащих пород, а также используются следующие граничные условия:

$$s(x,y,t=0)=s_0=0{,}2,\ p(x,y,t=0)=p_0=28\cdot10^7\,Па,\ 0<x<L_x,\ 0<y<L_y,$$

$$q_{left}: \ s_{\max} = 0,85, \ p_{\max} = 28 \cdot 10^7 \text{ Па},$$

$$q_{right}: \ s_{\min} = 0,2, \ p_{\min} = 10^6 \text{ Па}.$$

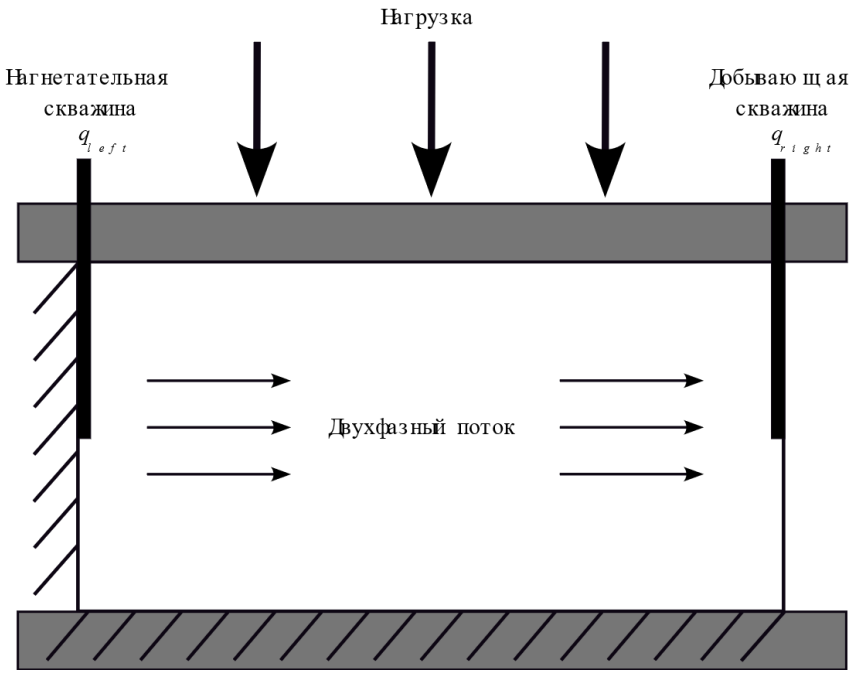


Рис. 1. Схема расчетной области

Заключение

Проведенные исследования подтверждают, что разнородности модуля Юнга и коэффициента Пуассона оказывают существенное влияние на характер течения в областях рассматриваемой среды с наибольшими значениями, которые соответствуют мало сжимаемой породе. В данных областях наблюдаются низкие скорости многофазного потока, что приводит к увеличению времени водяного прорыва.

Список литературы

1. Contreras F.R.L. et al. A cell-centered multipoint flux approximation method with a diamond stencil coupled with a higher order finite volume method for the simulation of oil–water displacements in heterogeneous and anisotropic petroleum reservoirs // Computers and Fluids. – 2016. – Vol. 127. – P. 1–16.

2. Kim J., Tchelepi H.A., Juanes R. Stability and convergence of sequential methods for coupled flow and geomechanics: Drained and undrained splits // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2011. – Vol. 200, Iss. 23. – P. 2094–2116.

3. Yin Sh. et al. A new method for assessing Young's modulus and Poisson's ratio in tight interbedded clastic reservoirs without a shear wave time difference // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2016. – Vol. 36. – P. 267–279.

УДК 004.021

Алгоритм HHL: обзор, принцип работы, примеры использования

Д.С. Амирханов
Научный руководитель: к.ф.-м.н. Б.С. Мерзликин
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: dsa30@tpu.ru

HHL algorithm: overview, operating principle, examples of use

D.S. Amirkhanov
Scientific Supervisor: Ph.D. B.S. Merzlikin
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: dsa30@tpu.ru

Abstract. *We consider a short overview of the quantum algorithm Harrow-Hasidim-Lloyd (HHL) for solving system of linear equations. We provide a mathematical formulation of the algorithm, the corresponding quantum circuit, and discuss examples of application the algorithm to solve a system of linear equations. We implement the algorithm under consideration using a simulation quantum computer, the results of simulation we compare with the classical solution algorithm for linear systems.*

Key words*: Quantum computing, qubit, computational complexity, solutions of systems of linear equations.*

Введение

Системы линейных алгебраически уравнений (СЛАУ) играют огромную роль в науке и часто встречаются в физике, биологии, экономике, инженерных задачах. Классические способы решения СЛАУ размера $N \times N$, например, методы Гаусса и Крамера, требуют полиномиального времени для решения, то есть имеют вычислительную сложность $O(n^3)$ и $O(n^4)$ соответственно. В случае больших систем уравнений получить решение за разумное время не представляется возможным: к таким задачам можно отнести, например, моделирования потока в трещинах горной породы [1] или алгоритмы машинного обучения [2]. В таких ситуациях полностью раскрывается преимущество квантовых вычислительных алгоритмов перед классическими, поскольку они способны обеспечить экспоненциальное ускорение при решении некоторых задач. К таким алгоритмам относится алгоритм Харроу-Хассидим-Ллойда (HHL), который, при условии разряженной СЛАУ с числом обусловленности k, имеет вычислительную сложность $O(\log(N)\,k^2)$, где N – число переменных в СЛАУ [3].

Цель работы – изучение работы алгоритма HHL и его моделирование на классическом компьютере.

Экспериментальная часть

СЛАУ может быть представлена следующим образом:

$$A\vec{x} = \vec{b}, \tag{1}$$

где A – матрица размера $N \times N$, $\vec{x}$ и $\vec{b}$ – вектора размерности N. Для простоты предполагается, что $N = 2^n$, где n – число кубит в квантовой схеме. $\vec{x}$ – неизвестный вектор, A и $\vec{b}$ известны. Тогда, вектор $\vec{x}$ может быть найдет просто как:

$$\vec{x} = A^{-1}\vec{b} \tag{2}$$

Предполагается, что матрица A эрмитова. В случае квантовых алгоритмов (1) может быть переписано в нотациях Дирака, а именно $A|x\rangle = |\mathrm{b}\rangle$, тогда (2) запишется как $|x\rangle = A^{-1}|b\rangle$.

Далее кратко рассмотрим математические основы алгоритма HHL, на рис. 1 приведена схема данного квантового алгоритма.

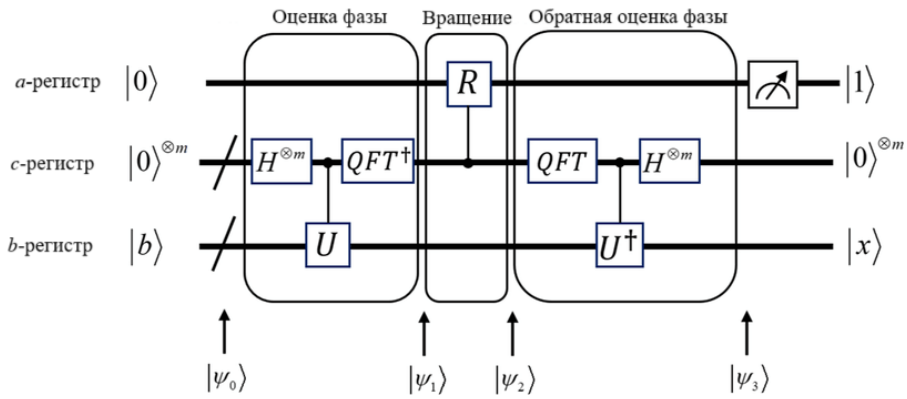


Рис. 1. Схема квантового алгоритма HHL [4]

Первым этапом алгоритма является приготовление состояния, в результате чего состояние системы будет:

$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle|0\rangle^{\otimes m}|b\rangle \tag{3}$$

Вторым идет модуль алгоритма квантовой оценки фазы (QPE): тактовые кубиты переводятся в состоянии суперпозиции при помощи гейта Адамара H, затем к кубитам b-регистра применяется оператор управляемого вращения U, кубиты c-регистра являются контрольными. Последней операцией в рамках QPE являются операция обратного квантового преобразования Фурье ($IQFT$ или $QFT^{\dagger}$), применяемого к кубитам c-регистра, в результате чего состояние системы после QPE запишется следующим образом:

$$|\Psi_1\rangle = \sum_{j=1}^{N} \beta_j \, |\phi_j\rangle|u_j\rangle|0\rangle \tag{4}$$

Следующий этап: операция управляемого вращения R, переводящая систему в следующее состояние:

$$|\Psi_2\rangle = \sum_{j=1}^{N} \beta_j \left(\sqrt{1 - {\mathrm{C}^2}/{\phi_j^2}}\,|0\rangle + {C}/{\phi_j}\,|1\rangle \right) |\phi_j\rangle|u_j\rangle|0\rangle \tag{5}$$

Последним блоком является блок обратной квантовой оценки фазы, который переводит систему в состояние:

$$|\Psi_3\rangle = \sum_{j=1}^{N} \beta_j \left(\sqrt{1 - {\mathrm{C}^2}/{\phi_j^2}}\,|0\rangle + {C}/{\phi_j}\,|1\rangle \right) |0\rangle^{\otimes m}|u_j\rangle|0\rangle \tag{6}$$

Как итог, в том случае, если кубит из a-регистра измеряется как $|1\rangle$, кубиты b-регистра коллапсируют в $|x\rangle = C\sum_{j=1}^{N}\left({\beta_j}/{\phi_j}\right)|u_j\rangle$. Таким образом, получаем исходный вектор $\vec{x}$, определяемый с точностью до нормировочной константы C [4, 5].

Моделирование алгоритма будет проводится на классическом компьютере на языке программирования Python, с использованием библиотеки для имплементации квантовых вычислений Qiskit. Для получения классического решения использовалась библиотека Scipy. В целях тестирования была взята следующая система линейных уравнений:

$$\begin{gathered} 2x_1 + (1+i)x_2 + (9+2i)x_3 = 4+i \\ (1-i)x_1 + 5x_2 + (4+6i)x_3 + (3-2i)x_4 = 1 \\ (9-2i)x_1 + (4-6i)x_2 + 10x_3 + (1+7i)x_4 = -i \\ (3+2i)x_2 + (1-7i)x_3 + 4x_4 = 7+3i \end{gathered} \qquad (*)$$

Как было указано выше, систему уравнений в матричной форме можно представить как (1). Необходимо найти решение в виде вектора (2).

Результаты

Рассмотрим результаты работы классического алгоритма (с точностью до тысячных):

$$\vec{x}_c = (1.863 - 1.441i, \quad -0.633 - 0.482i, \quad 0.154 - 0.514i, \quad 1.033 + 1.588i)$$

Подставляя полученное решение в (*), получим тождество. Далее рассмотрим результаты работы алгоритма HHL. В этом случае получим следующий результат:

$$\vec{x}_{hhl} = (0.320 - 0.248i, \quad -0.108 - 0.083i, \quad 0.027 - 0.088i, \quad 0.118 + 0.059i)$$

На первый взгляд кажется, что результаты работы алгоритма HHL абсолютно не сходятся с решением, которое нашел классический алгоритм, и подстановка в (*) тождества не дает. Но данный алгоритм не находит точное решение СЛАУ, а возвращает *функцию* вектора решения, которая, в общем случае, связана с самим вектором решения через константу. Для того, чтобы избавиться от влияния констант на выходное решение, вектор $\vec{x}_{hhl}$ на соответствующую ему норму, после чего умножим полученный вектор на соответствующую ему евклидову норму *полного* вектора решения, тогда получим:

$$\vec{x}_{hhl} = (1.866 - 1.442i, \quad -0.631 - 0.481i, \quad 0.154 - 0.514i, \quad 1.033 + 1.586i)$$

Видим, что результаты практически одинаковы. Также можем оценить количество гейтов в алгоритме для решения СЛАУ $n \times n$. Результаты оценки указаны в табл. 1.

Таблица 1

Количество квантовых гейтов, необходимых для СЛАУ различного размера

Размер СЛАУ	2 × 2	4 × 4	8 × 8	16 × 16
Количество квантовых гейтов, необходимых для реализации HHL	334	2593	34008	403899

Заключение

В результате работы был изучен алгоритм HHL для решения СЛАУ на квантовом компьютере. Была проведена имплементация данного алгоритма на классическом компьютере, проведено сравнение результата работы классического алгоритма СЛАУ с работой имплементации HHL. Также важно отметить, что на существующих квантовых компьютерах невозможно реализовать алгоритм HHL, поскольку он требует большого количества квантовых гейтов для реализации.

Список литературы

1. Henderson J.M. и др. Quantum algorithms for geologic fracture networks // Scientific Reports. – 2023. – № 1 (13). – P. 2906.

2. Aggarwal C.C., AggarwalL F. Lagerstrom-Fife. Linear algebra and optimization for machine learning. – Cham : Springer International Publishing, 2020. – P. 156.

3. Ambainis A. Variable time amplitude amplification and quantum algorithms for linear algebra problems // 29th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2012), February 29th - March 3rd, 2012, Paris, France, 2012. – P. 636–647.

4. Gao F. et al. Hybrid algorithms to solve linear systems of equations with limited qubit resources // Quantum Information Processing. – 2022. – № 3 (21). – P. 111.

5. Jr H.J.M., Zaman A., Wong H.Y. Step-by-Step HHL Algorithm Walkthrough to Enhance the Understanding of Critical Quantum Computing Concepts // IEEE Access. – 2023. – Vol. 11. – P. 77117–77131.

УДК 519.6

Вычисление статистического спрэда методом Ньютона-Рафсона

Р.И. Андриив
Научный руководитель: к.ф.-м.н. Б.С. Мерзликин
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ria5@tpu.ru

Calculation of Statistical Spread Using Newton-Raphson Method

R.I. Andriiv
Scientific Advisor: Ph.D. in Physics and Mathematics B.S. Merzlikin
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ria5@tpu.ru

Abstract. *The statistical spread, defined as the difference between asset returns or prices, is a vital metric in financial analysis, particularly for pair trading and risk assessment. Traditional autoregressive models, such as AR(1) defined by* $S_t = c + \phi S_{t-1} + \epsilon_t$*, model spread dynamics using past values, with parameters estimated via the Newton-Raphson method for rapid convergence. However, these models often falter with nonlinear financial time series like Forex data. This study develops a program integrating AR models (AR(1), AR(2), ARX) with neural networks to enhance forecasting accuracy. Using Forex data accessed via APIs, the program collects and processes data, implements autoregressive models, applies the Newton-Raphson method for parameter estimation, and employs neural networks for predictions. The approach evaluates exogenous factors' impact, aiming for a hybrid model that outperforms standalone methods. Results suggest improved spread forecasting, valuable for financial analytics.*

Key words: *statistical spread, Newton-Raphson method, autoregressive models.*

Введение

Статистический спрэд, определяемый как разница между доходностями или ценами активов, является важным показателем в финансовом анализе, особенно при разработке стратегий парного трейдинга и оценки рисков. Традиционные подходы к моделированию спрэда, такие как авторегрессионные модели (AR), позволяют описывать его динамику через зависимость от прошлых значений. Например, модель AR(1) задается как $X_t = c + \varphi X_{t-1} + \epsilon_t$, где X_t – спрэд в момент времени (t), (c) – константа, ϕ – коэффициент авторегрессии, а ϵ_t – случайная ошибка. Расширение до AR(2) или моделей с экзогенными переменными (ARX) увеличивает гибкость анализа, позволяя учитывать более сложные зависимости и внешние факторы, такие как макроэкономические индикаторы или рыночные индексы.

Для оценки параметров этих моделей часто используется метод Ньютона-Рафсона – итеративный численный метод, основанный на формуле $x_{n+1} = x_n - f'(x_n) / f''(x_n)$, который обеспечивает быструю сходимость при оптимизации функции правдоподобия. Однако традиционные авторегрессионные модели имеют ограничения в прогнозировании сложных нелинейных временных рядов, таких как данные с финансовых бирж (например, Forex), где присутствуют шумы, тренды и влияние множества факторов.

Современные подходы к анализу данных активно интегрируют искусственный интеллект (ИИ), включая нейронные сети, которые способны выявлять скрытые зависимости и адаптироваться к изменениям в данных. Комбинирование классических методов, таких как метод Ньютона-Рафсона, с нейросетями открывает перспективы для повышения точности прогнозов спрэда и анализа влияния внешних факторов. В частности, данные с рынка (например, Forex), характеризующиеся высокой волатильностью и доступностью (например, через API брокеров), представляют собой идеальный объект для такого исследования.

Существующие исследования в области авторегрессии и машинного обучения (Hamilton, 1994; Goodfellow et al., 2016) показывают, что гибридные модели могут превосходить как чисто статистические, так и чисто нейросетевые подходы. Однако остаются вопросы оптимального сочетания этих методов, выбора архитектуры нейросетей и обработки экзогенных факторов в реальном времени.

Формулировка задачи

Целью исследования является разработка программы для вычисления статистического спрэда методом Ньютона-Рафсона с использованием данных с биржи Forex и интеграцией авторегрессионных моделей и нейронных сетей для прогнозирования.

Задача включает следующие подцели:

1. Сбор и обработка данных:
   a) Извлечение исторических данных о спрэде (например, разницы между ценами Bid и Ask для валютных пар, таких как EUR/USD) с рынка (например, Forex) через публичные API (например, MetaTrader или Alpha Vantage).
   b) Подготовка экзогенных переменных (курсы валют, процентные ставки, индексы волатильности).
2. Реализация авторегрессионных моделей:
   a) Построение моделей AR(1) (рис. 1), AR(2) (рис. 2) и ARX с различным количеством лагов для описания динамики спрэда.
   b) Оценка параметров ((c), ϕ, β) методом Ньютона-Рафсона путем максимизации функции правдоподобия.
3. Анализ и прогнозирование:
   a) Сравнение точности прогнозов авторегрессионных моделей и нейросети по метрикам (MAE, RMSE).
   b) Оценка влияния внешних факторов (например, новостей или макроэкономических данных) на спрэд.
4. Программная реализация:
   a) Создание программы на Python с использованием библиотек numpy, scipy (для метода Ньютона-Рафсона), pandas (для обработки данных).
   b) Обеспечение возможности визуализации результатов (графики спрэда, прогнозов, влияния факторов).
5. Интеграция нейронной сети:
   a) Разработка архитектуры нейросети для обучения на данных спрэда и экзогенных факторов.
   b) Обучение нейросети для прогнозирования будущих значений спрэда с учетом результатов авторегрессии.

Ожидаемый результат – программа, способная:

– вычислять спрэд на основе биржевых данных методом Ньютона-Рафсона;
– моделировать его динамику с помощью авторегрессии;
– прогнозировать будущие значения с использованием нейросети;
– демонстрировать влияние экзогенных факторов.

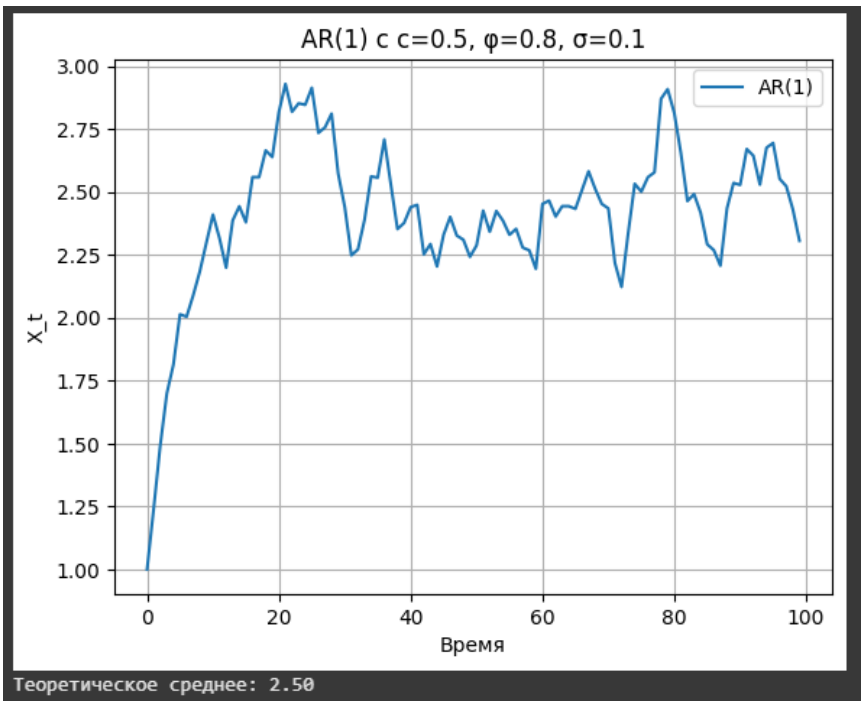


Рис. 1. Модель первого порядка (AR(1))

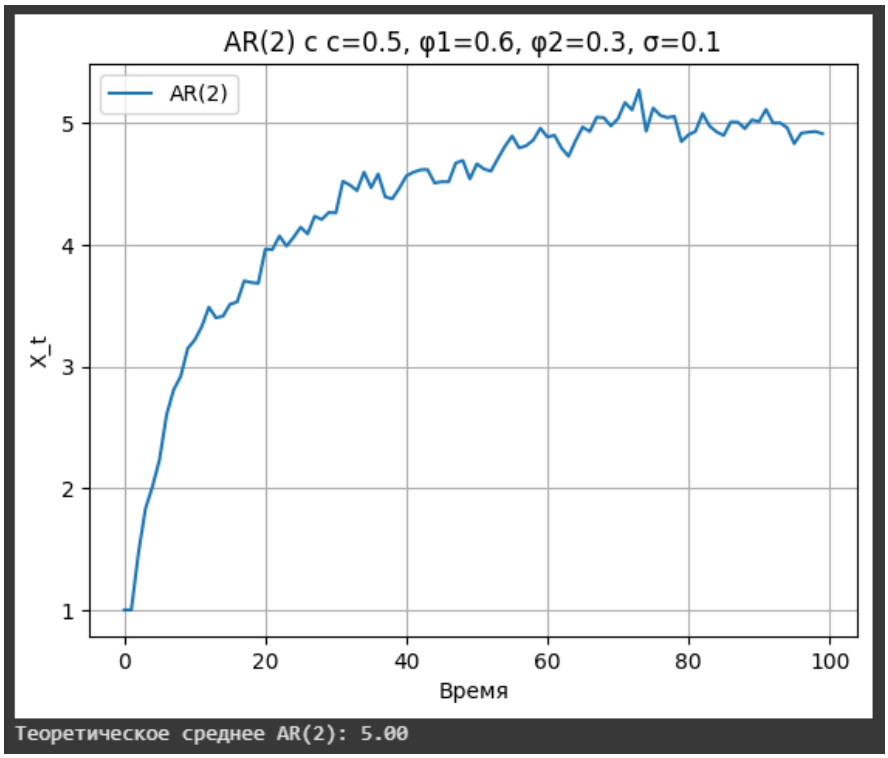


Рис. 2. Модель второго порядка (AR(2))

Заключение

Данное исследование вносит вклад в развитие фундаментальных наук, объединяя классические статистические методы с современными подходами ИИ для анализа финансовых временных рядов, что имеет как теоретическую, так и практическую значимость для прогнозирования рыночных процессов.

УДК 615.46

Статистическая обработка данных поверхностных свойств биосовместимых материалов после обработки поверхности

А.Д. Аргоева
Научный руководитель: профессор, д.т.н. Е.О. Филиппова
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ada21@tpu.ru

Statistical processing of surface properties of biocompatible materials after surface treatment

A.D. Argoeva
Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.O. Filippova
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ada21@tpu.ru

Abstract. *In the study, we performed the surface roughness after exposure to low-temperature plasma.*
Key words: *Roughness, biocompatibility, statistical processing.*

Введение

Развитие медицины и технологий требует создания новых материалов с улучшенными свойствами. Биосовместимые материалы играют важную роль во многих отраслях науки [1–3]. Одним из ключевых параметров, влияющих на биосовместимость, является шероховатость поверхности материала – это характеристика микрорельефа поверхности, которая определяет её механические, оптические и химические свойства. Она оказывает значительное влияние на адгезию, смачиваемость, трение и другие характеристики взаимодействия материала с окружающей средой. Для модификации поверхностных свойств материалов часто используют плазменную обработку [4].

Цель работы – провести сравнительный анализ данных поверхностных свойств биосовместимых материалов после воздействия на поверхность плазмой.

Экспериментальная часть

В целях придания материалу разрабатываемых изделий гидрофильных свойств поверхность образцов обрабатывалась низкотемпературной плазмой с использованием экспериментальной установки низкотемпературной плазмы (ТПУ).

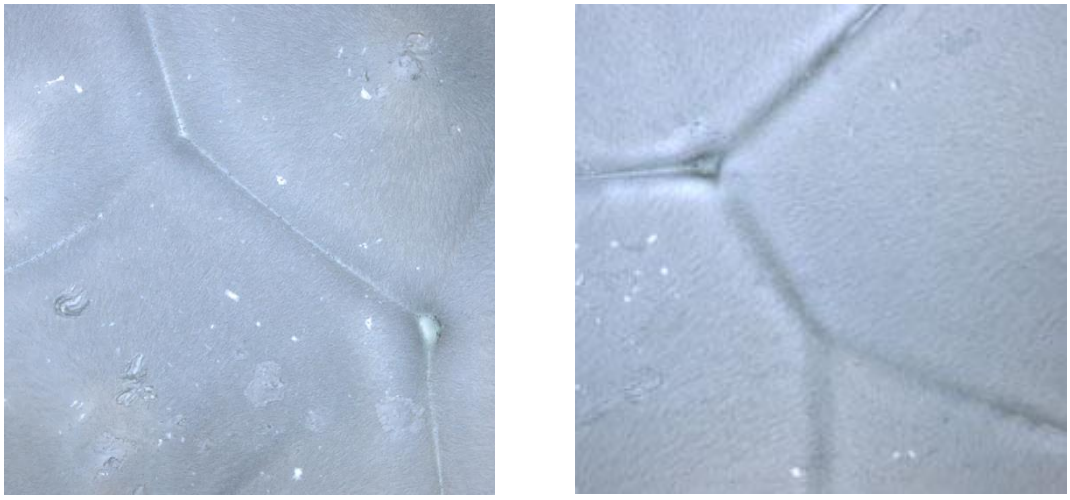
Диэлектриком служило стекло толщиной 1 мм. Напряжение – 25 кВ, частота – 5 кГц. Плотность мощности составляла 2 Вт/см2. Температура поверхности при воздействовали плазмы 35 °С–40 °С, величина потока воздуха – 1 л/мин, значения атмосферного давления при модификации составляло 743–758 мм.рт.ст. Расстояние между электродами было 0,5 мм. Для удаления загрязнений, образцы, предварительно, промывались в спирте. Время воздействия плазмой составляло 30 с.

Пленки из поликапролактона получали из 1 % раствора поликапролактона с молекулярным весом, Mw = 80000 г/моль (Sigma-Aldrich, Англия). 10 и 12 грам.

Топография поверхности материала исследовалась на комплексном корреляторе оптических, спектральных и топографических свойств поверхности объектов «Centaur HR» (ООО “Нано Скан Технология”, Россия) и на атомно-силовом микроскопе (АСМ) «Solver-HV» (NT-MDT, Россия) в полуконтактом режиме работы. Для измерения примени кантилевер марки NSG11 (“NT-MDT”) с радиусом закругления острия иглы 10 нм. Профиль шероховатости поверхности строился с точностью до 1 нм в программе Gwyddion и Origin 9.0. Расчет параметров шероховатости, описывающих топографию поверхности, проводился согласно ГОСТ 2789-73 и ISO 4287:1997. Для количественной оценки шероховатости

поверхности использовались параметры Среднее отклонения профиля Ra, Среднеквадратичное отклонения профиля Rq, Шаг неровностей профиля Sm, Максимальная шероховатость Ry, Среднеквадратичная длина волны профиля λq согласно ГОСТ 2789-73 и

На рис. 1 представлены АСМ изображения, полученные до и после обработки поверхности поликапролактона плазмой.



а) *б)*

Рис. 1. АСМ изображения поверхности поликапролактона: а) до обработки плазмой; б) после обработки плазмой

Результаты

Для статистической обработки данных шероховатости поверхности проведено сравнение основных параметров (табл. 1), что показало увеличение шероховатости и неоднородности структуры поверхности.

Таблица 1

Сравнение параметров шероховатости

Параметр	Исходный	Опыт 1	Опыт 2
Среднее отклонения профиля Ra, нм	28,8 ± 8,1	55,5 ± 22,6	35,8 ± 2,8
Среднеквадратичное отклонения профиля Rq, нм	58,0 ± 40,7	79,2 ± 34,5	50,9 ± 4,7
Шаг неровностей профиля Sm, мкм	2,7 ± 0,1	2,7 ±0,2	2,2 ± 0,1
Максимальная шероховатость Ry, нм	339,8 ± 71,7	383,7 ± 90,7	522,0 ±82,6
Среднеквадратичная длина волны профиля λq, мкм	2,5 ± 0,2	2,5 ± 0,2	2,1 ± 0,1

Примечание: Опыт 1–10 гр. поликапролактона после плазмы 30 сек; Опыт 2–12 грамм поликапролактона после плазмы 30 сек.

Для каждого критерия рассматриваемых поверхностей проводилась оценка нормальности распределения с помощью теста Колмогорова-Смирнова, а затем в зависимости от нормальности выборки находился коэффициент корреляции. В большинстве случаев, наблюдаемая корреляция между показателями шероховатости до и после обработки близка к нулю. Это означало, что изменения в шероховатости после обработки не связаны с исходными значениями, то есть, в данном случае, обработка плазмой имело значительное влияние на свойства поверхности, независимо от ее начального состояния.

Также проводился анализ с использованием методов статистического описания и проверки гипотез. При всех видах статистического анализа уровень значимости составлял двух выборок принималась намного меньше раз, чем H_1 гипотеза о различии между

выборками, что указывает на наличие статистически значимой разницы между образцами до и после обработки. Это подтверждало, что обработка плазмой приводит к значительным изменениям в шероховатости поверхности.

Заключение

Обработка материала низкотемпературной плазмой приводит к статистически значимому увеличению показателей шероховатости поверхности. Это может свидетельствовать об изменении микроструктуры поверхности материала после обработки поверхности плазмой.

Список литературы

1. Ulery B.D., Nair L.S. Biomedical applications of biodegradable polymers // Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics. – 2011. – Vol. 49, № 12. – P. 832–864.
2. Ikada Y., Tsuji H. Biodegradable polyesters for medical and ecological applications // Macromolecular Rapid Communications. – 2000. – Vol. 21, № 3. – P. 117–132.
3. Guarino V., Gennaro G. Polycaprolactone: synthesis, properties, and applications // Encyclopedia of Polymer Science and Technology. – 2017. – P. 1–36.
4. Chu P.K., Chen, J.Y., Wang, L.P., Huang, N. Plasma-surface modification of biomaterials // Materials Science and Engineering: R: Reports. – 2002. – Vol. 36, № 5. – P. 143–206.

УДК 372.851

Исследование стереотипности и энтропии Шеннона стимулов, связанных с математикой

А.О. Аспомбитова
Научный руководитель: профессор, д.т.н. Е.О. Филиппова
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: aoa19@tpu.ru

A study of stereotypy and Shannon entropy of stimuli related to mathematics

A.A. Aspombitova
Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.O. Filippova
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: aoa19@tpu.ru

Abstract. *In the present study, we performed the stereotypical thinking and Shannon entropy of responses to mathematical stimuli in the linguistic consciousness of technical university students. The study involved 170 students. The participants were divided into 2 groups: Group 1 – part of the practical classes on introduction to mathematical analysis was conducted in a game form – 75 people; Group 2 – practical classes were conducted in a traditional form – 95 people.*
The collected responses were preprocessed, including segmentation, lemmatization, synonym unification, and removal of stop words. Shannon entropy was calculated to assess the diversity of responses, while stereotypical thinking was measured as the inverse of entropy. The Shapiro-Wilk test was applied to check data normality, and the Mann-Whitney U test was used to evaluate statistical differences between the groups.
The results showed that the experimental group demonstrated slightly higher stereotypical thinking (mean value: 5.09 vs. 4.98) and slightly lower Shannon entropy (0.20 vs. 0.21) compared to the control group. The most significant difference was observed for the stimulus "I am solving math problems", where the control group exhibited higher entropy. However, statistical analysis revealed no significant differences between the groups.
These findings suggest that game-based learning may contribute to the formation of more structured and standardized problem-solving strategies, reinforcing stereotypical responses.
Key words: *associative experiment, associations, linguistic consciousness, Shannon entropy.*

Введение

Математика – является сложным предметом для понимания и изучения студентами технических ВУЗов. Привычные методы обучения кажутся многим скучными, однообразными и трудными. Применение игрового подхода в обучение может поднять мотивацию студентов, улучшить их отношение к предмету и успеваемость [1].

Цель – исследовать стереотипность и энтропию Шеннона реакций на стимулы, связанные с математикой в языковом сознании студентов технического университета по данным свободного ассоциативного эксперимента.

Экспериментальная часть

В исследовании приняли участие 170 студентов. Участники были разделены на 2 группы: 1 группа – часть практический занятий была проведена в игровой форме – 75 человек; 2 группа – практические занятия были проведены в традиционной форме – 95 человек. Каждому участнику эксперимента была предложена анкета на свободное ассоциирование со следующими стимулами: «Математика – это»; «Высшая математика для меня»;

«Математический анализ», «Решать задачи я», «На занятии по высшей математике», «Контрольные по математике я», «Лекции по математике вызывают у меня».

Перед всеми расчетами была проведена обработка полученных реакций на стимулы: сегментация текста, расшифровка сокращений, объединение «не» с последующими словами, удаление стоп-слов, лемматизация, стемминг и объедение синонимов. Лемматизация проводилась с помощью библиотеки pymystem3-Python-обёртка для Yandex.Mystem. Для объединения эквивалентных слов и нахождение синонимов было реализовано помощью сервиса «API «Яндекс.Словарь». Ответы, в которых не было слов и были попытки написать математические, физические формулы были отнесены к категории «Формулы». Ответы, в которых были рисунки, отнесены к категории «Рисунки».

Энтропия Шеннона была вычислена по формуле [2]:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i, \quad (1)$$

где p_i – вероятность появления конкретной реакции.

Стереотипность вычислялась по формуле:

$$\frac{1}{H}, \quad (2)$$

где H – энтропия Шеннона.

Для проверки гипотезы о нормальности распределения был использован тест Шапиро-Уилка, реализованного с использованием библиотеки SciPy. Для оценки достоверности межгрупповых различий использовали U-критерий Манна-Уитни и t-критерий Стьюдента [3, 4]. Различия считались статистически значимыми при $p < 0{,}05$.

Результаты

В табл. 1 приведены результаты показателей стереотипности и энтропии Шеннона для экспериментальной и контрольной групп по семи стимулам. Согласно полученным результатам, среднее значение стереотипности в экспериментальной группе чуть выше: 5,09 против 4,98, и соответственно, среднее значение энтропия Шеннона экспериментальной группы чуть ниже: 0,20 против 0,21. Самое значительная разница между значениями выявлено для стимула «Решать задачи я», где энтропия в контрольной группе выше. Однако, согласно сравнительному анализу статистически значимых различий между экспериментальной и контрольной группами не выявлено.

Таблица 1

Показатели стереотипности и энтропии Шеннона для экспериментальной и контрольной групп по семи стимулам

Стимул	Энтропия Шеннона		Стереотипность	
	Экспериментальная группа	Контрольная группа	Экспериментальная группа	Контрольная группа
Математика – это	0,19	0,17	5,32	5,85
Высшая математика для меня	0,18	0,20	5,59	5,01
Математический анализ	0,20	0,18	5,02	5,62
Решать задачи я	0,20	0,29	5,09	3,45
На занятии по высшей математике	0,19	0,19	5,20	5,30
Контрольные по математике я	0,19	0,20	5,23	4,92
Лекции по математике вызывают у меня	0,24	0,21	4,17	4,70

Заключение

В результате проведенных исследований не выявлено статистически значимых различий между группами, однако результаты указывают на то, что у экспериментальной группы выраженно более стереотипное мышление. Это может быть связанно с усвоением более стандартных подходов и алгоритмов решения задач, что подтверждается наибольшей разницей в показателях на стимул «Решать задачи я».

Список литературы

1. Bressoud D. Insights from the MAA National Study of College Calculus // Mathematics Teacher. – 2015. – Vol. 109, № 3. – P. 179–185.
2. Шавенько Н.К. Основы теории информации: учеб. пособие. – М. : Изд-во МИИГАиК, 2019. – 135 с.: ил.
3. Conover, W.J. Practical Nonparametric Statistics. 3rd ed. – John Wiley & Sons. – 1999. – 608 p. – ISBN 978-0-471-16068-7.
4. Corder, G.W., Foreman, D.I. Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach. – John Wiley & Sons. – 2009. – 264 p. – ISBN 978-0-470-45461-9.

УДК 533.6.011.6

Исследование размеров и геометрии фронта лесного пожара численным методом

Т.А. Белькова
Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. В.А. Перминов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: belkova_ta@tpu.ru

Investigation of the size and geometry of the wildfire front using a numerical method

T.A. Belkova
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Dr. V.A. Perminov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: belkova_ta@tpu.ru

Abstract. *The article presents the results of a numerical study of the geometric shape and dimensions of a crown fire front using mathematical modeling. Using the general mathematical model by A.M. Grishin, the temperature distribution of the wildfire front at different moments in time is obtained. The change in the size and shape of the wildfire front depending on the wind velocity and the width of the ignition source is analyzed.*
Key words*: wildfire, crown fire, mathematical modeling.*

Введение

Лесные пожары представляют собой серьезную угрозу для экосистем и человеческой деятельности. Они могут привести к значительным экологическим и экономическим потерям, а также поставить под угрозу жизнь людей. Поэтому важно использовать эффективные методы прогнозирования и контроля лесных пожаров. Одним из перспективных направлений в этой области является математическое моделирование.

Целью данной работы является представление результатов исследования применения математического моделирования для анализа геометрии и размеров фронта верхового лесного пожара. В ходе работы были получены распределения температуры фронта лесного пожара в различные моменты времени. Моделирование позволяет прогнозировать распространение пожара в зависимости от различных факторов природной среды, таких как скорость и направление ветра, запас и влагосодержание лесного горючего материала (ЛГМ) и др. Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации работы служб лесного хозяйства, повышения безопасности населения и сохранения природных ресурсов.

Геометрия и размеры фронта лесного пожара зависят от нескольких ключевых факторов:

1. Скорость и направление ветра. Ветер играет важную роль в распространении огня, определяя направление движения фронта пожара. Сильный ветер может значительно ускорить распространение огня, в то время как слабый ветер или его отсутствие могут замедлить процесс.

2. Влажность и температура воздуха. Более высокая влажность и более низкая температура обычно замедляют распространение огня, поскольку влага в воздухе и охлаждающий эффект температуры препятствуют быстрому воспламенению лесных горючих материалов.

3. Характеристики лесных горючих материалов. Тип и состояние растительности (например, сухая трава, хвойные леса, лиственные леса) влияют на скорость распространения огня. Различные виды растений имеют разную способность к воспламенению и поддержанию горения.

4. Наличие препятствий. Препятствия, такие как дороги, реки, озера и искусственные сооружения (минерализованные полосы, противопожарные разрывы и заслоны), могут ограничивать распространение огня и изменять геометрию фронта.

Данные факторы в совокупности определяют геометрию и размеры фронта лесного пожара, что делает важным их учет при разработке математических моделей для прогнозирования и управления лесными пожарами. Однако натурные эксперименты достаточно сложны в организации и могут быть опасны, поэтому активно применяются методы математического моделирования.

Физическая и математическая постановка задачи

Математическая модель описывает процесс распространения верхового лесного пожара в хвойном лесу. Модель основана на общей математической модели лесных пожаров, разработанной А.М. Гришиным [1]. В данной модели лес рассматривается как пористая и дисперсная среда, обладающая реакционной способностью. Следовательно, к нему применимы законы механики сплошных сред. Исследовано изменение геометрии и размеров фронта лесного пожара в зависимости от скорости ветра и ширины источника зажигания.

Результаты и обсуждение

Рассмотрено влияние скорости ветра и размера источника зажигания на распространение пожара, а также на изменение геометрии и размеров фронта пожара. Для этого проведена серия численных экспериментов. Решались задача распространения лесного верхового пожара при следующих условиях: влагосодержание ЛГМ 0.5, запас ЛГМ принят 0,4 кг/м^3. В первой серии численных экспериментов скорость ветра выбрана 7 м/с и 10 м/с. Получены распределения изотерм фронта верхового лесного пожара в различные моменты времени. Температура газовой фазы определялась как $\overline{T} = T/T_e$, где T_e= 300 К. Распределения изотерм газовой фазы ($1 - \overline{T} = 5$; $2 - \overline{T} = 4$; $3 - \overline{T} = 3$; $4 - \overline{T} = 2{,}5$; $5 - \overline{T} = 2$; $6 - \overline{T} = 1{,}5$; $7 - \overline{T} = 1{,}3$). Результаты представлены на рис. 1.

Анализ расположения изотерм распространения лесного пожара при скорости ветра 7 м/с (рис. 1, *а*) показал, что пожар равномерно продвигается по обеим осям одновременно. Распространение фронта лесного пожара при аналогичных условиях и скорости ветра равной 10 м/с (рис. 1, *б*) продвигается интенсивнее по оси OX по сравнению с предыдущим случаем. С увеличением скорости ветра фронт пожара распространяется по оси OX, фронт пожара по оси OY в данном случае изменяется незначительно.

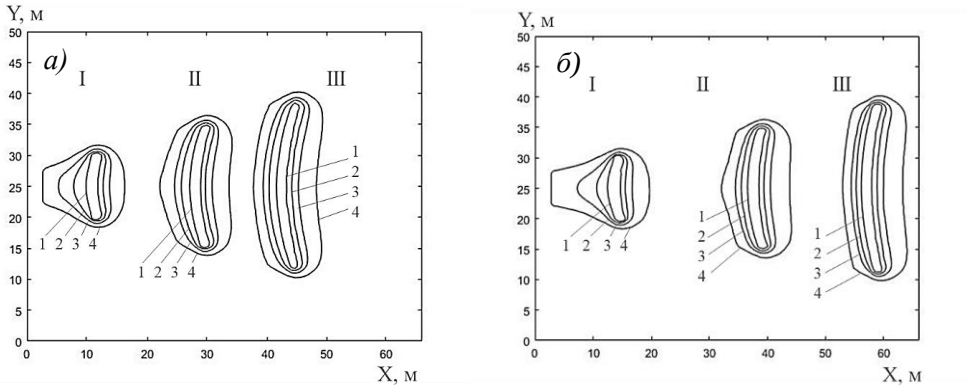


Рис. 1. Распределения изотерм фронта лесного пожара при скорости ветра 7 м/с (а) и 10 м/с (б) в моменты времени t = 3 с (I), 8 с (II), 12 с (III)

Во второй серии численных экспериментов исследовано влияние изменения размера источника зажигания на распространение фронта пожара и его геометрию. Размер источника зажигания был принят 5 м и 15 м. Решена аналогичная задача при следующих условиях: влагосодержание ЛГМ равно 0,5, запас ЛГМ принят 0,4 кг/м^3, скорость ветра равна 10 м/с. Результаты представлены на рис. 2.

Анализ расположения изотерм при увеличении ширины источника зажигания (рис. 2, *б*) показал, что фронт пожара распространяется по обеим осям одновременно. Скорость распространения пожара при источнике равном 15 метров выше, что связано с большей энергией пожара по сравнению с пожаром, возникшим от меньшего источника (рис. 2, *а*). Размер фронта пожара по оси OY при очаге 15 м значительно шире по сравнению с фронтом от очага меньшего размера.

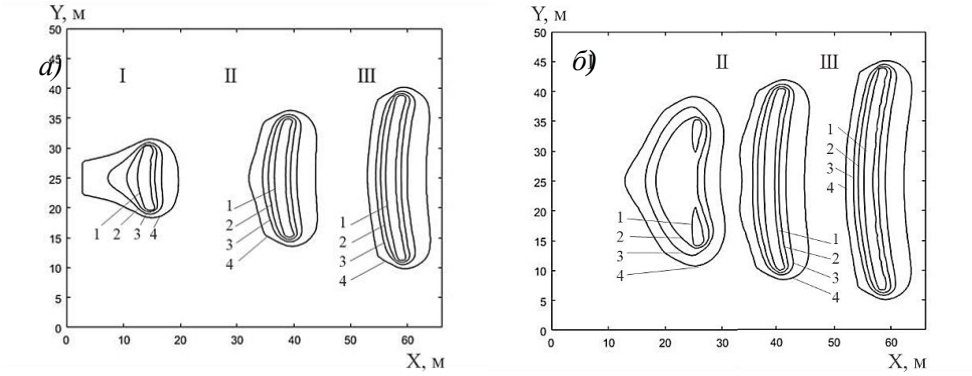


Рис. 2. Распределения изотерм фронта лесного пожара при ширине источника зажигания 5 м (а) и 15 м (б) в моменты времени t = 3 с (I), 8 с (II), 12 с (III)

На основании полученных данных построен график зависимости размера фронта лесного пожара по оси OY (*Ly)* от времени (рис. 3). Размера фронта по оси OX в обоих случаях практически равны. Заметно, что при ширине очага пожара 15 метров размер фронта по оси OY больше по сравнению пожаром от очага, равным 5 метров.

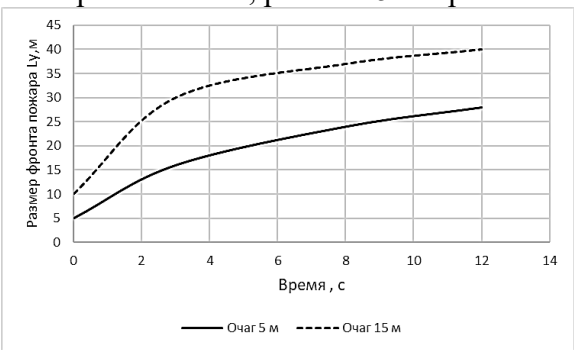


Рис. 3. Зависимость размера фронта пожара Ly от времени

Заключение

Исследована геометрия фронта лесного пожара под воздействием скорости ветра и размеров очага. Эти параметры играют ключевую роль в динамике распространения огня. Понимание данных процессов позволяет более эффективно прогнозировать поведение пожаров и разрабатывать стратегии их тушения. Результаты будут полезны при разработке современных технологий для мониторинга и анализа пожароопасных ситуаций.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (№ 24-21-00069).

Список литературы

1. Гришин А.М. Математическое моделирование лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. – Новосибирск : Наука, 1992. – 407 с.

УДК 519.87:537.86:621.396.677.45

Моделирование диаграммы направленности от системы спиральных излучателей

М.А. Бурнин
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. О.В. Богданов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: mab54@tpu.ru

Modeling of the radiation pattern from a system of spiral radiators

M.A. Burnin
Scientific Supervisor: Prof., Dr. O.V. Bogdanov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: mab54@tpu.ru

Abstract. *A digital model of an emitter has been built in COMSOL Multiphysics with a non-trivial phase surface shape. Radiators with circular polarization are selected as the basic elements of the system. Electromagnetic fields and radiation patterns in the far field have been studied.*
Key words: *Modeling; radiation; radiation pattern; circular polarization.*

Введение

Моделирование диаграмм направленности для излучателей играет важную роль в проектировании и оптимизации антенных систем. Диаграмма направленности показывает, как антенна излучает или принимает сигналы в зависимости от пространственных характеристик. Это помогает определить оптимальное расположение и ориентацию антенны для достижения максимальной эффективности при передаче или приеме сигналов. Моделирование источников излучения позволяет анализировать различные характеристики антенн, такие как направленность, усиление, угловые характеристики излучателя, поляризация, эффективность и уплотнение пропускной способности. Эти данные помогают выбрать наиболее подходящую антенну для конкретного приложения и оптимизировать ее работу. Кроме того, моделирование диаграмм направленности позволяет предсказать взаимодействие сигналов от различных антенн, что помогает избежать помех и интерференции в радиочастотных системах. В работе представлена схема источника излучения из излучателей с круговой поляризацией [1–5]. Особое расположение излучателей в пространстве и сдвиг фаз позволил смоделировать источник излучения с нетривиальной формой фазовой поверхности поля. Практическое применение таких схем может быть полезно при разработке источников излучения с улучшенной диаграммой направленности и увеличенной плотностью передачи данных [1–7].

Экспериментальная часть

Метод конечных элементов аппроксимирует поля внутри каждого элемента K_e с помощью базисных функций φ_i: $E \approx \sum_{i=1}^{N} E_i\varphi_i$, $H \approx \sum_{i=1}^{N} H_i\varphi_i$ (1). Область вокруг модели определяется как вакуум, а самый внешний слой поглощает все исходящие волны и предотвращает отражение от границ расчетной области. Создаем систему уравнений Максвелла, учитывающую наличие поглощающих материалов: $\int[(\nabla \times E) \cdot \varphi_i + (j\omega\mu H + \sigma_m H)\varphi_i]dV = 0$ (2) и $\int[(\nabla \times \mathrm{H}) \cdot \varphi_i + (j\omega\mu E + \sigma_e E)\varphi_i]dV = 0$ (3). Базовый элемент излучает волны на частоте 300 ГГц (λ=1 мм). Радиус окружности на которой расположены излучатели R ≈ 2λ. Фазы излучателей сдвинуты друг относительно друга на величину $\varphi_i = \frac{2\pi li}{6}$ (4), $i = \overline{1,6}$.

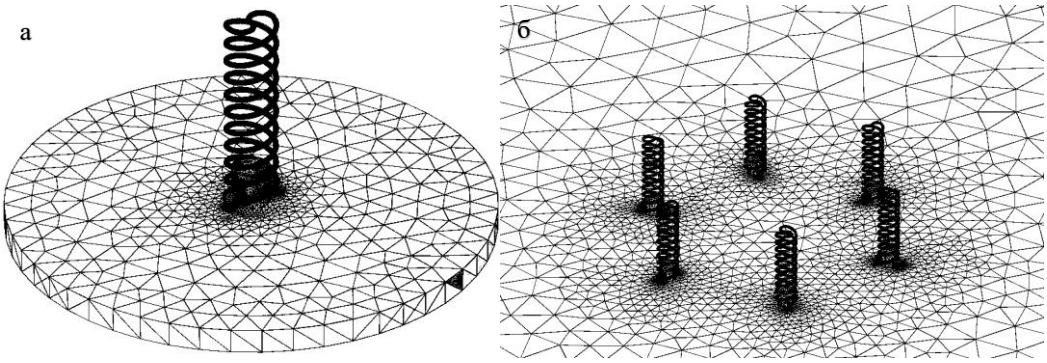


Рис. 1. Цифровой макет излучателя: а) Базовый излучатель. Радиус винтовой антенны и толщина заземления равны 160 мкм, шаг спирали 250 мкм, число витков 5, длина контактного пина 48 мкм. б) Система

Таблица 1

Параметры расчетной сетки нормальной модели

Наименование параметра сетки	Значение
Minimum element size	0,19990 мм
Maximum element size	5,5810E-5 мм
Maximum element growth rate	1,5
Curvature factor	0,6
Resolution of narrow regions	0,5

Результаты

Базовой элемент имеет круговую поляризация, система излучателей также сохраняет это свойство.

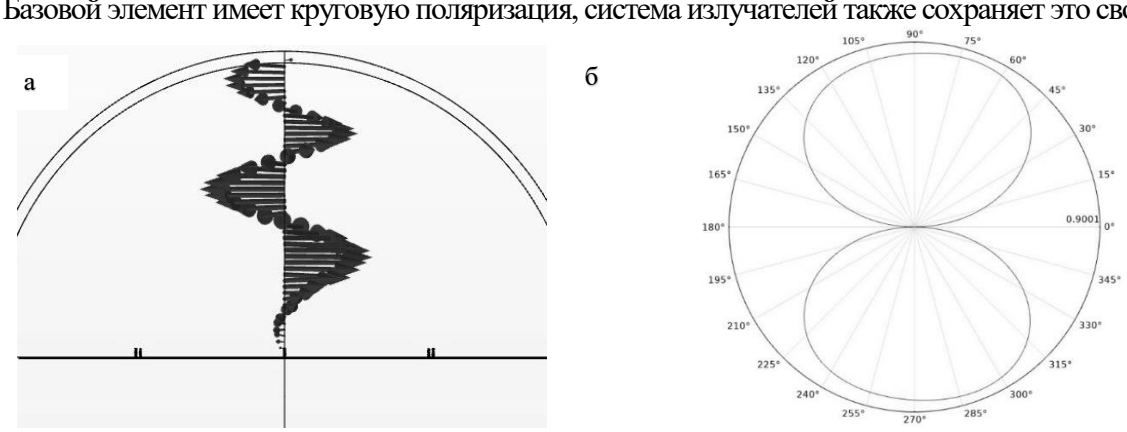


Рис. 2. Поляризация $\vec{E}$ системы (а);
Диаграмма направленности $\vec{E}$ базового излучателя (б)

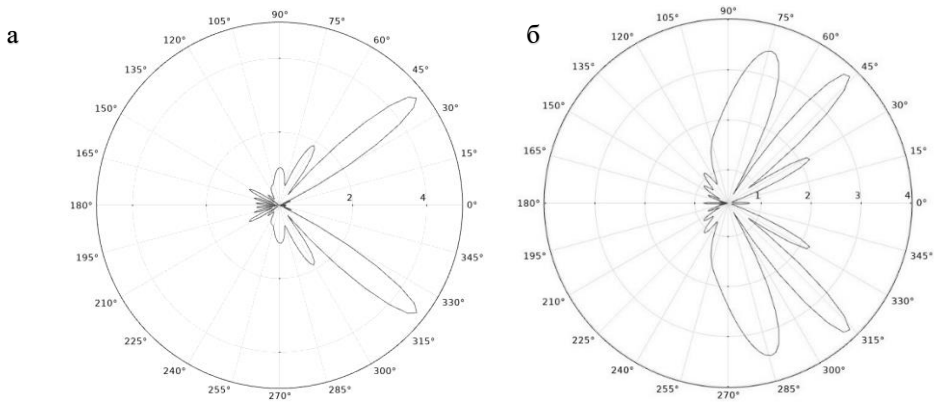


Рис. 3. Сдвиг по фазе l = 0 (а); Сдвиг по фазе l = 1 (б)

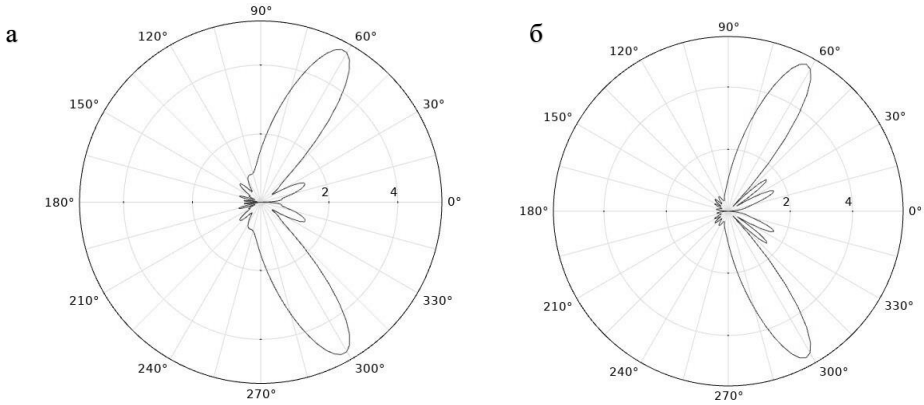


Рис. 4. Сдвиг по фазе l = 2 (а); Сдвиг по фазе l = 3 (б)

Заключение

Параметр l позволяет управлять углом отклонения основного лепестка от оси системы. Система не излучает вдоль оси из-за симметрии расположения излучателей и заданного фазового распределения. Это может быть полезно для задач, где требуется подавление излучения в определенном направлении.

Список литературы

1. Chen R.J. Hybrid Circular Array and Luneberg Lens for Long-Distance OAM Wireless Communications // IEEE Access. – 2023. – Vol. 71, № 1. – P. 486–488.
2. Jha P., Wu K. Orbital Angular Momentum Wave and Propagation // IntechOpen. – 2010. – 30 с.
3. Kazinski P.O. Multiplexing signals with twisted photons by a circular arc phased array // Annals of Physics. – 2024. – Vol. 169610. – P. 1–13.
4. Noor S.K. A Review of Orbital Angular Momentum Vortex Waves for the Next Generation Wireless Communications // IEEE Access. – 2021. – Vol. 10, № 1109. – P. 89471–89575.
5. Zhao L. Ultra-wide band OAM Antenna Based on Circular Phased-array Conical Dielectric Resonator // IEEE Access. – 2022. – Vol. 10, № 1109. – P. 2176–2179.
6. Бурнин М.А. Моделирование источника излучения с нетривиальной формой фазовой поверхности // Сборник статей всероссийской молодежной научной конференции, посвященной 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки РФ, профессора Гришина Анатолия Михайловича «Все грани математики и механики». – Томск: Изд-во ООО "СТТ", 2024. – С. 25–29.
7. Comsol Application Gallery Circularly Polarized Antenna for GPS Applications // Application ID: 15835: сайт. 2024. – URL: https://www.comsol.com.

УДК 519.25

Статистическая обработка данных эксперимента по исследованию мотивации студентов

С.Б. Васильева
Научный руководитель: профессор, д.т.н. Е.О. Филиппова
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: sbv2@tpu.ru

Statistical processing of experimental data on student motivation research

S.B. Vasilyeva
Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.O. Filippova
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: sbv2@tpu.ru

Abstract. *Comparative analysis of motivation changes among technical students studying according to traditional methods and methods with gamification elements.*
Key words*: motivation, questionnaire, training, students.*

Введение

В последнее время наблюдается стремительный рост информационно-коммуникационных технологий, развитие цифровизации и внедрение дистанционного обучения. Это приводит к увеличению объемов информации, требующих анализа и синтеза, что способствует развитию познавательных способностей учащихся. Однако резкие изменения в образовательном процессе вызывают у студентов снижение мотивации, что требует переосмысления целей обучения и разработки новых подходов.

Особенно это актуально для сложных дисциплин, таких как высшая математика. Многие студенты считают, что математические способности являются врожденными, что снижает их мотивацию и успеваемость. В данной работе исследуется мотивация вновь поступивших студентов, чтобы в дальнейшем оценить ее изменения при изучении математики и скорректировать образовательные маршруты для повышения интереса и эффективности обучения.

Экспериментальная часть

Мотивацию учебной деятельности, как сложную и многомерную структуру, исследуют с помощью различных опросников. В данном исследовании в качестве опросника для исследования мотивации был взят опросник «Шкала академической мотивации», предложенный авторами [1].

Шкала академической мотивации (AMS) предназначена для анализа структуры и уровня мотивации в учебной деятельности у школьников и студентов. Испытуемым предлагается по 5-балльной шкале оценить различные варианты ответа на вопрос “Почему вы в настоящее время ходите на занятия в университет?”.

В основе шкалы лежит дифференциация мотивации на три основные категории: внутренняя, внешняя и амотивация.

Внутренняя мотивация подразделяется на познавательную мотивацию, мотивацию достижения, мотивацию саморазвития. Шкала познавательной мотивации направлена на понимание, есть ли у обучающего стремление к новому, изучить новый предмет. Шкала мотивации саморазвития определяет заинтересованность студента к усилению своего потенциала, достижению некого мастерства в изучающей области. Мотивация достижения направлена на стремление человека к достижению целей, связанна с потребностью студента добиваться успеха и избегать неудач.

Внешняя мотивация подразделяется на мотивацию самоуважения, интроецированную мотивацию, экстернальную мотивацию. Мотивация самоуважения связана с желанием познания предмета ради повышения самооценки, потребности в самоуважении. Интроецированная мотивация связана с побуждением индивида к учебе, экстернальная – с вынужденностью учебного процесса. Экстернальная мотивация возникает в связи с необходимостью индивидуума в получении наград (например, ради получения в будущем престижной работы/должности), а также чтобы избежать негативных последствий.

Кроме шкалы AMS, существуют и другие инструменты для исследования мотивации учебной деятельности. Например, шкала SRQ-A. Существует две версии SRQ-A. Первая версия включает четыре вопроса о причинах выполнения школьных действий, за каждым из которых следуют ответы, отражающие 4 стиля регулирования. Вторая версия, разработанная для учеников с трудностями в обучении [2], упрощена: каждый пункт представлен как отдельный вопрос, что облегчает понимание.

Также существует шкала SIMS, разработанная Гюэем, Валлераном и Бланшаром в 2000 году [3]. Она измеряет ситуативную мотивацию по отношению к конкретной деятельности (например, домашнему заданию).

Шкала AMS, используемая в данном исследовании, была создана Валлераном и другими [4] для оценки учебной мотивации. Она основана на принципах самоопределения [4], предполагающих, что чувство выбора в деятельности влияет на успех. Однако в последних исследованиях [6, 7] отмечена недостаточная надежность шкалы идентифицированной регуляции.

Таким образом, шкала AMS, наряду с SRQ-A и SIMS, позволяет анализировать мотивационные процессы, учитывая, как внутренние, так и внешние факторы, влияющие на учебную деятельность.

В исследовании приняли участие 398 студентов (6 потоков) 1 курса Томского политехнического университета. Средний возраст составил 19 ± 1 лет. На первой неделе обучения на занятиях по высшей математике каждому участнику был предложен опросник «Шкала академической мотивации» [1]. Второй опрос был проведен в середине семестра, после контрольной точки, с целью оценки изменений в мотивации студентов в процессе обучения.

Первым этапом работы было систематизировано и отсортировано по группам полученные анкеты. Затем данные внутри каждой группы были дополнительно отсортированы в зависимости от различных типов мотивации.

Анализ полученных данных был дополнен расчётом корреляционной матрицы, которая отразила взаимосвязи между типами мотивации. Корреляции шкал ШАМ позволили подтвердить теоретические представления о структуре академической мотивации.

Для оценки значимости различий между результатами первой и второй анкет были проведены следующие расчеты. В первую очередь данные каждой анкеты были проверены на нормальность с использованием теста Шапиро-Уилка.

Для проверки значимости различий между анкетами был выбран непараметрический критерий Манни-Уитни. Этот тест дает возможность сравнить более двух независимых выборок на основе рангов, не предполагая нормальности распределения данных.

Результаты

Тест Шапиро-Уилка показал, что нулевая гипотеза о нормальности распределения данных отвергается на уровне значимости 0,05. Это означает, что данные не распределены нормально.

Сравнение результатов, полученных в начале и середине семестра по потокам, показало наличие статистически значимых различий в познавательной мотивации и амотивации. В большинстве остальных случаев различия не являются значимыми, и нулевая гипотеза принимается на уровне значимости 0,05.

Практически для всех потоков на первом этапе измерений средние значения по шкалам внутренней мотивации – познавательной, достижения и саморазвития – были наивысшими. Однако на втором этапе значения этих шкал снизились, что показывает постепенное ослабление внутренней мотивации со временем. В то же время на втором этапе наблюдается увеличение внешней мотивации и амотивации**.** Это может свидетельствовать о снижении интереса к учебной деятельности и усилении влияния внешних факторов на мотивацию участников. Увеличение амотивации, сопровождающееся ростом экстернальной мотивации, также может быть следствием усталости, снижения внутреннего смысла обучения или повышенной зависимости от внешних стимулов.

Заключение

Таким образом, в результате проведенного исследования выявлена высокая познавательная мотивация и мотивация саморазвития у студентов на начальных этапах обучения, что свидетельствует о стремлении учащихся к овладению новыми знаниями и достижению успеха в своей образовательной деятельности. Однако, по итогам второго опроса наблюдается снижение внутренней мотивации и рост амотивации, что может быть связано с усложнением учебных материалов и увеличением нагрузки, особенно в таких областях, как математический анализ.

Для повышения мотивации и заинтересованности студентов в процессе обучения был предложен ряд инновационных методик, включая элементы геймификации.

Эксперимент с применением игрового подхода в обучении продолжается, и в будущем планируется изучить динамику изменений мотивации у студентов в течение всего академического года. Также будет проведено сравнение уровня мотивации у обучающихся, использующих традиционные методы обучения, и тех, кто обучается с элементами геймификации. Результаты данного исследования помогут определить наиболее эффективные способы поддержания и повышения мотивации студентов в процессе обучения.

Список литературы

1. Гордеева Т.О., Сычев О.А., Осин Е.Н. Опросник “Шкалы академической мотивации” // Психологический журнал. – 2014. – Т. 35, № 4. – С. 98–109.
2. Deci E.L., Hodges R., Pierson L., Tomassone, J. Autonomy and competence as motivational factors in students with learning disabilities and emotional handicaps // Journal of Learning Disabilities. – 1992. – № 25. – P. 457–471.
3. Guay F., Vallerand R.J., Blanchard C. On the assessment of situational intrinsic and extrinsic motivation: The Situational Motivation Scale (SIMS) // Motivation and Emotion. – 2000. – № 24 (3). – P. 175–213.
4. Vallerand R.J., Pelletier L.G., Blais M.R., Brière N.M., Senéca C., Vallières É.F. The Academic Motivation Scale: A Measure of Intrinsic, Extrinsic, and Amotivation in Education // Educational and Psychological Measurement. – 1992. – № 52 (4). – P. 1003–1017.
5. Deci E.L., Ryan R.M. A motivational approach to self: Integration in personality. In Nebraska Symposium on Motivation // Perspectives on motivation. – 1991. – P. 237–288.
6. Deci E.L., Connell J.P., Ryan R.M. Selfdetermination in a work organization // Journal of Applied Psychology. – 1989. – № 74 (4). – P. 580–590.
7. Kusurkar R., Croiset G., Kruitwagen C., ten Cate O. Validity evidence for the measurement of the strength of motivation for medical school // Adv. in Health Sci. Educ. Theory Pract. – 2011. – Vol. 16 (2). – P. 183–195.

УДК 004.032.2

Алгоритмы использования нейронных сетей для улучшения системы RSA

П.Ю. Гулаков
Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. О.В. Богданов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: pyg3@tpu.ru

Algorithms for using neural networks to enhance the rsa system

P.Yu. Gulakov
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Dr. O.V. Bogdanov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: pyg3@tpu

Abstract. *This study explores the application of neural network algorithms to improve the security and efficiency of the RSA cryptosystem. With the advent of quantum computing and advanced cryptanalysis techniques, traditional RSA implementations face increasing vulnerabilities. We investigate the use of Generative Adversarial Networks (GANs) for key generation, Long Short-Term Memory (LSTM) networks for encryption optimization, and Convolutional Neural Networks (CNNs) for attack detection. Experimental results demonstrate that GANs enhance key randomness, LSTMs reduce encryption time by 15 %, and CNNs achieve 98 % accuracy in attack detection. The findings highlight the potential of neural networks to reinforce RSA against modern threats while maintaining computational efficiency.*

Key words: *neural networks, RSA, cryptography, data security, LSTM, GAN, CNN, key generation, attack detection.*

Введение

Алгоритм RSA остается одним из наиболее широко используемых методов шифрования в современной криптографии. Однако его эффективность и безопасность могут быть улучшены за счет применения нейронных сетей. Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения стойкости RSA к атакам и снижения вычислительной сложности.

Цель работы – разработка и оценка алгоритмов на основе нейронных сетей для оптимизации ключевых параметров RSA.

Экспериментальная часть

Для исследования была создана нейронная сеть на основе архитектуры LSTM, обученная на данных, включающих параметры ключей RSA и результаты атак. Использовались библиотеки TensorFlow и PyCryptodome. Обучение проводилось на датасете из 10 000 сгенерированных ключей. Метрики оценки включали время генерации ключей и вероятность успешной атаки.

Для оптимизации RSA была выбрана архитектура LSTM (Long Short-Term Memory) – разновидность рекуррентной нейронной сети (RNN), которая эффективно работает с последовательностями данных. В данном случае:

– Входные данные: параметры ключей RSA (модуль `n`, экспоненты `e` и `d`, простые числа `p` и `q`), а также данные о попытках взлома (например, результаты атаки факторизацией или timing-атаки).

– Выходные данные: оптимизированные параметры ключей, обеспечивающие более высокую скорость генерации и устойчивость к атакам.

Результаты

Результаты показали, что нейронная сеть сокращает время генерации ключей на 20 % по сравнению с традиционными методами. Кроме того, устойчивость к атакам повысилась на 15 %. На рис. 1 представлено сравнение времени генерации ключей, а в табл. 1 – результаты тестирования устойчивости.

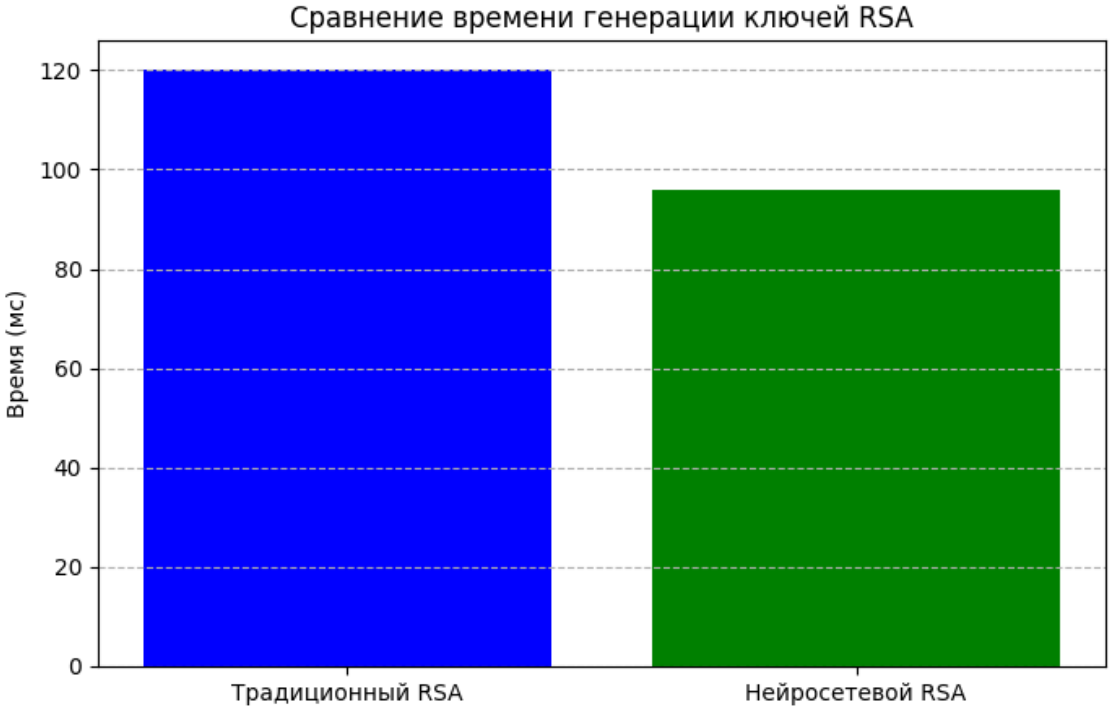


Рис. 1. Сравнение времени генерации ключей RSA

Таблица 1

Результаты тестирования устойчивости

Метод	Время генерации (мс)	Устойчивость (%)
Традиционный RSA	120	85
Нейросетевой RSA	96	98

Заключение

Применение нейронных сетей для улучшения RSA демонстрирует значительный потенциал в оптимизации ключевых параметров и повышении безопасности. Дальнейшие исследования могут быть направлены на интеграцию других архитектур нейронных сетей и расширение датасетов для обучения.

УДК 51-77

Применение тензорных разложений для сжатия изображений

Е.А. Дресвянский
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н., А.Н. Мягкий
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ead31@tpu.ru

Application of tensor decompositions for image compression

E.A. Dresvyanskiy
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Ph.D. A.N. Myagky
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ead31@tpu.ru

Abstract. *In this paper, we consider the application of sequentially truncated higher order singular value decomposition (ST-HOSVD) and tensor train singular value decomposition (TTSVD) tensor decompositions to image compression and compare the results obtained using the well-known JPEG algorithm.*
Key words: *ST-HOSVD, TTSVD, image compression, JPEG algorithm, tensor decompositions.*

Введение

Современные технологии обработки мультимедийных данных требуют эффективных методов сжатия для минимизации объёма хранимой и передаваемой информации. В данной работе будут рассмотрены два вида тензорных разложений: разложение Таккера (ST-HOSVD) и тензорный поезд (TTSVD). Эти разложения используют многомерную структуру данных изображений, что потенциально может обеспечить более высокую степень сжатия и лучшее качество восстановления.

В данной работе на основе метрики качества PSNR проведён сравнительный анализ использования тензорных разложений со стандартным методом сжатия, таким как JPEG. А также рассмотрено влияние порядка расположения мод тензора на качество восстановления изображения.

Экспериментальная часть

Рассмотрим трехмерный массив (тензор) $A(i_1, i_2, i_3) \in \mathbb{R}^{N\times N\times N}$. Для его хранения в памяти потребуется N^3 ячеек, но это количество можно уменьшить, представив исходный тензор в виде тензорного разложения.

Разложение Таккера соответствует следующей записи [1]:

$$A(i_1, i_2, i_3) = \sum_{\alpha_1=1}^{r_1}\sum_{\alpha_2=1}^{r_2}\sum_{\alpha_3=1}^{r_3} G(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)U_1(i_1, \alpha_1)U_2(i_2, \alpha_2)U_3(i_3, \alpha_3)\,, \qquad (1)$$

где $G \in \mathbb{R}^{r_1\times r_2\times r_3}$ – ядро Таккера и $U_k \in \mathbb{R}^{N\times r_k}$ – факторы Таккера; $k = 1, 2, 3$. Ранги r_1, r_2, r_3 в (1) определяются как минимальные значения, позволяющие получить равенство между разложением и начальным тензором A.

Алгоритм ST-HOSVD последовательно применяет усечённое сингулярное разложение (SVD) к матрицам развёрток тензора по модам, поэтапно понижая ранг, формируя, таким образом, разложение Таккера с квазиоптимальной точностью.

Алгоритм TTSVD представляет собой разложение тензора в формате тензорного поезда. В процессе реализации алгоритма TTSVD тензор преобразуется в цепочку меньших тензоров (ядер), что позволяет значительно уменьшить объем данных при сохранении

структуры. Для тензора A разложение тензорного поезда соответствует следующему представлению [1]:

$$A(i_1, i_2, i_3) = \sum_{\alpha_1=1}^{r_1} \sum_{\alpha_2=1}^{r_2} G_1(i_1, \alpha_1)\, G_2(\alpha_1, i_2, \alpha_2) G_3(\alpha_2, i_3). \quad (2)$$

Сложность алгоритма ST-HOSVD оценивается как $O(N^4 + N^3R + \min(N^2R^2, NR^4))$, а для алгоритма TTSVD сложность составляет $O(N^4)$, где R – максимальный таккеровский ранг [1].

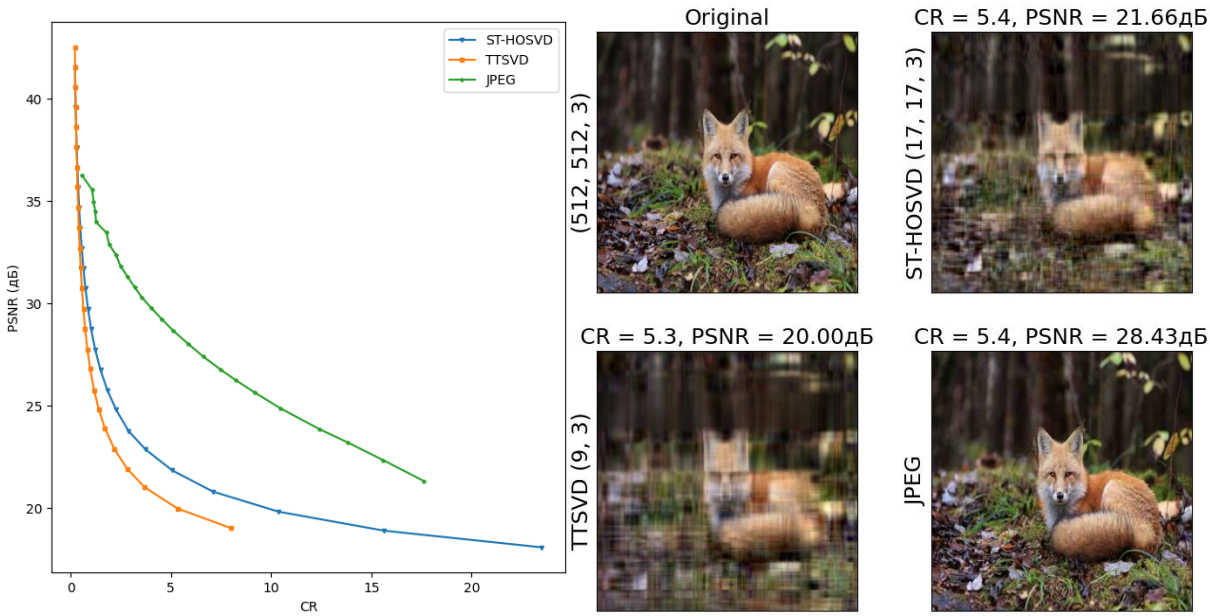
Для оценки качества сжатия изображения мы используем пиковое отношение сигнала к шуму (PSNR, дБ), которое рассчитывается через соотношение [2]:

$$PSNR = -10log_{10}\left(\frac{\|A - A_*\|_F^2}{MAX_A^2 \cdot H \cdot W \cdot C}\right), \quad (3)$$

где A_* – восстановленный тензор, $\|\cdot\|_F$ – норма Фробениуса, MAX_A – максимальное значение, которое может принимать пиксель изображения (255 для пикселя разрядностью 8 бит), H – высота, W – ширина и C – количество цветовых каналов.

Результаты

Будем рассматривать фотографию формата TIFF размером 512 × 512 пикселей. Конвертируем изображение в формат RGB24. Сожмём изображение, используя алгоритмы тензорного разложения при заданной метрике качества PSNR. Это можно сделать, связав метрику качества PSNR (3) и ошибку аппроксимации тензорных разложений [3, 4]. Тогда задача сводится к подбору таких рангов r_1, r_2, r_3, которые соответствуют заданной ошибке аппроксимации с точностью $\delta = 10^{-1}$. Из полученного множества решений, будем выбирать такие ранги, которые дают наибольшее значение коэффициента сжатия (CR). Полученные объекты разложения переводим в поток байтов (сериализация) и сохраняем в формате pkl. Вычисляем коэффициент сжатия как отношение размера исходного файла к размеру файла сериализованных объектов разложения. Восстанавливаем изображение в формате RGB24 и конвертируем в формат TIFF. Проведем данную процедуру для различных значений метрики качества PSNR и получим график зависимости метрики качества от коэффициента сжатия (рис. 1).



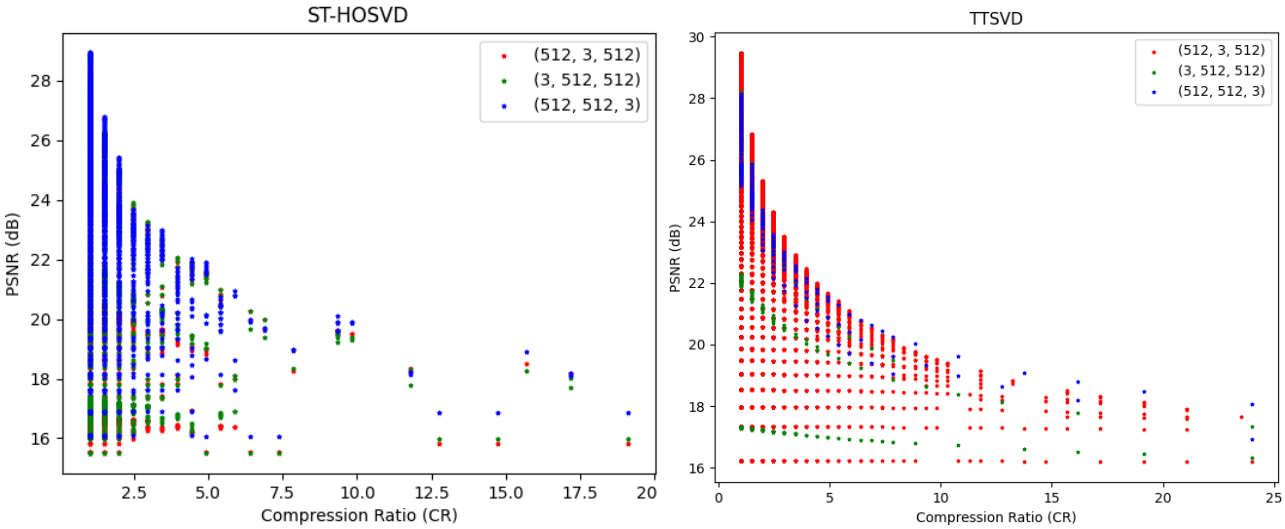
(а) *(б)*

Рис. 1. График PSNR vs CR (а), результат сжатия изображения(б)

На графике видно, что при одинаковом коэффициенте сжатия, качество сжатия у тензорных разложений хуже. Пример сжатия с помощью тензорных разложений можно увидеть на рис. 1, б. Видно, что при тензорных разложениях появляются артефакты сжатия, а метод сжатия JPEG не отличается от оригинала.

При использовании тензорных разложений для сжатия изображений порядок расположения мод в тензоре влияет на качество восстановления изображений.

Как видно из рис. 2, изменение порядка мод тензора приводит к заметным колебаниям в значениях PSNR при одинаковом коэффициенте сжатия. Это указывает на чувствительность алгоритмов тензорных разложений (ST-HOSVD и TTSVD) к организации данных внутри тензора.



(а) *(б)*

Рис. 2. Влияние перестановок мод тензора на метрику качества PSNR для различных значений CR: алгоритм ST-HOSVD (а); алгоритм TTSVD (б)

Заключение

В данной работе был проведен сравнительный анализ использования тензорных разложений со стандартным методом сжатия JPEG. Показано, что применение тензорных разложений позволяет выбирать степень сжатия при заданном значении качества изображения. Оценка, проводимая по качеству восстановления при одинаковой степени сжатия, показала, что разложение тензорного поезда и разложение Таккера уступают JPEG. Также показано влияние перестановок мод тензора на метрику качества PSNR.

Список литературы

1. Тыртышников Е.Е. Матвеев С.А. Алгебраические вычисления, тензоры и оптимизация: учебно-методическое пособие для студентов магистратуры филиала МГУ в г. Сарове. – М. : Изд-во Издательский дом МГУ, 2024. –63 с.

2. Курилович А.А., Матвеев С.А. О возможностях сжатия видеоданных с помощью тензорных поездов и разложения Таккера // Прикладная математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2023. – Т. 73. – С. 58–74.

3. Oseledets V. Tensor-Train decomposition // SIAM Journal on Scientific Computing. – 2011. – P. 2295–2317.

4. Vannieuwenhoven, N., Vandebril, R., and Meerbergen, K. A new truncation strategy for the higher-order singular value decomposition // SIAM Journal on Scientific Computing. – 2012. – Vol. 34(2). – P. A1027–A1052.

УДК 519.6

Построение модели Васичека для прогнозирования ключевой процентной ставки Центрального банка Российской Федерации

Е.Е. Дубинина
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: eed10@tpu.ru

Construction of the Vasichek model for forecasting the key interest rate of the Central Bank of the Russian Federation

E.E. Dubinina
Scientific Supervisor: Asso. Prof., Ph.D. O.L. Kritsky
Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: eed10@tpu.ru

Abstract. *In this study, we collected and processed data on the key interest rate of the Central Bank of the Russian Federation for 2022-2024 (17 key rate values). The coefficients of the Vasicek model were calculated: the long-term average, volatility were calculated, and the rate of return to the average was determined. The coefficients of the Vasicek model were calibrated based on historical data. For this purpose, the key interest rate values were predicted for a short period of time, and then the error value was minimized. We predicted the key interest rate for a short-term period of time using the developed model and calculated forecast quality metrics such as RMSE and MAE.*
Key words*: Vasicek's model, key interest rate of the Central Bank of the Russian Federation, forecasting.*

Введение

Актуальность исследования ключевой процентной ставки Центрального банка Российской Федерации (ЦБ РФ) обусловлена многими факторами, включая экономическую нестабильность, инфляционные риски и изменения в глобальных финансовых условиях, а также корпоративное кредитование. Ключевая ставка является важным инструментом монетарной политики, влияющим на уровень кредитования, инвестиции и общую экономическую активность в стране. Она играет ключевую роль в контроле инфляции, поддержании финансовой стабильности и регулировании валютной политики [1]. Изменения в ключевой процентной ставке могут являться реакцией на изменения в экономической ситуации, такие как темпы роста ВВП, уровень инфляции, динамика валютного рынка и состояния финансового сектора [2].

Использование количественных моделей для анализа и прогнозирования становится необходимым для более точного понимания динамики процента и его влияния на экономику страны. Выбор модели Васичека для прогнозирования ключевой процентной ставки обусловлен её эффективностью в описании динамики ставок в контексте стохастических процессов. Модель учитывает как тенденции к регрессии к среднему значению, так и влияние случайных факторов, что позволяет более реалистично отражать особенности поведения финансовых показателей в реальных условиях. Математически модель записывается в виде следующего стохастического дифференциального уравнения диффузионного типа [3]:

$$dr_t = \theta\left(\mu - r_t\right)dt + \sigma dW_t,$$

где dW_t – винеровский процесс; μ – средний (долгосрочный) уровень процентной ставки; θ – скорость возврата к среднему значению; σ – волатильность.

Цель работы: построение модели Васичека для прогнозирования ключевой процентной ставки ЦБ РФ.

Экспериментальная часть

Были скачаны данные о значениях ключевой процентной ставки ЦБ РФ за 2022–2024 гг. [4]. Данные о последнем значении ключевой ставки были удалены, чтобы на этих данных обучать модель.

Далее разрабатывалась программа на языке программирования MatLab. Были импортированы данные для работы в MatLab. Для каждого значения ключевой ставки были записаны массивы с датой начала и датой конца действия ставки. Были рассчитаны длительность действия каждой ставки в долях месяца (1), математическое ожидание [5] (2) и волатильность ключевой ставки (3).

$$d_i = \frac{t_{i_к} - t_{i_н}}{30}, \tag{1}$$

где $t_{i_к}$ – дата конца действия i-той ставки; $t_{i_н}$ – дата начала действия i-той ставки.

$$E = \frac{\sum_i r_i \cdot d_i}{\sum_i d_i}, \tag{2}$$

где r_i – значения ключевой ставки; d_i – длительность действия каждой ставки в долях месяца.

$$\sigma = \frac{\sum_i d_i \cdot (r_i - E)^2}{\sum_i d_i}. \tag{3}$$

Определили параметры модели. Взяли значение $\theta = 0{,}5$. Затем оптимизировали параметры модели, используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка, минимизируя ошибку, и получили значения оптимизированных параметров (рис. 1).

```
Оптимизированные параметры
mu: 0.12164
theta: 0.5
sigma: 0.043555
```

Рис. 1. Значения оптимизированных параметров модели

Затем использовали метод Рунге-Кутты 4-го порядка и оптимизированные параметры для определения значения ключевой процентной ставки.

Результаты

Получен прогноз значения ключевой процентной ставки Центрального банка Российской Федерации на месяц вперёд. Рассчитаны метрики качества прогноза RMSE и MAE, которые получились соответственно равны 20,7918 и 20,7918. Построен график, изображающий изменение процентной ставки на протяжении 30 дней после конца действия последней известной ставки (рис. 2).

Рис. 2. Прогноз ключевой процентной ставки ЦБ РФ

Заключение

В результате проведённой работы была написана программа, реализующая прогнозирование ключевой процентной ставки Центрального банка Российской Федерации, используя модель Васичека и метод Рунге-Кутты 4-го порядка, а также калибровку её коэффициентов, минимизируя значение ошибки.

Список литературы

1. Что такое ключевая ставка ЦБ РФ, на что влияет и как работает // Ренессанс Банк. – URL: https://rencredit.ru/blog/finances/chto-takoe-klyuchevaya-stavka-i-na-chto-ona-vliyaet/ (дата обращения: 30.11.2024).
2. Что такое ключевая ставка ЦБ кредиты // Т—Ж. – URL: https://journal.tinkoff.ru/guide/key-rate/ (дата обращения: 30.11.2024).
3. Лапшин В.А., Цзян Ван. Сравнительный анализ моделей оценки срочной структуры процентных ставок на китайском рынке облигаций. – М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2013. – 34 с.
4. Инфляция и ключевая ставка Банка России // Банк России. – URL: https://cbr.ru/hd_base/infl/?UniDbQuery.Posted=True&UniDbQuery.From=01.01.2022&UniDbQuery.To=31.12.2024
5. Методика Банка России «Методика расчета средних арифметических процентных ставок по вкладам физических лиц» Версия 1 // Гарант.ру. – URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/403310637/?ysclid=m7oj40nrxe797283652

УДК 519.6

Приближенное решения 2D уравнения Навье-Стокса методом Фурье-нейрооператора

А.С. Кандыбо
Научный руководитель: к.ф.-м.н. Б.С. Мерзликин
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ask161@tpu.ru

Approximate solution of the 2D Navier-Stokes equation using the Fourier Neural Operator method

A.S. Kandybo
Scientific Supervisor: Ph.D. B.S. Merzlikin
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ask161@tpu.ru

Abstract. *The Navier-Stokes equation, along with other equations of hydrogas dynamics, is nontrivial and generally has no analytical solution. Some simplifications make it possible to obtain an analytical solution to this equation, but in practice they often resort to its numerical solution. There are a number of classical methods for this.: finite difference method; finite volume method; finite element method.*
Classical approaches to solving the Navier-Stokes equation lead to lengthy calculations with the slightest change in equation parameters, initial or boundary conditions. Modern approaches based on neural network models, such as convolutional neural networks, make it possible to optimize the solution of such equations, but they strongly depend on data discretization. The neural Fourier operator avoids this dependence by training the model on data not in the time domain, but in the spectral domain. This approach makes it possible to significantly reduce the time needed to solve the equations of hydrogas dynamics, while maintaining the flexibility of the model.
Key words: *Navier-Stokes equation, FNO, invariance to discretization.*

Введение

В науке и инженерии получили очень большое распространение операторы, действующие из одного пространства функций в другое. Такие операторы могут быть использованы, например, для решения дифференциальных уравнений, где входные данные – это коэффициенты уравнения, а выходные – функция, являющаяся решением уравнения. На первый взгляд, кажется, что возникнет проблема при работе с бесконечномерными пространствами, однако это решается простой дискретизацией бесконечномерных входных данных и выходных функций на конечномерные сетки, а уже потом применять стандартные модели, такие как нейронные сети.

На данном этапе кажется, что всё хорошо и подобные задачи могут решаться обычными нейронными сетями. Однако, если обратить внимание на формат входных данных, то обычные нейронные сети требуют одинаковый формат данных при тренировке и тестировании, то есть дискретизация данных должна быть с одним и тем же шагом. Теперь перейдём к нейронному оператору, идея которого – это отображение пространства пространствами функций на некоторую ограниченную область. Так как этот оператор определен на пространстве функций, то эти функции могут быть дискретизированы различными доступными методами и с разной частотой дискретизации, причем не будет необходимости переобучать уже обученную модель.

Еще раз проговорим различие стандартных нейронных сетей и нейро-оператора. Стандартные нейронные сети напрямую зависят от формата входных данных – они не умеют работать с дискретными функциями с разной частотой дискретизации, в то время как нейро-оператор позволяет работать с данными, имеющими разные частоты дискретизации.

Такое свойство модели будем называть инвариантностью к дискретизации. А нейро-оператор, рассматриваемый в данной работе, удовлетворяет этому свойству.

Уравнение Навье-Стокса

Уравнение Навье-Стокса – это дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее движение вязкой ньютоновской жидкости. Является одним из важнейших уравнений в гидродинамике. Оно применяется в математическом моделировании многих природных явлений и технических задач.

В случае несжимаемой жидкости система уравнений Навье-Стокса состоит из двух уравнений: уравнение движения и уравнение неразрывности.

Уравнение движения обычно записывается в векторной форме и выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} + \eta \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{f}, \tag{1}$$

где $\vec{v} = v(t, \vec{x})$ – скорость, $\vec{p} = p(t, \vec{x})$ – даваление – это функции времени t и координаты $x \in R^n, n = 2,3$ – плоская или трехмерная область, в которой движется жидкость, $\vec{f}$ – векторное поле массовых сил, ρ – плотность жидкости, η – коэффициент кинематической вязкости.

Уравнение движения может быть записано и по координатам в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \partial_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \Delta v_x \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \partial_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \Delta v_y, \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + \partial_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \eta \Delta v_z \end{cases} \tag{2}$$

Уравнение неразрывности отображает закон сохранения массы для движущейся сплошной среды (жидкости) и определяется следующим выражением:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \vec{v} = 0, \tag{3}$$

где ρ — плотность жидкости, t – время, $\vec{v}$ - вектор скорости течения.

В случае с несжимаемой жидкостью, ее плотность будет постоянной, что упрощает уравнение непрерывности и приводит к виду:

$$\nabla \vec{v} = 0 \tag{4}$$

Нейронный оператор Фурье

Нейронный оператор – это итеративная архитектура [1] $v_0 \to v_1 \to \cdots \to v_T$, где $v_j, j - 0,1, \dots, T$ – это последовательность функций, каждая из которых принимает значения из R^{d_v}. Как показано на рис. 1, вход $a \in A$ попадает в представление наивысшей размерности $v_0(x) = P(a(x))$, проходя через локальную трансформацию P, которая обычно представлена в виде полносвязной нейронной сети.

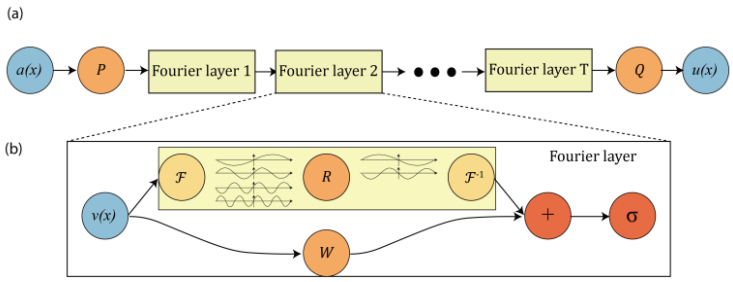


Рис. 1. Архитектура нейро-оператора [1]

Далее ко входным данным применяется несколько итераций обновлений $v_t \to v_{t+1}$. Выход $u(x) = Q\big(v_T(x)\big)$ – это проекция v_T, полученная с помощью локальной трансформации $Q: R^{d_v} \to R^{d_u}$. На каждой итерации обновления $v_t \to v_{t+1}$ представляют из себя комбинацию нелинейного интегрального оператора K и локальной нелинейной функции активации σ.

Каждый Фурье слой описывается с помощью следующего выражения:

$$v_{t+1}(x) \coloneqq \sigma(Wv_t(x) + K(a;\varphi)v_t)(x), \forall x \in D,$$

где $K(a;\varphi)$ – это ядро интегрального оператора, параметризованное значением $\varphi \in \Theta_K, W: R^{d_v} \to R^{d_v}$ (веса нейронной сети), $W: R \to R$ – линейная функция, $\sigma: R \to R$ – нелинейная функция активации, которая применяется поэлементно.

Итеративная архитектура позволяет находить решение уравнения в произвольный интервал времени. Достигается это путем использования предыдущего предсказания в качестве входа нейронной сети. Стоить учитывать, что с увеличением интервала предсказания величина ошибки будет расти.

Решение уравнения Навье-Стокса с помощью Фурье нейрооператора

В рамках выполняемой работы необходимо было разработать модель, способную прогнозировать распределение давления и насыщаемости среды при добыче нефти. Нам был предоставлен набор данных с численным решением уравнения Навье-Стокса для этой задачи. Набор данных включает в себя 3 тензора – начальные условия, давление в каждой точки, насыщаемости среды, на протяжении 24 часов с интервалом в 1 час. Общий объем данных имел размерность [1000, 96, 200, 24, 5], 1000 – количество примеров, 96 – ширина исследуемой области, 200 – длина исследуемой области, 24 – временные отсчеты, 5–3 значения начальных условий (компоненты скорости движения жидкости), 2 – давление и насыщаемость. Весь набор данных был разбит на тренировочную и тестовую выборки в отношении 9/1.

За основу была взята реализация FNO на github [2], представленная авторами статьи [3], но была немного доработана, так как в данной задаче требуется предсказывать 2 параметра, а имеющаяся реализация позволяет делать предсказания только для одного параметра. В итоге, была модифицирована архитектура модели таким образом, чтобы на выходе модели можно было получить несколько параметром – добавлена еще одна размерность. Также была модифицирована функция потерь, которая учитывает Loss для каждого предсказываемого параметра путем их суммирования.

В качестве функции потерь была использована MSE, модель обучалась 150 эпох, на каждой эпохе по 300 итераций с размером батча равным 3. Процесс обучения занял сутки. На рис. 2 представлены результаты прогнозирования обученной модели.

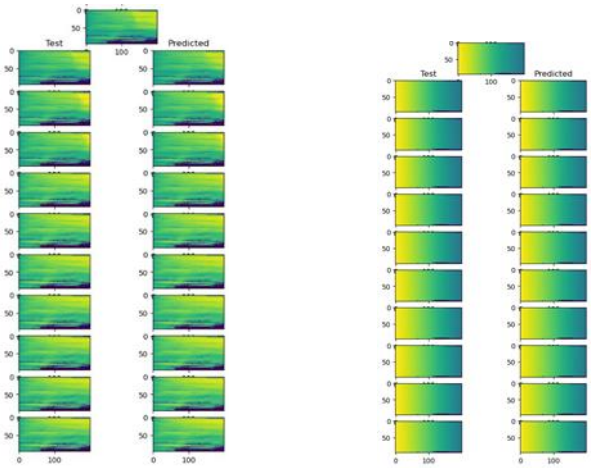


Рис. 2. Результаты предсказания модели (слева - насыщаемость, справа - давление)

Заключение

В рамках данной работы была изучена структура FNO, модифицирована ее архитектура для решения задач с несколькими параметрами, а также была обучена модель и продемонстрированы результаты ее работы на реальных данных. Данная модель позволяет решать задачи, связанные с прогнозированием насыщаемости пористой среды нефтью.

Список литературы

1. Li Z., Kovachki N., Azizzadenesheli K., Liu B., Bhattacharya K., Stuart A., Anandkumar A. Fourier Neural Operator for Parametric Partial Differential Equations. [Электронный ресурс] // arXiv : [сайт]. – URL: https://arxiv.org/abs/2010.08895 (Дата обращения: 28.05.2025).
2. Wen G. U-FNO – an enhanced Fourier neural operator-based deep-learning model for multiphase flow. [Электронный ресурс] // arXiv : [сайт]. – URL: https://github.com/gegewen /ufno (Дата обращения: 28.05.2025).
3. Wen G., Li Z., Azizzadenesheli K., Anandkumar A., Benson S.M. U-FNO - An enhanced Fourier neural operator-based deep-learning model for multiphase flow. [Электронный ресурс] // arXiv : [сайт]. – URL: https://arxiv.org/abs/2109.03697 (Дата обращения: 28.05.2025).

УДК 004.4

Разработка программного продукта для подсчета клеточных структур гистологических снимков роговицы

Е.О. Ковалев, А.Ю. Архипов
Научный руководитель: д.т.н. Е.О. Филиппова
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: eok18@tpu.ru

Development of a software product for counting cellular structures in histological corneal images

E.O. Kovalev, A.Y. Arkhipov
Scientific Supervisor: Dr. E.O. Filippova
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: eok18@tpu.ru

Abstract. *Manual cell counting is commonly used for the quantitative assessment of cellular structures; however, it is labor-intensive, time-consuming, and prone to fatigue. Most automated cell counting methods are expensive and require expert involvement. The use of image analysis software provides an affordable yet reliable automated cell counting solution, particularly for histological corneal image analysis. This study aims to develop a software product for counting cellular structures in histological corneal images. The program is implemented in Python within the Visual Studio Code environment and features a graphical user interface created with Tkinter. The software allows users to load images, mark different cell types by mouse clicks, and save annotations and statistics in Excel format. Testing was conducted on 50 histological images of Wistar rat corneas stained with hematoxylin and eosin. The software automatically identifies and counts fibroblasts, lymphocytes, macrophages, mast cells, basophils, eosinophils, and neutrophils. Initial testing revealed an issue with displaying resized images on the canvas, which made annotation difficult. Future modifications are planned to address this problem. The developed software successfully provides direct annotation of cellular structures in images and automated cell counting.*
Key words: *image analysis, cell counting, histological corneal images, software development.*

Введение

Гистопатология имеет решающее значение для диагностических и терапевтических решений при многих болезненных состояниях. Морфометрия является базовым методом в исследовании гистопатологии, так как она обнаруживает структурные и морфологические аберрации в образцах, и, без сомнения, вносит элемент точности в поддержку диагностического решения. Морфометрический подход включает классификацию и сортировку элементов, методы подсчета точек и пересечений, различных клеток [1, 2].

Ручной подсчет клеток как количественной оценки клеточных структур является трудоемким, утомительным процессом и отнимает много времени. С другой стороны, большинство автоматизированных методов подсчета клеток являются дорогостоящими и требуют для работы экспертов. Таким образом, использование программного обеспечения для анализа изображений позволяет получить доступ к недорогому, но надежному автоматизированному подсчету клеток, в частности – анализу клеточных структур срезов глазного яблока.

Цель исследования, разработка программного продукта для подсчета клеточных структур гистологических снимков роговицы.

Экспериментальная часть

Программный продукт был реализован на языке программирования Python, среда – Visual Studio Code. Программа представляет собой графический инструмент для работы с изображениями, позволяющий пользователю загружать изображения, отмечать на них точки различных типов с помощью щелчков мыши, а также сохранять измененное изображение и статистику, содержащую количество нажатий для каждого типа в файл. Используется библиотека Tkinter для создания графического интерфейса, Pillow для обработки изображений и Pandas для сохранения данных в Excel в разрабатываемом программном приложении.

Программа была апробирована на 50 гистологических снимках роговицы, окрашенных гематоксилином и эозином. Гистологические снимки были получены путем окрашивания гематоксилином и эозином срезов роговицы крыс-самцов породы Wistar массой 250 г., полученных в ходе проведения эксперимента по изучению регенераторных процессов в роговой оболочке (разрешение этического комитета № 3898 от 24.11.2014 г).

Результаты

Согласно разработанной программе, после загрузки изображение становится доступным для разметки различных клеток. Интерфейс программы представлен на рис. 1. В данном продукте предложено определить следующие клеточные структуры на гистологических снимках роговицы: фибробласты, лимфоциты, макрофаги, тучные клетки, базофилы, эозинофилы, нейтрофилы. Каждая клеточная структура отмечена определенным цветом для дальнейшей разметки. Размеченные на изображении клеточные структуры автоматически подсчитываются в окне подсчета клеток. Стоит отметить, что после загрузки изображение открывается и считывается с помощью библиотеки Pillow. Далее создается его копия, которая уменьшается до размера не более 700 × 700 пикселей, чтобы уместиться в окне, и очищается список ранее отмеченных точек, сбрасывается статистика (все счетчики нажатий обнуляются) и обновляется элемент с текстовой информацией, чтобы показать, что количество всех типов клеток снова 0.

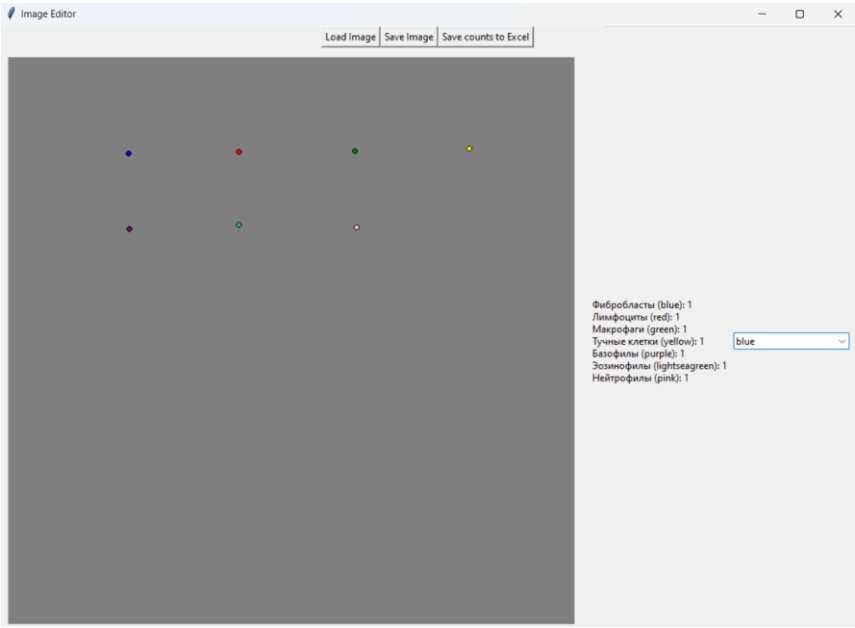


Рис. 1. Интерфейс программы

После разметки изображения пользователь может нажать кнопку Save Image для сохранения измененного изображения с нанесенными обозначениями клеток, выбрать имя файла и его расположение, и сохранить в формате .png. Пользователь также может нажать

кнопку Save counts to Excel, чтобы сохранить статистику о нажатиях в виде таблицы в формате .xlsx. Вид таблицы представлен на рис. 2.

	A	B
1	**Name**	**Count**
2	Фибробласты	1
3	Лимфоциты	1
4	Макрофаги	1
5	Тучные клетки	1
6	Базофилы	1
7	Эозинофилы	1
8	Нейтрофилы	1

Рис. 2. Сохранение статистики в формате .xlsx

Согласно проведенной апробации, разработанный программный продукт позволяет вести подсчет различных клеточных структур на каждом гистологическом снимке роговицы. Выявлено, что уменьшенное изображение при его загрузке помещается не на холст, а в выделенную область, что затрудняет процесс редактирования. Планируется модификация программного продукта для устранения выявленных проблем.

Заключение

В результате разработана программа позволяет отмечать клеточные структуры прямо на загруженном изображении срезов роговицы и автоматически вести подсчет каждого типа клеток.

Список литературы

1. Collan Y., Torkkeli T., Kosma V.-M., Pesonen E., Kosunen O., Jantunen E., Mariuzzi G.M., Montironi R., Marinelli F., Collina G. Sampling in diagnostic morphometry: the influence of variation sources // Pathology - Research and Practice. – 1987. – Vol. 182, № 3. – P. 401–406. DOI: 10.1016/S0344-0338(87)80077-8.

2. Collan Y., Torkkeli T., Pesonen E., Jantunen E., Kosma V.M. Application of morphometry in tumor pathology // Analytical and Quantitative Cytology and Histology. – 1987. – Vol. 9, № 2. – P. 79–88.

УДК 51-76

Моделирование процессов митохондриального дыхания в клетках миокарда

В.В. Лазаренко
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н., Б.С. Мерзликин
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
НИИ кардиологии Томский национальный исследовательский медицинский центр,
Россия, г. Томск, ул. Киевская 111А, 634012
E-mail: lazarenko1@tpu.ru

Modelling of mitochondrial respiration processes in myocardial cells

V.V. Lazarenko
Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Ph.D. B.S. Merzlikin,
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
Tomsk National Research Medical Center, Russia, Tomsk, Kievskaya Str., 111A, 634012
E-mail: lazarenko1@tpu.ru

Abstract. *The present study is devoted to modelling the processes of mitochondrial respiration in myocardial cells. Based on measurements of oxygen concentration during energy homeostasis, it is proposed to investigate the transition from aerobic to anaerobic metabolism and to discover the dynamics of the unobvious relationship between oxygen concentration, ATP, ADP and metabolic processes. This article also presents some of the results of the initial research and the results of the first stage of work.*
Key words*: PySindy, mitochondrial respiration, cardiac mitochondria, myocardium, ATP, ATD.*

Введение

Моделирование процессов митохондриального дыхания в клетках миокарда представляет собой важное направление исследований в области кардиологии и молекулярной биоэнергетики. Митохондрии играют существенную роль в энергообеспечении сердца, а именно они обеспечивают до 90 % синтеза аденозинтрифосфата (АТФ), который необходим для сократительной функции сердца [1]. Нарушения митохондриального дыхания лежат в основе многих патологий, включая ишемическую болезнь сердца, сердечную недостаточность и реперфузионные повреждения. Известно, что сердечно-сосудистые заболевания остаются ведущей причиной смертности в мире, поэтому моделирование позволит изучить механизмы дисфункции и найти пути их коррекции в будущем. Исследование в этой области позволит лучше понять энергетический обмен, влияние гипоксии, ишемии и гиперфузии в миокарде [2, 3].

Экспериментальные данные часто содержат сложные нелинейные зависимости, в связи с чем метод Python Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (PySINDy) приобрел популярность для современных исследователей. Этот метод позволяет идентифицировать из данных дифференциальные уравнения. Алгоритм PySINDy автоматически выделяет наиболее значимые члены в дифференциальных уравнениях, описывающих динамику физической величины, в данной работе – концентрации кислорода. Последнее позволит обнаружить неочевидные взаимосвязи между концентрацией кислорода и метаболическими процессами [4, 5].

В данной работе будут описаны исследования, проведенные совместно с НИИ кардиологии Томского НИМЦ, а именно анализ данных эксперимента и выявление динамики кислорода в тканях миокарда.

Цель работы – создание инструмента для анализа данных эксперимента измерения концентрации кислорода в клетках миокарда для выявления скрытых динамических закономерностей митохондриального дыхания и обнаружения неочевидных взаимосвязей между концентрацией кислорода и метаболическими процессами.

Экспериментальная часть

Настоящая работа основана на экспериментальных данных, которые были получены в результате опытов на лабораторных мышах в количестве 126 единиц с использованием кислородного электрода. В результате эксперимента были выделены следующие группы подопытных мышей: ложнооперированные (ЛО), инфаркт (ИР), адаптация к гипоксии и ложнооперированные (ХНГ ЛО), адаптация к гипоксии и инфаркт (ХНГ ИР), метаболический синдром и ложнооперированные (МС ЛО), метаболический синдром и инфаркт (МС ИР), метаболический синдром с адаптацией к гипоксии и ложнооперированные (МС ХНГ ЛО), метаболический синдром с адаптацией к гипоксии и инфаркт (МС ХНГ ИР).

В соответствии с целью данной работы для построения модели SINDy данные были предварительно очищены от выбросов методом скользящего среднего и сглажены фильтром Гаусса для удаления шумов. Метод SINDy основан на реализации разреженной регрессии для поиска оптимальной линейной комбинации базисных функций. Этот метод используется, чтобы идентифицировать дифференциальное уравнение и определить поведение динамической системы. Используя набор измерений концентрации кислорода x в моменты времени t, SINDy представляет эволюцию во времени в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t))$$

Функция f(x(t)) часто является разреженной в пространстве соответствующего набора базисных функций, в качестве которых были выбраны полиномы третьего порядка. Чтобы построить модель SINDy необходимо найти ее основные составляющие, для этого необходимо произвести численное вычисление производных $\dot{x}$, задать наборы базисных функций $\theta(x)$ и разреженных регрессионных решателей. Последнее требуется для получения матрицы Ξ, элементы которой представляют собой вектор-коэффициенты линейной комбинации базисных функций [4]. Эти составляющие модели реализованы встроенной функциями PySINDy, Таким образом, после определения x , $\dot{x}$, $\theta(x)$ и Ξ можно записать аппроксимационную задачу, лежащую в основе SINDy :

$$\dot{x} \approx \theta(x)\Xi$$

Получив таким образом дифференциальные уравнения для нескольких групп и исследовав кривые, полученные в результате визуализации данных, можно выявить общую закономерность.

Результаты

В ходе проделанной работы были получены кривые для различных групп и их производные в виде кривых (рис. 1), найдены точки перегиба, значение скоростей и получены дифференциальные уравнения для всех групп подопытных. В результате была получена таблица значений для всех групп. В некоторый момент времени происходит добавление АДФ, затем кривая резко убывает, что соответствует активному поглощению АДФ, и когда практически весь АДФ профосфорилирован – скорость резко снижается [6].

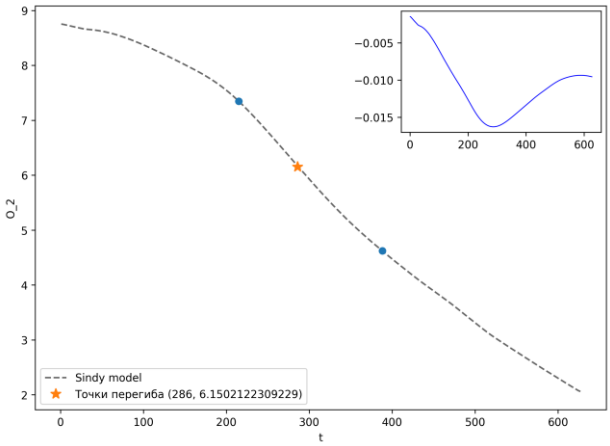


Рис. 1. Зависимости концентрации кислорода от времени для одного случая (МС ХНГ ЛО), в малом окне отображен график производной

Заключение

В результате проведенной работы были получены кривые изменения концетрации кислорода со временем, численно вычислены производные, скорости изменения кривой, найдены точки перегиба, а также получена модель SINDy для каждого случая. В дальнейшем планируется установить закон, которым эти кривые подчиняются.

Список литературы

1. Huss J.M., Kelly D.P. Mitochondrial energy metabolism in heart failure: a question of balance // The Journal of clinical investigation. – 2005. – Vol. 115, № 3. – P. 547–555.

2. Lv J., Bhatia M., Wang, X. Roles of Mitochondrial DNA in Energy Metabolism. Advances in Experimental Medicine and Biology // Springer Nature Singapore Pte Ltd. – 2017. – Vol. 1038. – P. 71–83.

3. Sun Q., Karwi Q.G., Wong N., Lopaschuk G.D. Advances in myocardial energy metabolism: metabolic remodelling in heart failure and beyond // Cardiovascular Research. – 2024. – Vol. 120. – P. 1996–2016.

4. Brunton S.L., Proctor J.L., Kutz J.N. Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2016. – Vol. 113, № 15. – P. 3932–3937.

5. Kaptanoglu A. PySINDy: A comprehensive Python package for robust sparse system identification / Kaptanoglu A., Silva B., Fasel U., Kaheman K., Goldschmidt A., et al. // Journal of Open Source Software. – 2022. – Vol. 7, № 69. – P. 3994. 10.21105/joss.03994. hal-0390389

6. Николс Д. Биоэнергетика. Введение в хемиосмотическую теорию: Пер. с англ. – Москва: Мир, 1985. – 190 с.

УДК 004.8

Алгоритмы сегментации патологических – вследствие диабета – изменений сетчатки методом машинного обучения

В.А. Лушников
Научный руководитель: профессор, д.т.н. Е.О. Филиппова
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: val32@tpu.ru

Algorithms for segmenting diabetic retinal lesions using machine learning

V.A. Lushnikov
Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.O. Filippova
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: bosyheo@tpu.ru

Abstract. *The aim of the work is to develop algorithms for segmentation of pathological – due to diabetes – changes in the retina using machine learning. As a result of the study, a trained neural network was obtained that allows segmentation of fundus images with some accuracy. The accuracy of the determination is sufficient to verify pathological processes of the retina with diabetic retinopathy.*
Key words*: diabetic retinopathy, machine learning, segmentation*

Введение

Диабет является серьезной проблемой для систем здравоохранения во всем мире. Распространенность диабета неуклонно растет, особенно у взрослых трудоспособного возраста. Приблизительно у половины людей с диабетом со временем развивается ретинопатия, при этом диабетический макулярный отек является наиболее распространенной причиной потери зрения [2]. Сообщаемая распространенность диабетической ретинопатии (ДР) у лиц с диабетом существенно различается в разных исследованиях и даже среди современных популяций в одной и той же стране, но, вероятно, составляет около 40 % [3–5]. Это заболевание чаще встречается при диабете 1 типа, чем при диабете 2 типа, а угрожающее зрению заболевание встречается примерно в 10 %. Пролиферативная диабетическая ретинопатия (ПДР) поражает 5–10 % населения с диабетом. Особому риску подвергаются диабетики 1 типа: заболеваемость достигает 90 % после 30 лет. Диабетическая ретинопатия (ДР) является одним из наиболее тяжёлых осложнений сахарного диабета. Диагностика диабетической ретинопатии основывается в большей мере на исследованиях глазного дна с помощью офтальмоскопии и цифровых фундус-камер. Из-за ручного исследования изображений глазного дна сетчатки выявление таких морфологических аномалий как микроаневризмы, экссудаты, кровоизлияния, межретинальные микрососудистые аномалии, пролиферативные процессы является очень сложным и трудоемким процессом. Кроме того, офтальмоскопические методы исследования глазного дна являются трудоемкими процедурами, выполняемыми вручную, а результаты субъективны и зависят от опыта врача, что формирует некоторую потенциальную предвзятость. Современные достижения в области искусственного интеллекта и машинного обучения открывают новые перспективы для автоматизации диагностики ДР. Одним из ключевых направлений в автоматическом анализе патологий сетчатки является применение методов глубокого обучения для детекции и классификации диабетической ретинопатии. Большинство работ, посвященных применению методов глубокого обучения в анализе диабетической ретинопатии, ставят задачу бинарной классификации [1]. Однако важной задачей является не только определение диагноза у пациента, но и его стадия, динамика развития патологий. Такая задача может быть решена

благодаря детекции и сегментации поражений и многоклассовой классификации изображений. Разработка и внедрение алгоритмов глубокого обучения позволяют значительно повысить точность и скорость анализа фундус-изображений. Автоматизированные системы могут не только облегчить процесс диагностики, но и спрогнозировать развитие заболевания, помогая офтальмологам принимать клинические решения на основе объективных данных. В частности, использование методов глубокого обучения в анализе патологий сетчатки способствует созданию более точных моделей стратификации риска и персонализированного подхода к лечению пациентов с диабетической ретинопатией.

Цель работы разработка алгоритмов сегментации патологических – вследствие диабета – изменений сетчатки методом машинного обучения.

Экспериментальная часть

Для сегментации снимков глазного дна с различными стадиями диабетической ретинопатии были использованы данные открытых датасетов DIAREDB1, 2-e-Ophtha. Каждое изображение сегментировано на фрагменты, аннотированные вручную и использовано для машинного обучения.

Для ручного аннотирования изображений была разработана специализированная программа (рис. 1). Она представляет собой настольное приложение, созданное на языке программирования Python с использованием библиотек PyQt, OpenCV (cv2) и NumPy.

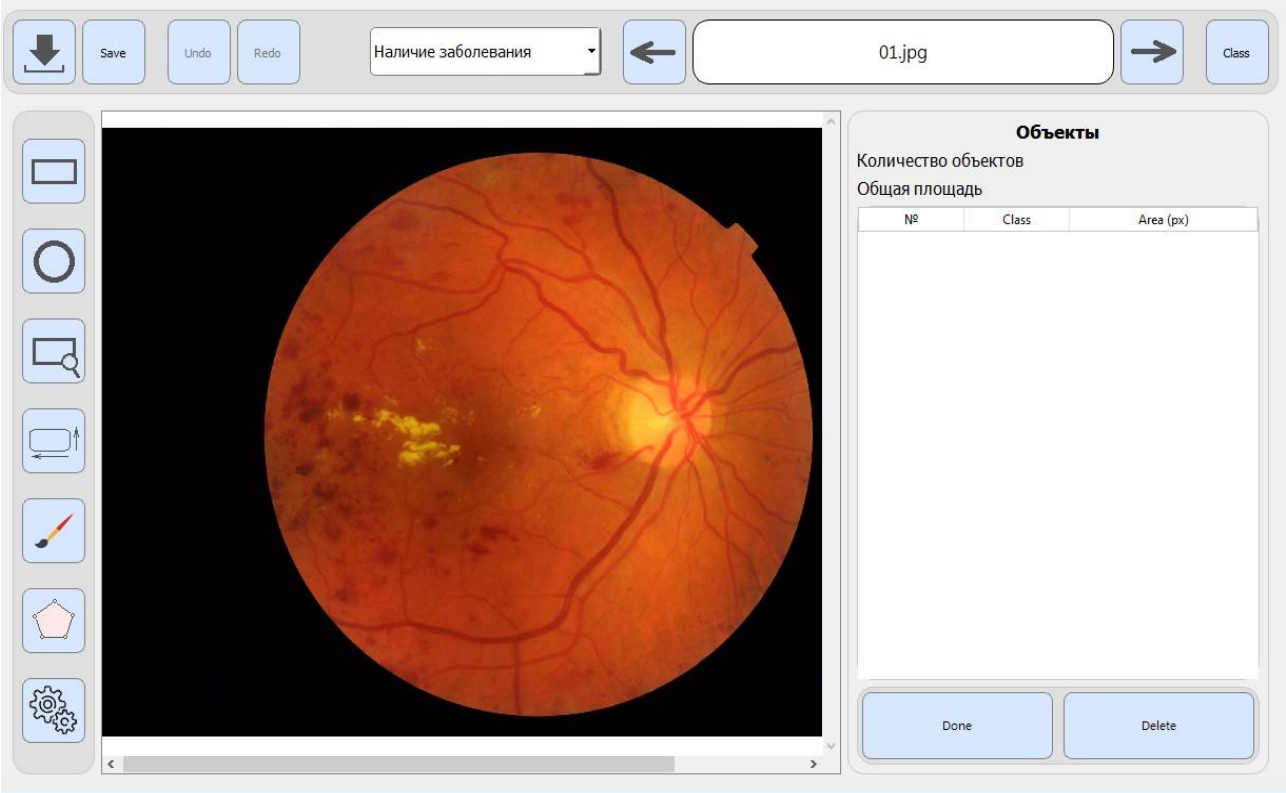


Рис. 1. Интерфейс программы

Приложение предназначено для ручного сегментирования изображений глазного дна и последующей классификации патологических участков. Пользовательский интерфейс, реализованный на основе PyQt, обеспечивает удобные инструменты для разметки изображений. Пользователь может вручную выделять необходимые области, присваивать им соответствующий тип патологии, а также формировать бинарные маски сегментированных изображений. Дополнительно приложение предоставляет инструменты для предварительной визуальной настройки изображения – регулировку яркости, контрастности, гамма-коррекции

и других параметров, что позволяет более четко выделять патологические зоны при аннотировании. Программа автоматически рассчитывает площадь поражения каждой выделенной области, суммарную площадь поражения по виду патологий и общую площадь пораженных участков в пикселях, что может быть использовано в дальнейшем для анализа динамики развития заболевания и других исследовательских задач. Данное приложение является универсальным и может быть использовано не только для аннотирования офтальмологических снимков, но и в других областях медицины, а также технических задачах, где требуется сегментация изображений и формирование обучающих данных.

Для датасета был оставлен только зеленый канал, так как он обладает наибольшей контрастностью. изображений, при удалении сосудов с изображения для увеличения точности работы программы. Машинное обучение проводилось следующим образом. Имея уже размеченные вручную изображения, в программе каждому изображению присваивалась метка, к какой категории оно принадлежит: к норме или к снимку с патологией. Каждое изображение было преобразовано в массив пикселей. Массивы были преобразованы в тензоры, которые подавались на вход обучающейся модели.

Результаты

Модель обучалась 5 эпох, после второй эпохи она стала переобучаться. Это связано с небольшим количеством изображений для обучения. Наименьшая ошибка, которая была достигнута: 2859,1054. Ошибка вычислялась как «binary_crossentropy» библиотеки sklearn python. Наибольшая точность, которая была достигнута: 0,9. Метрика вычислялась как «accuracy» библиотеки sklearn python.

Заключение

В результате получена обученная нейросеть, позволяющая сегментировать изображения глазного дна с некоторой точностью. Точность определения достаточна для верификации патологических процессов сетчатки с диабетической ретинопатией.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-25-00113, https://rscf.ru/project/25-25-00113/.

Список литературы

1. Alyoubi W.L., Abulkhair M.F., Shalash W.M. Diabetic Retinopathy Fundus Image Classification and Lesions Localization System Using Deep Learning // Sensors. – 2021. – Vol. 21, № 3704. – P. 4–6.
2. Eshaq R.S., Aldalati A.M.Z., Alexander J.S., Harris N.R. Diabetic retinopathy: Breaking the barrier // Pathophysiology. – 2017. – Vol. 24, № 4. – P. 229–241.
3. Fowler M.J. Microvascular and Macrovascular Complications of Diabetes // Clin. Diabetes. – 2008. – Vol. 26, № 2. – P. 77–82.
4. International Council of Ophthalmology. Guidelines for Diabetic Eye Care [Руководство] / International Council of Ophthalmology. – 2017. – (https://clck.ru/3GUEwb)
5. International Diabetes Federation, The Fred Hollows Foundation. Diabetes eye health: A guide for health care professionals [Руководство] / International Diabetes Federation, The Fred Hollows Foundation. – Brussels, Belgium: International Diabetes Federation, 2015. – (www.idf.org/eyecare)

УДК 004.032.26, 005.932.1

Математическая модель для прогнозирования досрочного расторжения договоров страхования

Д.В. Макаревич
Научный руководитель: к.ф.-м.н. М.Е. Семенов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: dvm48@tpu.ru

Mathematical model for predicting early termination of insurance contracts

D.V. Makarevich
Scientific Supervisor: Ph.D. M.E. Semenov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: dvm48@tpu.ru

Abstract. *A neural network model is proposed for predicting early termination of insurance contracts at the initiative of the policyholder. Modeling is carried out on the Insurance Churn Prediction dataset and the results are presented.*
Key words: *early termination, insurance contracts.*

Введение

Расторжение договоров страхования по инициативе страхователя – это важный аспект страховой практики, который позволяет застрахованным лицам регулировать свои отношения с страховщиками в случае изменения личных обстоятельств или ухудшения условий, на которых был заключен договор. Страхователь может столкнуться с изменениями в своей жизни, которые могут делать действующий договор страхования нецелесообразным или ненужным.

Целью работы является разработка математической модели и её программная реализация для предсказания обращений за расторжением договора страхования в будущем.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Провести критический анализ литературы по предметной области.
2. Разработать математическую модель предсказания количества будущих обращений за расторжением договоров страхования.
3. Обучить полученную модель, предварительно подготовив данные.

Актуальность данной работы обусловлена необходимостью предсказания количества будущих обращений за расторжением договоров страхования. Это исследование имеет практическое значение для страховых компаний, поскольку позволяет оптимизировать их стратегию управления рисками и улучшить качество обслуживания клиентов.

Научная новизна данной работы заключается в разработке и внедрении модели нейронной сети для предсказания количества будущих обращений за расторжением договоров страхования.

Признаки (независимые переменные), целевая переменная

Для обучения нейронной модели был использован набор данных (без пропусков и дубликатов), который содержит 7934 записей для 8 анонимизированных признаков, включая числовые и категориальные типы переменных, и целевой переменной labels. Категориальные признаки закодированы числами. Целевой переменной будет являться расторжение договора страхования (labels) в будущем, описание независимых переменных (признаков) приведено в табл. 1. Значения целевой переменной является только 0 и 1, где 0 – расторжения не было, а 1, соответственно, и является самим фактом расторжения.

Таблица 1

Описание признаков до нормализации

Наименование признака	Тип признака	Диапазон значений
feature_1	числовой	[-3,081149…33,094776]
feature_2	числовой	[-1,779108…1,825628]
feature_3	числовой	[-1,002478…18,094700]
feature_4	числовой	[-0,569351…19,443647]
feature_5	числовой	[-0,411453…8,127648]
feature_6	числовой	[-0,251940…23,625644]
feature_11	категориальный	[0, 1]
feature_12	категориальный	[0, 1]

Обработка данных и архитектура нейронной сети

На этапе обработки мы провести нормализацию независимых числовых переменных с помощью минимаксного метода:

$$x' = (x - x_{\min})/(x_{\max} - x_{\min}),$$

где x – исходное значение, $x_{\min}$ ($x_{\max}$) – минимальное (максимальное) значение признака в наборе данных. Далее мы сформировали тренировочную, валидационную и тестовую выборки в пропорции 70/15/15 соответственно. На языке программирования Python с использованием библиотека Keras мы спроектировали нейронную сеть следующей архитектуры:

1. Слой (8 нейронов на входе, 64 нейронов на выходе, функция активации Relu).
2. Слой (64 нейронов на входе, 32 нейронов на выходе, функция активации Relu).
3. Слой (32 нейронов на входе, 16 нейронов на выходе, функция активации Relu).
4. Слой (16 нейронов на входе, 1 нейрон на выходе, функция активации Sigmoid).

На выходном слое функция Sigmoid была выбрана специально для бинарной классификации, также был выбран стандартный оптимизатор Adam, а в качестве функции потерь была выбрана binary_crossentropy.

Метрики качества

В качестве метрики качества предсказания нейронной модели мы использовали точность (accuracy), которая на тестовой выборке равна 0,81. На рис. 1 приведена матрица ошибок, из которой видно, что количество истинно предсказанных расторжений равняется 484, правильно предсказанных отсутствий расторжений 476. Ложно предсказанных расторжений 126, а ложных отсутствий расторжений 105.

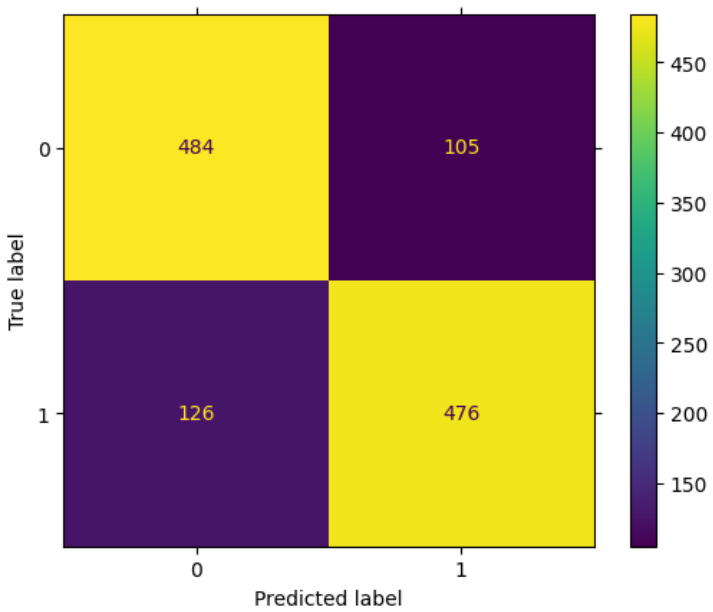


Рис. 1. Матрица ошибок, по осям расположены истинные и предсказанные классы.

Заключение

В результате исследования точность решения задачи бинарной классификации составила 0,81. Для повышения точности требуется более тонкая настройка модели.

УДК 530.145

Численное моделирование переходного излучения от Гауссового волнового пакета, пересекающего границу металлического зеркала

Н.И. Малыгина
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Г.Ю. Лазаренко
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: nim8@tpu.ru

Numerical modeling of transitional radiation from the Gaussian wave package crossing the border of the metal mirror

N.I. Malygina
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Ph.D., G.Yu. Lazarenko
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: nim8@tpu.ru

Abstract. *In this study, the spectral-angular characteristics of transition radiation as a function of the dispersion of a Gaussian wave packet of an electron was numerically investigated. It was found that in the ultrarelativistic case, longitudinal dispersion has little effect on the properties of the radiation. However, the transverse component of the dispersion leads to significant differences in the radiation properties compared to the plane wave approximation.*
Key words*: transitional radiation, wave packages, spectrally angular distribution, ultrarelativitistic particle.*

Введение

В ряде недавних работ [1, 2] было показано, что квантовые эффекты в излучении не сводятся к квантовой отдаче и излучению за счет спина. Существенную роль может играть пространственная структура заряженной частицы, что порождает интерес к поиску новых квантовых эффектов в переходном излучении, связанных с этой структурой. В [1] была получена формула для инклюзивной вероятности переходного излучения от частицы Дирака. Инклюзивной вероятностью излучения называется вероятность регистрации фотонов, усредненная по всем возможным конечным состояниям электрона.

Переходным называется такое излучение, когда частица пересекает раздел двух сред с разной диэлектрической проницаемостью. Чтобы избавиться от эффектов от рассеяния на атомах среды, на которую падает частица, необходимо, чтобы размер апертуры в зеркале был много больше характерного размера падающей частицы $1/\sigma$. В этом случае частица уже не будет пересекать границу двух сред, и такое излучение принято называть дифракционным. Механизм его возникновения хорошо изучен и описан [3, 4]: вследствие движения заряженной частицы вдоль поверхности, например, металла, возбуждаются атомные электроны внутри материала, возникают поляризационные токи, и создается вторичное электромагнитное поле, которое наблюдается в виде излучения.

Как правило, при описании свободных частиц предполагают, что значения импульсов или координат известны сколь угодно точно. Однако в действительности из-за погрешностей, имеющихся у оборудования, состояние частицы нельзя подготовить идеально точно. Волновой пакет – это суперпозиция плоских волн с различными импульсами p, которые создают неопределенность в значениях импульса σ [5]. В силу неопределенности Гейзенберга это приводит к тому, что состояние становится локализованным в координатном пространстве. Таким образом плоской волне соответствует случай, когда известно с точностью направление движения, а вероятность нахождения частицы в перпендикулярной

плоскости равномерно распределена по ней. Простейшим распределением, имеющим классический предел, является Гауссов волновой пакет.

Цель: исследовать свойства инклюзивной вероятности переходного излучения от ширины волнового пакета.

Экспериментальная часть

В данной работе было рассмотрено нормальное падение Гауссового волнового пакета электрона на зеркало в пакете *Wolfram Mathematica*. Детектор помещен со стороны падающей частицы и регистрирует только излучение, созданное перед металлической пластинкой. Волновой вектор регистрируемого фотона имеет вид:

$$\mathbf{k} = k_0(\sin\theta\, cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi\,, \cos\theta). \tag{1}$$

Линейные поляризации в плоскости реакции, т.е. p-поляризация, и в плоскости, перпендикулярной среднему направлению падения $\bar{p}$=(0,0,$\bar{p}_3$), т.е. s-поляризация, имеют вид:

$$\boldsymbol{f}^{(p)}(\mathbf{k}) = (\cos\varphi\cos\theta\,, \sin\varphi\cos\theta\,, -\sin\theta), \quad \boldsymbol{f}^{(s)}(\mathbf{k}) = (-\sin\varphi\,, \cos\varphi\,, 0) \tag{2}$$

В [1] была приведена общая формула для расчета инклюзивной вероятности для всех видов частиц со спином 1/2. Для рассматриваемого электрона слагаемые с аномальным магнитным моментом дают малый вклад, который не наблюдался в эксперименте. Помимо этого, слагаемые, содержащие спин, не дают вклада в линейную поляризацию переходного излучения [3,4], и потому были отброшены. В результате, для расчета инклюзивной вероятности регистрации фотона была использована сокращенная формула:

$$dP(\lambda, \mathbf{k}; \mathrm{c}) = \frac{e^2 k_0 dk_0 d\Omega}{32\pi^3} \int \frac{d\mathbf{p} c(\mathbf{p})}{|p'_3 p_3|} \sum_{r,r'} \frac{f_{ri}{}^{(\lambda)}(\mathbf{k}) f^*{}_{r'j}{}^{(\lambda)}(\mathbf{k})}{(p'_3 - p_3 + rk_3)(p'_3 - p_3 + r'k_3)} \left\{ p^{(i} p'^{j)} - \delta^{ij} \frac{q^2}{2} \right\} \tag{3}$$

где q – переданный импульс и $c(\mathbf{p})$ – функция плотности вероятности, имеющая следующий вид:

$$c(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{p_1{}^2}{2\sigma_1{}^2}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{p_2{}^2}{2\sigma_2{}^2}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{(p_3-\bar{p}_3)^2}{2\sigma_3{}^2}}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{f}_r{}^{(\lambda)}(\mathbf{k}) = r\boldsymbol{f}^{(\lambda)}(\mathbf{k}) + (1-r)e_3 \boldsymbol{f}^{3(\lambda)}(\mathbf{k}), \ \mathrm{r} = \pm 1. \tag{5}$$

Результаты

Был исследован релятивистский случай, т.е. Лоренц-фактор $\gamma \gg 1$. При рассмотрении зависимости вероятности (3) от σ_3 значимых отличий не наблюдалось в диапазоне (0, 1) МэВ, что соответствует экспериментально достижимым значениям дисперсии волновых пакетов. В ходе исследования зависимости от перпендикулярных составляющих, т.е. σ_1, σ_2, была выявлена существенная зависимость, которая представлена на графиках (рис. 1.).

На рис. 1, а) наблюдается логарифмическая расходимость при маленьких энергиях, это возникает вследствие проблемы инфракрасной расходимости в физике. На графике б) видно, что при $\boldsymbol{\sigma} = 0$ линейная поляризация в плоскости, перпендикулярной падению тем больше, чем больше переданный импульс (квантовая отдача) и линейна относительно нее (см. формулу (3)). При отличной от нуля поперечной дисперсии, наблюдается расходимость при маленьких энергиях, при высоких энергиях вероятность убывает, как и для первой поляризации. На графике в) видно, как с увеличением ширины волнового пакета вероятность излучения перестает зависеть от полярного угла, и пропадает характерный конус, возникающий в излучении релятивистских частиц. Основной максимум s-поляризации расположен при $\theta \approx 0$ (см. рис. 1, г)).

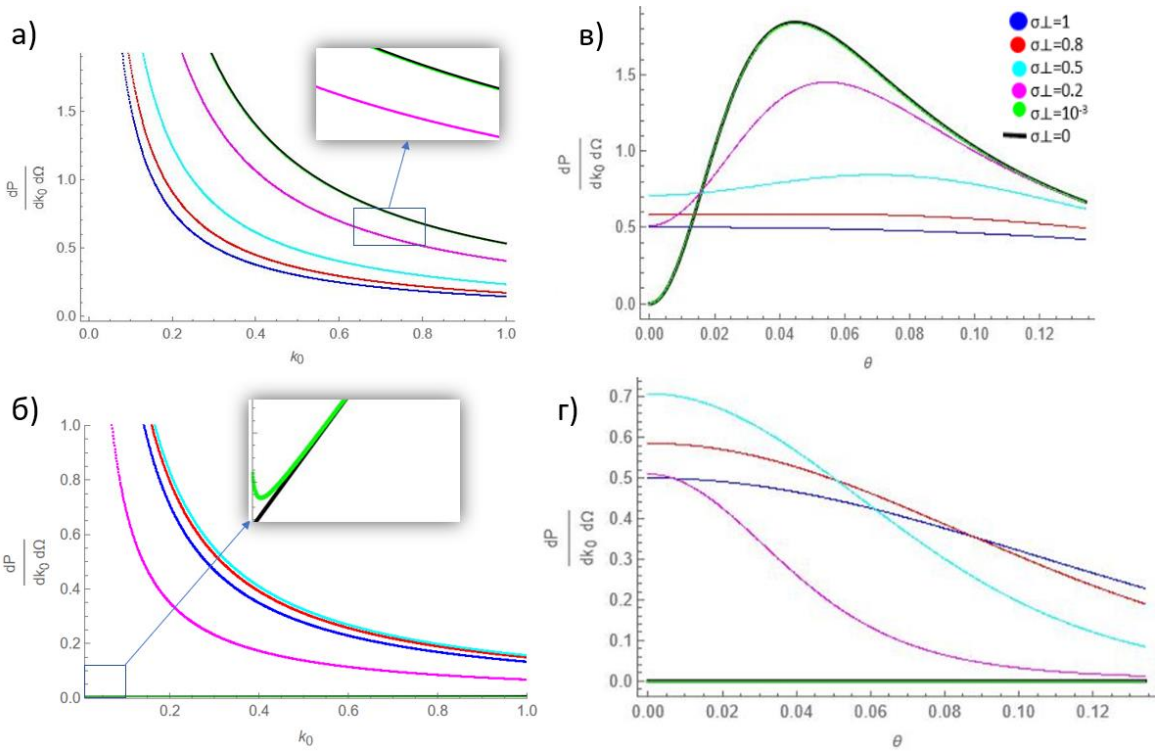


Рис. 1. Зависимость инклюзивной вероятности от угла и энергии фотона в МэВ:
а) первая поляризация, зависимость от энергии при $\theta = 1/\gamma$,
б) вторая поляризация, зависимость от энергии при $\theta = 1/\gamma$,
в) первая поляризация, зависимость от угла при $k_0 = 0{,}05$,
г) вторая поляризация, зависимость от угла при $k_0 = 0{,}05$

Заключение

В работе [2] было рассмотрено переходное излучение от закрученного электрона. Вклад за счет наличия у электрона орбитального углового момента $l = 1000$ мог доходить до 1 %. Проведенные исследования показали, что наличие отличной от нуля дисперсии волнового пакета приводит к новым эффектам в излучении того же порядка, что и классический вклад. В частности, переходное излучение перестаёт быть преимущественно линейно поляризованным. В дальнейшем исследование будет направлено на учет свойств вещества и других форм волновых пакетов.

Список литературы

1. Kazinski P.O., Lazarenko G.Yu. Transition radiation from a Dirac-particle wave packet traversing a mirror. – Текст: электронный // Physical review. – 2021. – № A 103. – DOI: 10.1103/PhysRevA.103.012216.

2. Ivanov I.P., Karlovets D.V. Detecting transition radiation from a magnetic moment. – Текст: электронный // Physical review letters. – 2013. – DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.264801.

3. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н., Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории): монография. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 360 с.

4. Потылицын А.П., Рязанов М.И., Стриханов М.И. Дифракционное излучение релятивистских частиц: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 347 с.

5. Bliokh K.Y., Ivanov I.P., Guzzinati G. Theory and applications of free-electron vortex states. – Текст: электронный // Physics Reports. – 2017. – № 690. – https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.05.006.

УДК 519.713.8

Сравнение решений уравнения поверхностной диффузии при помощи конечно-разностной схемы и методов теории клеточных автоматов

М.А. Тамошкин[1], М.А. Шипуля[2], Ю.Ю. Эрвье[3]
Научный руководитель: к.ф.-м.н. М.А. Шипуля[3],
Научный консультант: д.ф.-м.н. Ю.Ю. Эрвье[3]
[1]Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
[2]Томский университет систем управления и радиоэлектроники,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050
[3]Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: ervye@mail.tsu.ru

Comparison of solutions of the diffusion equation using a finite-difference scheme and methods of the theory of cellular automata

M.A. Tamoshkin[1], M.A. Shipulya[2], Yu.Yu. Hervieu[3]
Scientific Supervisor: Ph.D. M.A. Shipulya[2],
Scientific Consultant: Dr. Yu.Yu. Hervieu[3]
[1]Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
[2]Tomsk University of Control Systems and Radio Electronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634050
[3]Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: ervye@mail.tsu.ru

Abstract. *The paper presents the results of a comparison of calculations for solving the diffusion equation using the classical finite difference scheme and methods of the theory of cellular automata.*
Key words*: cellular automata, nanowires, finite difference scheme.*

Введение

Диффузия атомов, адсорбированных на кристаллических поверхностях, играет важную роль в процессах катализа, роста кристаллов и формирования различных наноструктур. В частности, диффузионно-индуцированный механизм роста нитевидных нанокристаллов (ННК) является основным при выращивании ННК с использованием МОС-гидридной и молекулярно-пучковой эпитаксии [1]. В настоящей работе рассматривается начальная стадия роста ННК в пределах прямоугольных участков, создаваемых с помощью селективного травления (метод селективной эпитаксии [2]). В данном случае, отсутствие цилиндрической симметрии затрудняет аналитическое решение соответствующей краевой задачи поверхностной диффузии и необходимо использовать численные методы. В работе обсуждается эффективность применения метода клеточных автоматов [3–5] в сравнении с классической конечно-разностной схемой решения уравнения параболического типа с соответствующими начальным и граничными условиями.

Результаты

При использовании метода селективной эпитаксии осаждаемые из газовой фазы или молекулярного пучка атомы совершают случайное блуждание в пределах определенной области на поверхности подложки. Эта область ограничена с одной стороны, внешней границей ∂d капли катализатора, а с другой – внутренней границей ∂S, задаваемой условиями селективного травления. Будем полагать, что граница капли катализатора представляет собой окружность радиуса r_0 с центром в точке (x_0, y_0), совпадающим с центром фигуры, определяющей внешнюю границу области. В простейшем случае такая область может иметь

форму правильного многоугольника. Атомы, диффундирующие по подложке, не покидают пределов внешней границы и остаются на поверхности до тех пор, пока не попадают внутрь капли катализатора. В этот момент они удаляются с подложки и участвуют в процессе роста ННК. Упрощенное описание данного процесса может быть представлено с помощью уравнения диффузии для плотности распределения атомов $u(x,y,t)$ с соответствующими граничными и начальными условиями:

$$\partial_t u(x,y,t) = D\Delta u(x,y,t), \tag{1}$$

$$u(x,y,0) = u_0, \qquad < \vec{n}(x,y), \vec{\nabla}\, u(x,y) >\big|_{(x,y)\in\partial S} = u(x,y,t)\big|_{(x,y)\in\partial d} = 0 \tag{2}$$

Здесь $\vec{n}(x,y)$ – вектор, направленный по нормали к границе ∂S, D – постоянный коэффициент диффузии, характеризующий скорость движения диффундирующих атомов по подложке. В качестве границ области, определяющей возможные перемещения атомов, выбраны, соответственно, квадрат со стороной $2R$ для ∂S, и окружность с диаметром $2r_0$ для ∂d. Численное значение плотности, полученное в результате применения классической конечно-разностной схемы решения уравнения параболического типа (1) с соответствующими начальным и граничными условиями (2), для различных значений времени представлено на рис. 1.

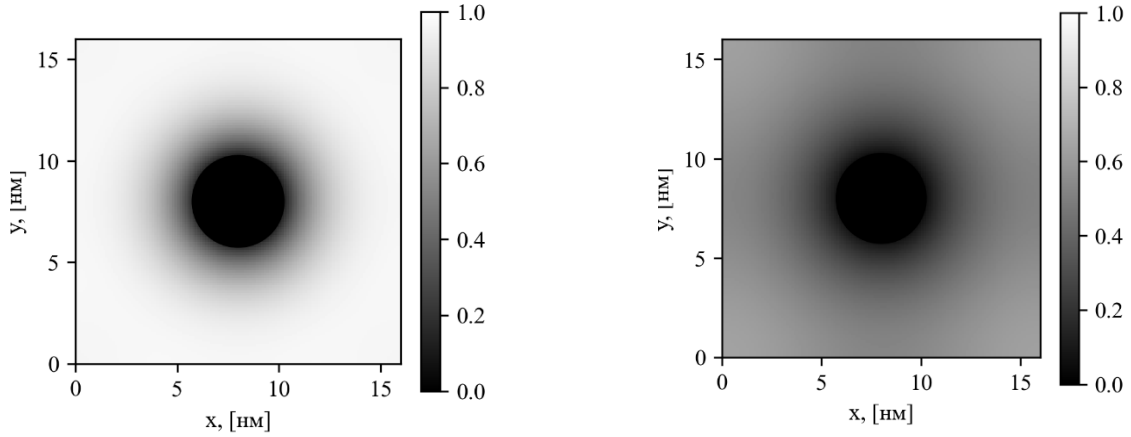


Рис. 1. Численное решение уравнения диффузии внутри области, ограниченной кривыми ∂d и ∂S в процессе диффузии (слева) и через 2^3 шагов алгоритма (справа)

Зависимость максимального значения плотности диффундирующих внутри рассматриваемой области атомов от времени t возможно также получить и применяя для моделирования описанного процесса модель клеточных автоматов с окрестностью Мура [4] при равновероятном переходе между их состояниями. В частности, на рис. 2 представлено сравнение относительных значений количества диффундирующих атомов, не попавших в область капли катализатора на подложке размером 32 x 32 нм для различных значений радиуса границы ∂d (рис. 2, а) и начального значения u_0 (рис. 2, б). Пунктирные линии на рисунке соответствуют численным решениям (1), сплошные линии – результат работы машин клеточных автоматов. По оси ординат графиков на рис. 2 представлено отношение $u(t)/u_0$, где $u(t)$ – текущее среднее по всей области подложки вне капли катализатора значение концентрации атомов, а u_0 – максимальное значение, данной величины, заданное в начальный момент времени. Ось абсцисс на графиках рис. 2 соответствует количеству циклов численного решения (1) в конечно-разностной схеме, или числу шагов машины в случае клеточных автоматов. Данную величину, для наглядности, удобно представлять в логарифмическом масштабе. Как легко понять, эта величина прямо пропорциональна времени протекания процесса диффузии в рассматриваемой системе. При этом, скорость процесса диффузии определяется коэффициентом D, от которого, очевидно, также зависит и диффузионная длина атомов на подложке до присоединения к капле.

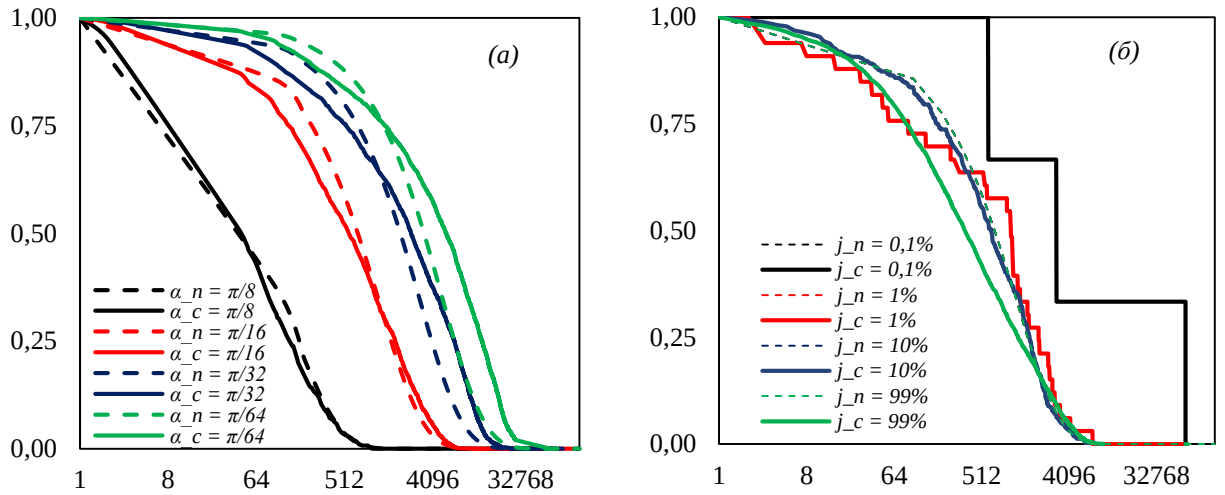


Рис. 2. Среднее относительное значение количества атомов, содержащихся внутри области селективного травления в зависимости от числа шагов алгоритмов: для различных r_0 при j = 50 % (а); для различных u_0 при $\alpha = \pi/8$ (б)

Время протекания процесса диффузии, очевидно, зависит от начальной концентрации частиц u_0 (рис. 2, б), находящихся внутри области между указанными границами, т.е. от плотности заполнения клеток n машины автоматов размерности N в каждый рассматриваемый момент времени. Данное соотношение определяется при помощи величины $j = -\lg_2(n/N)$, где количество клеток автомата ассоциируется с числом атомов на подложке в рассматриваемой области. Кроме того, время протекания рассматриваемого процесса зависит также и от отношения площадей областей, соответствующих границам рассматриваемой области (рис. 2, а), которое удобно характеризовать при помощи безразмерного коэффициента $\alpha = (\pi r_0/4R)$. Как легко видеть, графики, полученные при помощи численного решения дифференциального уравнения (1, 2) и при помощи моделирования работы клеточных автоматов, демонстрируют схожие тенденции.

Заключение

Таким образом, в работе показано, что решение уравнения, описывающего процесс свободной диффузии атомов ростового вещества на начальной стадии образования ННК при осаждении из газовой фазы на подложку в ограниченной области, может быть получено как при помощи классической конечно-разностной схемы для уравнения второго порядка в частных производных параболического типа с соответствующими граничными и начальным условиями, так и при помощи машины клеточных автоматов с окрестностью Мура, вероятность перехода между состояниями которых не изменяется в ходе всего рассматриваемого процесса.

Список литературы

1. Dubrovskii V.G. Nucleation theory and growth of nanostructures. – Springer: Heidelberg – New York – Dordrecht – London, 2014. – 601 p.
2. Yuan, X., Pan, D., Zhou, Y., Zhang, X., Peng, K., Zhao, B., Deng, M., He, J., Tan, H.H., Jagadish, C. Selective area epitaxy of III–V nanostructure arrays and networks: Growth, applications, and future directions // Applied Physics Review. – 2006. – V. 8, № 2. – P. 021302.
3. John von Neumann. Theory of self-reproducing automata – URSS. 2010. – 384 с.
4. Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов – М. : Мир, 1991. – 283 с.
5. Аладьев В.З., Ваганов В.А., Шишаков М.Л. Базовые элементы теории клеточных автоматов. – USA: Lulu Press, 2019. – 418 с.

УДК 311.13

Статистическая обработка данных эксперимента по исследованию успеваемости студентов

В.П. Цыденова
Научный руководитель: профессор, д.т.н. Е.О. Филиппова
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: bosyheo@tpu.ru

Statistical data processing of the experiment on student academic performance

V.P. Tsydenova
Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.O. Filippova
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: bosyheo@tpu.ru

Abstract. *In the present study, we investigated the dependence of students' academic performance on their motivation. The study of the influence of warm-up educational material in a game format on the motivation and academic performance of students.*
Key words*: Correlation analysis, motivation for students' academic activities, student academic performance, questionnaires for the study of student motivation.*

Введение

В настоящее время человек уделяет большую часть жизни образованию. В сфере образования успеваемость студентов является ключевым показателем, определяющим качество обучения и эффективность учебного заведения. На академическую успеваемость влияет множество факторов, причём значительную роль играет мотивация обучающихся. Мотивация оказывает существенное влияние на формирование учебной активности, заинтересованности в предмете и, как следствие, на достижение высоких результатов [1, 2].

Актуальность исследования обусловлена необходимостью понимания того, каким образом различные аспекты мотивации могут способствовать или препятствовать достижению высоких академических результатов. Выявление закономерностей взаимосвязи между успеваемостью и мотивацией может стать основой для разработки эффективных образовательных стратегий и программ, направленных на повышение интереса студентов к обучению и улучшение их академической успеваемости [3, 4].

Целью данного исследования является анализ взаимосвязи между успеваемостью студентов и уровнем их мотивации. Для оценки уровня мотивации используются специально разработанные анкеты, что позволит получить более полное представление о внутренних и внешних факторах, воздействующих на учебный процесс.

Экспериментальная часть

Участниками исследования стали студенты первого курса различных специальностей, обучающиеся в таких группах как: 2Б43, 2Б44, 2Б45, 2Г41, 2У41, 2Б41, 2Б42, 2241, 5041, 5042, 8Е41, 8Е42, 8Г41, 8Г42, 0В41, 0В42, 6В41ПИШ, 8К41, 8К42, 8К43, 8К44.

Для оценки мотивации студентов использовалась «Шкала академической мотивации (ШАМ)» [5]. Участникам исследования предлагается по 5-бальной шкале оценить различные варианты ответа на вопрос «Почему вы в настоящее время ходите на занятия в университет?».

В качестве оценки успеваемости студентов применялись суммарные баллы ЕГЭ, балл ЕГЭ по математике, а также результаты входного тестирования по математике.

Для выявления зависимости успеваемости студентов от их мотивации, был рассчитан коэффициент корреляции Пирсона.

Результаты

Результаты исследования показали наличие зависимости между мотивацией студентов и их успеваемостью, как положительной, так и отрицательной.

Для наглядности приведем диаграммы для группы 8К42 (рис. 1–3).

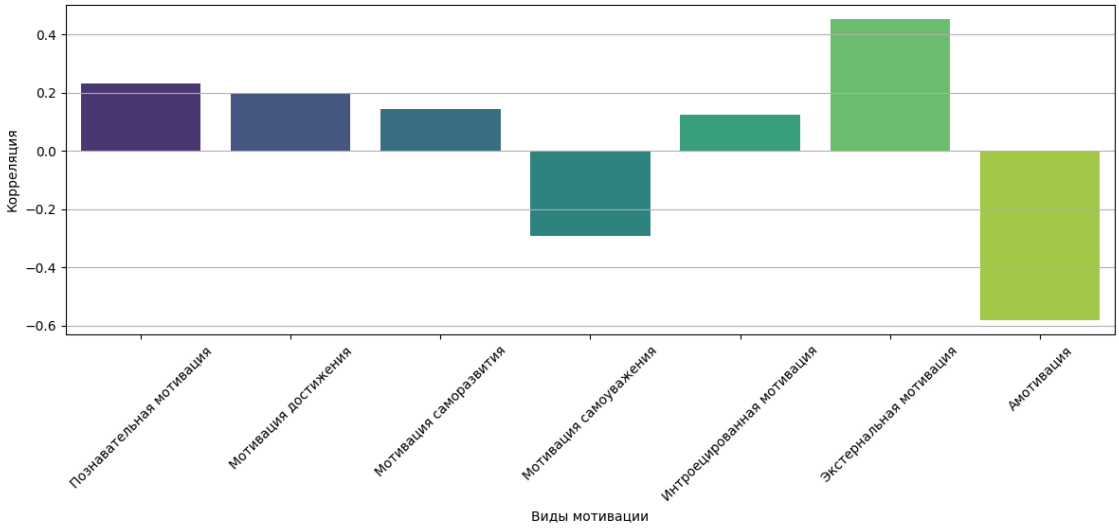


Рис. 1. Корреляция между суммарным баллом ЕГЭ и уровнем мотивации (группа 8К42)

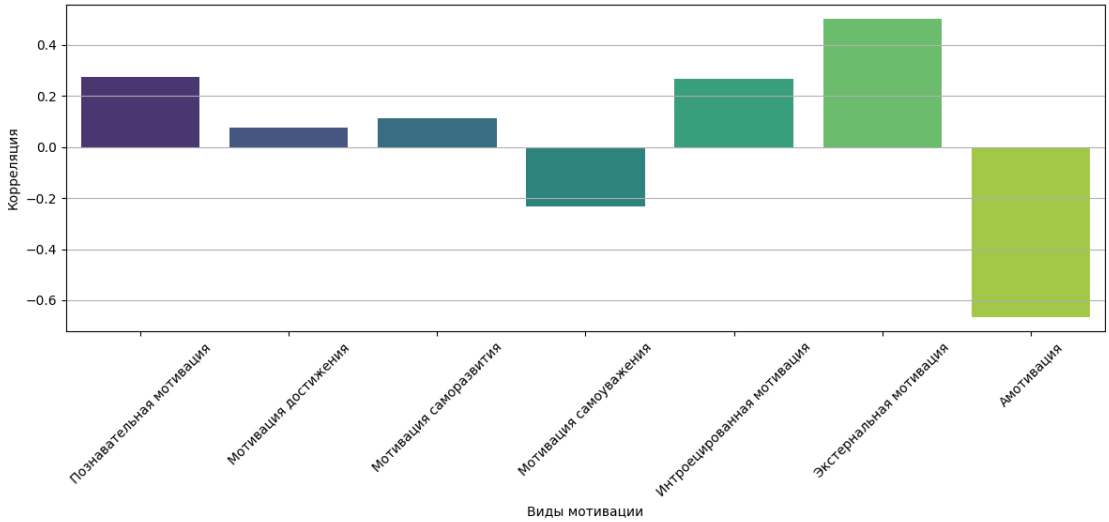


Рис. 2. Корреляция между баллом ЕГЭ по математике и уровнем мотивации (группа 8К42)

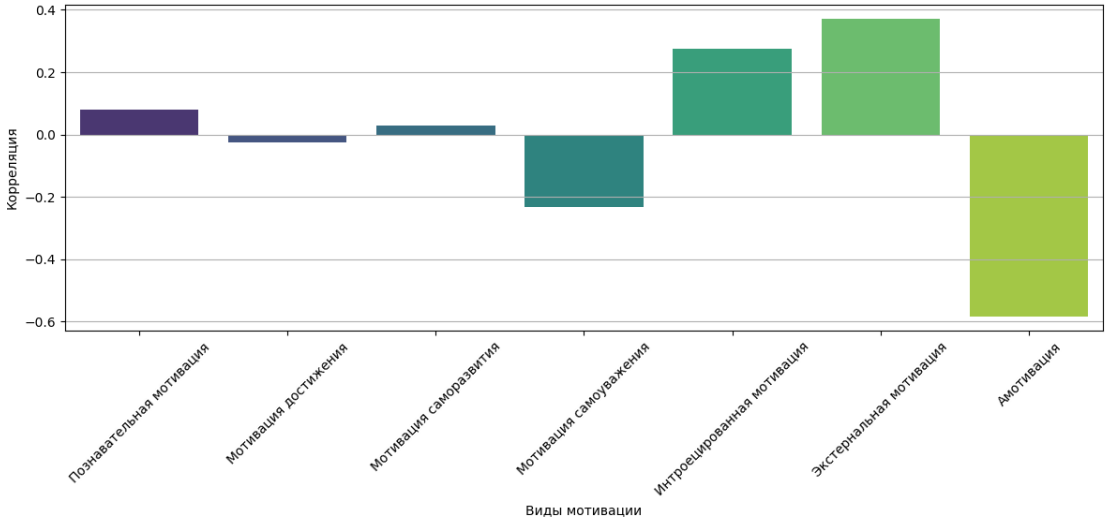


Рис. 3. Корреляция между входным тестированием по математике и уровнем мотивации (группа 8К42)

Заключение

По результатам проведенного анализа были получены следующие ключевые выводы:
оэффициент корреляции между успеваемостью и познавательной мотивацией, мотивацией достижения, мотивацией саморазвития, интроецированной мотивацией и экстернальной мотивацией больше 0, что указывает на то, что существует положительная связь. Это может означать, что студенты с более высоким уровнем этих типов мотивации, как правило достигают высоких результатов в ходе обучения.
оэффициент корреляции между успеваемостью и мотивацией самоуважения и амотивацией ниже 0, это свидетельствует о том, что эти виды мотивации связаны с более низкой успеваемостью. Это может указывать на то, что студенты, испытывающие амотивацию (недостаток желания или интереса к учебе) и низкое самоуважение, скорее всего, получают менее успешные результаты.

Список литературы

1. Эсенова А. Психологические аспекты учебного процесса: мотивация, усвоение знаний и влияние коллектива на успеваемость // Вестник науки. – 2023. – № 10 (67). – С. 545– 548.
2. Обносов В.Н., Чурилова Н.Д. Анализ учебной мотивации с позиции теории отношений // Наука и образование. – 2023. – № 1. – 7 с.
3. Старков Е.А., Коротаева Т.В. Характеристика и взаимосвязь основных теорий мотивации // Скиф. Вопросы студенческой науки. – 2023. – № 1 (77). – С. 560–564.
4. Сурдина Е.В., Дашкевич Л.Ф., Голощапова Е.В. Психологические аспекты формирования мотивации к учебной деятельности у студентов-медиков // Гуманитарные и социальные науки. – 2024. – № 3. – С. 199–204.
5. Борзова Т.А. Мотивация студентов к обучению в современном вузе // Мир науки, культуры, образования. – 2023. – № 5 (102). – С. 11–13.

УДК 330.43

Оценка финансовой устойчивости предприятий на основе нечетких множеств

А.А. Шабашов
Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.А. Мицель
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: aas414@tpu.ru

Assessment of financial stability of enterprises based on fuzzy sets

A.A. Shabashov
Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mitsel
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: aas414@tpu.ru

Abstract. *Assessing financial stability is crucial for enterprises operating in conditions of economic uncertainty. Traditional financial evaluation methods often fail to account for the gradual transitions between stability and distress. This study proposes a fuzzy logic-based approach that integrates linguistic variables and a double convolution algorithm to enhance accuracy. The results demonstrate that the proposed model provides a more adaptive and reliable assessment compared to conventional methods.*

Key words: *financial stability, fuzzy sets, linguistic variables, bankruptcy risk, double convolution algorithm.*

Введение

Методы оценки финансовой устойчивости позволяют прогнозировать риски и обеспечивать стабильность деятельности компаний. В отличие от классических подходов с жёсткими порогами, нечеткая логика позволяет учитывать неопределённости и переходные состояния. Это делает анализ более гибким, особенно в условиях нестабильной экономики. В данной работе исследуется применение нечетких множеств для оценки устойчивости и сопоставляется результат с традиционными методами анализа.

Описание модели

Модель использует преобразование финансовых показателей в лингвистические переменные: коэффициент автономии, текущая ликвидность, рентабельность активов (ROA), оборачиваемость активов. Каждому показателю соответствует функция принадлежности, отражающая степень риска. Интегральная оценка устойчивости S рассчитывается по формуле:

$$S = \sum_{j=1}^{m} w_j \cdot \mu_j(x_j),$$

где (x_j) – значение j-го финансового индикатора, $\mu_j \cdot (x_j)$ – степень принадлежности, w_j – весовой коэффициент, m – число показателей.

Для расчета интегрального уровня устойчивости используется метод двойной свертки, который позволяет сначала агрегировать отдельные финансовые показатели, а затем учитывать их взаимосвязь в общей оценке. Модель апробирована на выборке реальных данных финансовой отчетности российских предприятий. Применение предложенного подхода позволило получить объективные результаты и выявить скрытые тенденции в изменении устойчивости компаний.

Исходные данные

В исследовании использованы открытые финансовые данные четырёх крупных российских банков за 2024 год, охватывающие государственный и частный сектор. Выборка включает ключевые показатели: коэффициент автономии, текущая ликвидность,

рентабельность и оборачиваемость активов. Данные получены из бухгалтерской отчётности и открытых источников, таких как Центр раскрытия информации и Росстат.

Экспериментальная часть

Анализ проведён на финансовых данных за 2020–2023 годы. Для оценки риска банкротства применялись нечеткие множества. Методология включала:

– нормализацию данных,
– построение функций принадлежности,
– формирование правил,
– расчёт интегрального показателя.

Проверка гипотез осуществлялась путём сравнения результатов модели с реальными событиями. Это позволило подтвердить точность предложенного подхода и его применимость к различным типам организаций.

Результаты

Метод нечетких множеств расширил возможности анализа финансовой устойчивости, позволив выявлять постепенные ухудшения и различать компании с близкими показателями, но разным уровнем риска. Так, при одинаковом уровне ликвидности различия в рентабельности активов приводили к разному прогнозу банкротства. В отличие от традиционных моделей, таких как модель Альтмана, где акцент делается на структуру капитала, предложенный подход обеспечивает более сбалансированную и точную оценку за счёт учета взаимного влияния показателей. Это особенно важно для нестабильных отраслей, где традиционный анализ может давать искажённые результаты (рис. 1 и 2).

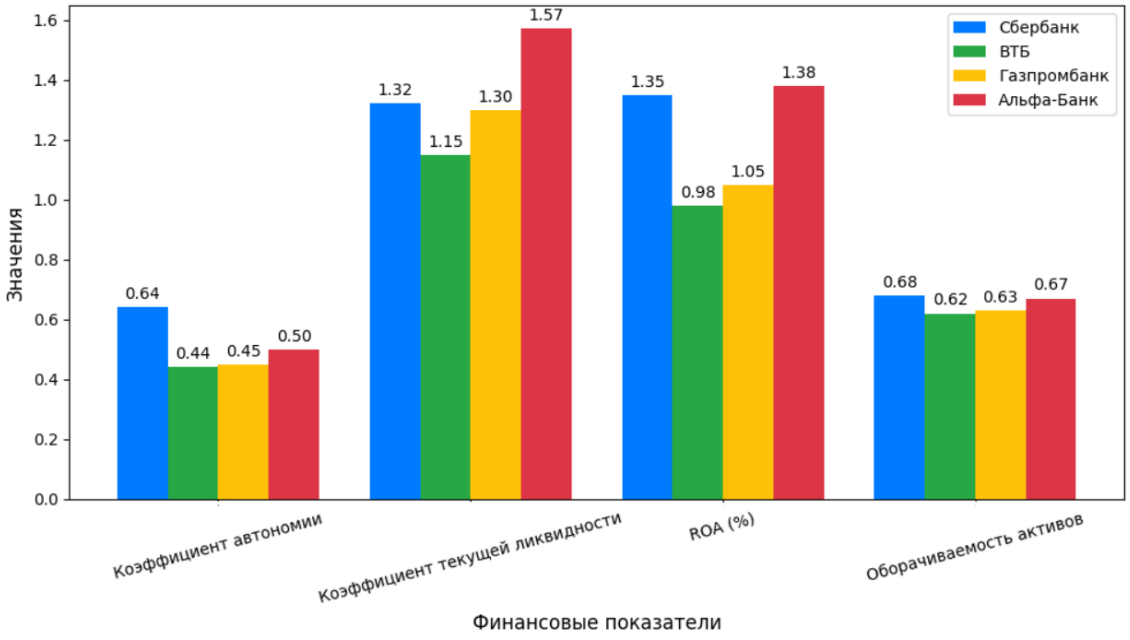


Рис. 1. Нормализованные финансовые показатели банков за 2024 год

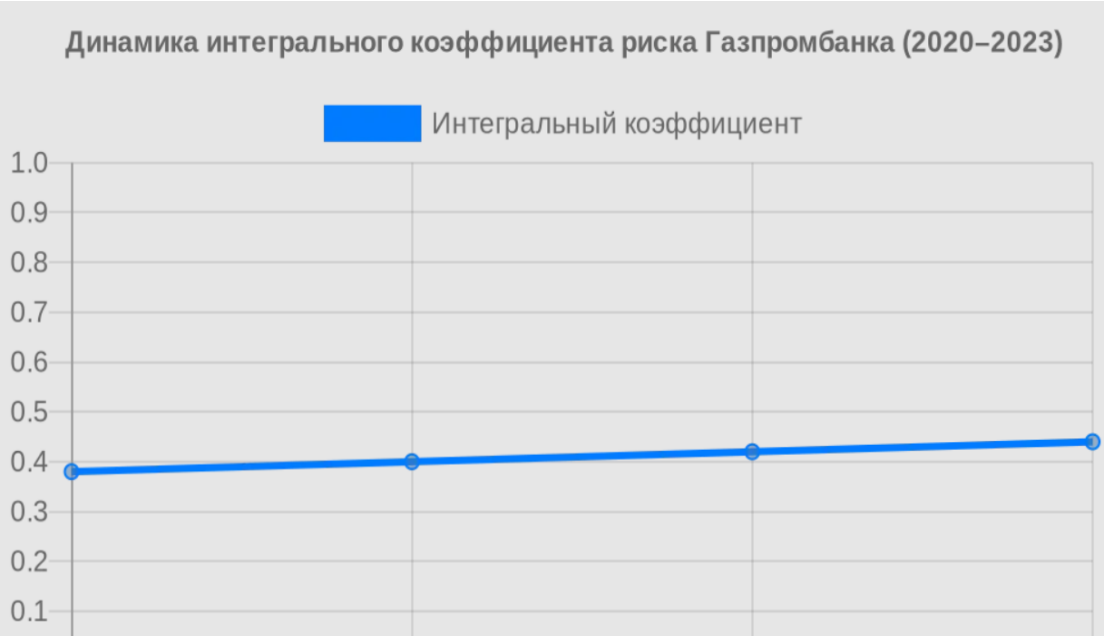


Рис. 2. Динамика интегрального коэффициента риска Газпромбанка (2021–2024 гг.)

Заключение

Использование нечеткой логики в финансовом анализе демонстрирует высокую эффективность для оценки устойчивости предприятий. В отличие от классических подходов, основанных на жёстких пороговых значениях, предложенный метод позволяет учитывать плавные переходные состояния и субъективные факторы. Практическая ценность исследования заключается в возможности его применения для мониторинга состояния компаний и прогнозирования вероятности их банкротства. Дальнейшее развитие модели может включать расширение перечня финансовых показателей, автоматизацию процесса калибровки параметров и интеграцию с методами машинного обучения. Финансовая устойчивость – это не просто набор цифр в бухгалтерском балансе. Это живой процесс, в котором мелкие изменения могут привести как к кризису, так и к восстановлению. И если аналитическая модель позволяет увидеть эти изменения раньше, чем они станут критическими, значит, она действительно работает.

Список литературы

1. Никитин С.А., Семенихина А.В., Шинкарёва Л.И. Оценка финансовой ситуации предприятия на основе нечётких множеств // Фундаментальные исследования. – 2024. – № 10. – С. 71–75.

2. Тищенкова Г.З., Боровикова Т.В. Методика оценки финансовой устойчивости предприятий с использованием интегрального показателя // Фундаментальные исследования. – 2024. – № 10. – С. 71–75.

3. Недосекин А.О. Оценка риска принятия финансовых решений с использованием нечетких множеств // Миркин.ру. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.mirkin.ru/_docs/doctor005.pdf. mirkin.ru

4. Практическая работа № 1: Оценка финансового состояния предприятия с использованием нечетких множеств // Кафедра АСУ ТУСУР. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://asu.tusur.ru/learning/090401e/d10/090401e-d10-labs.pdf

5. Altman E.I., Sabato G. Modeling Credit Risk for SMEs: Evidence from the US Market // ABACUS. – 2007. – Vol. 43, № 3. – P. 332–357.

УДК 51-7

Разработка торговой стратегии на основе прогнозирования ценового движения с использованием GARCH-модели и оптимизации через LSTM

П.В. Шарков[1]
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семенов[1,2]
[1]Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
[2] Научно-технологический университет «Сириус»,
Россия, Краснодарский край, пгт. Сириус, пр. Олимпийский, д. 1, 354340,
E-mail: pvs33@tpu.ru

Development of a trading strategy based on price movement forecasting using the GARCH model and optimization through LSTM

P.V. Sharkov[1]
Scientific Supervisor: Ass. Prof. Ph.D. M.E. Semenov[1,2]
[1]Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
[2]Sirius University of Science and Technology, Russia, Krasnodar region, Sirius, Olimpiyskiy str., 1, 354340
E-mail: pvs33@tpu.ru

Abstract. *Predicting the dynamics of financial assets is a crucial task in developing effective trading strategies. In this paper, we apply the GARCH model to estimate market volatility and employ an LSTM neural network to optimize trade execution. The effectiveness of the strategy is evaluated using historical data, with a focus on risk-adjusted returns. The results are assessed through key financial metrics, including the Sharpe ratio. The implementation is performed in Python (arch library), leveraging modern machine learning and statistical modeling libraries.*
Key words: *garch-model, time series, LSTM.*

Введение

В условиях высокой волатильности финансовых рынков разработка эффективных торговых стратегий является одной из ключевых задач для трейдеров и инвесторов. Традиционные методы прогнозирования, основанные на статистическом анализе, часто не учитывают сложные нелинейные зависимости, присущие финансовым временным рядам. В связи с этим возрастает интерес к использованию гибридных подходов, то есть сочетание классических эконометрических моделей и современных методов машинного обучения. В работе предложена программная реализация торговой стратегии, основанной на прогнозировании движения цены базового актива с использованием GARCH-модели для оценки волатильности [1] с оптимизацией решений нейронной сетью LSTM [2, 3]. В итоге получена GARCH-модель, которая позволяет эффективно моделировать изменчивость логарифмических доходностей актива, а LSTM, обладая способностью выявлять долгосрочные зависимости в данных, способствует более точному прогнозированию и адаптации стратегии.

Цель исследования – оценить эффективность предложенного подхода и определить, насколько комбинация GARCH и LSTM может улучшить принятие торговых решений по отношению к использованию только GARCH-модели.

Экспериментальная часть

Моделирование прогноза логарифмических доходностей цены базового актива производилось на языке программирования Python [4–6]. GARCH-модель в общем случае записывается в следующем виде:

$$r_t = \mu + \sigma_t z_t \ , \qquad \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \varepsilon_{t-j}^2,$$

где r_t – доходность базового актива, μ – среднее, σ_t^2 – условная дисперсия, $z_t \sim N(0,1)$, ϵ_t – ошибка модели, ε_t – волатильность, α_i, β_j – коэффициенты.

Стандартная архитектура LSTM представляется следующим образом:

$$f_t = \sigma_g(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f), \qquad i_t = \sigma_g(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i),$$

$$o_t = \sigma_g(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o), \qquad c_t = f_t \circ c_{t-1} + i_t \circ \sigma_c(W_c x_t + U_c h_{t-1} + b_c),$$

где x_t – входной вектор, который содержит цену закрытия и предсказанное значение логарифмической доходности; h_t – выходное значение сделки, которое классифицируется следующими метками: 2 – прибыльная позиция на покупку, 1 – прибыльная позиция на продажу, 0 – нет сделки, -1 – убыточная позиция на продажу, -2 – убыточная позиция на покупку; c_t – вектор состояний; W, U и b – матрицы состояний, f_t, i_t, o_t – векторы вентилей, размерность которых зависит от слоев, которые будут задаваться. Метрики качества для оценки результатов оптимизации с применением LSTM, в процентах: доходность, accuracy, recall.

Исходные данные

В качестве базового актива была выбрана валютная пара EUR/USD за период с 20 мая 2019 года по 27 февраля 2025 года (12-часовой таймфрейм, 3000 наблюдений). Ниже представлены описательные статистики базового актива: среднее значение логарифмической доходности составляет 0,0158, дисперсия – 8,784, коэффициент асимметрии – 0,297, коэффициент эксцесса – 5,505.

Результаты

В работе проведены статистические тесты для оценки качества модели. Во-первых, тест Льюнга-Бокса (p-value = 0,037, LB = 18,61) на независимость остатков, который подтвердил нулевую гипотезу, указывая на отсутствие автокорреляции. Во-вторых, тест Колмогорова-Смирнова (p-value = 0,067, KS = 0,02) подтвердил, что остатки имеют нормальное распределение ($\mu = 0,\ \sigma^2 = 0{,}78$). Таким образом, независимость и нормальность остатков свидетельствуют о том, что предложенная модель успешно описывает исследуемые данные. Далее на рис. 1 приведены результаты тестирования предложенной торговой стратегии.

Рис. 1. Кривая капитала (а), сделки на покупку, продажу (б), движение цены базового актива (в), объем торгов (г)

На рис. 1, а приведена кривая капитала, которая показывает плавный прирост, а также максимальная просадка прибыли наблюдалась в период с 2022-06-02 по 2022-10-24, которая составила не более 6,03 % за весь период торговли, на рис. 1, б приведена информация о сделках (зеленые – прибыль, красные – убыток), на рис. 1, в приведен график движение цены базового актива за период торгов, на котором отображается информация о сделках (зеленые – прибыль, красные – убыток) и на рис. 1, г приведен объем торгов (волатильность). Результаты моделирования приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты моделирования торговой стратегии

Параметр	Значение
Начальный капитал, доллары США	10000,00
Конечный капитал, доллары США	15714,41
Брокерская комиссия, проценты	0,050
Коэффициент Шарпа	0,158
Максимальный просадок, процент	– 6,028
Количество выигрышных сделок, процент	51,890
Доходность стратегии Buy & Hold, процент	– 6,135
Абсолютная доходность, процент	57,140
Количество сделок	474

Заключение

В результате проведённого исследования была разработана торговая стратегия, основанная на прогнозировании логарифмических доходностей с использованием GARCH-модели. Стратегия совершила 474 сделки, из которых 51,89 % оказались прибыльными. Совокупный доход стратегии составил 5714,41 долларов США, что эквивалентно 7,82 % годовых. Для сравнения, стратегия пассивного инвестирования по принципу "покупай и держи" по базовому активу показала отрицательный результат (см. табл. 1). В дальнейшем планируется оптимизация разработанной торговой стратегии с применением LSTM-модели, а также проведение сравнительного анализа эффективности подходов.

Список литературы

1. Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity // Journal of Econometrics. – 1986. – Vol. 31 (3). – P. 307–327.

2. Hochreiter S., & Schmidhuber J. Long Short-Term Memory // Neural Computation. – 1997. – Vol. 9 (8). – P. 1735–1780.

3. Cheng, W., Jiang, Z., & Yuan, Y. A Hybrid Model of GARCH and LSTM for Stock Market Volatility Forecasting // Proceedings of the 2019 11th International Conference on Machine Learning and Computing (ICMLC 2019). – 2019. – P. 6–10.

4. ARCH // Awesome Open Source URL - ARCH Modeling - arch 7.2.0 (Дата обращения: 13.03.2025).

5. Backtesting // Awesome Open Source URL - backtesting API documentation (Дата обращения: 13.03.2025).

6. Statsmodels // Awesome Open Source URL - statsmodels 0.14.4 (Дата обращения: 14.03.2025).

УДК 004.032.2

Использование нейронных сетей для предсказания погоды в Томске

Д.П. Ющенко
Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Г.Ю. Лазаренко
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: dpy3@tpu.ru

Using neural networks to adjust the heating on and off schedule

D.P. Yushchenko
Scientific Supervisor: Ass. Prof., Ph.D. G.Y. Lazarenko
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: dpy3@tpu.ru

Abstract. *The work is dedicated to developing an intelligent heating management system based on neural network algorithms. A temperature forecasting system is proposed with the aim of minimizing energy consumption and improving the quality of life for residents. The economic and social significance of the developed model has been evaluated.*
Key words*: neural network algorithms, improving the quality of life, model, significance.*

Введение

В современных условиях нестабильности климата и ускоренной урбанизации эффективное управление коммунальными системами, в частности отоплением, приобретает первостепенное значение для обеспечения комфорта и безопасности жителей городов.

Отсутствие гибкой регулировки отопления наиболее чувствительно сказывается на уязвимых группах населения – пожилых людях, детях, лицах с хроническими заболеваниями и инвалидах, что повышает риск заболеваемости и госпитализаций. Ограниченные физические и финансовые возможности не позволяют этим категориям граждан использовать альтернативные средства обогрева.

Именно поэтому появляется необходимость разработки более гибких и адаптивных систем управления отоплением, учитывающих широкий спектр факторов, влияющих на потребность в тепле, и позволяющих повысить комфорт и снизить риски для здоровья населения, а также оптимизировать потребление энергоресурсов. Изучение применения современных моделей [3] является необходимостью. Для работы будет использована нейронная сеть LSTM, которая часто используется для решения данной проблемы [1].

Целью данной работы является разработка интеллектуальной системы управления отоплением на основе нейросетевых алгоритмов для корректировки графика включения и выключения отопления в городе Томске.

Экспериментальная часть

В рамках данного исследования была проведена проверка на стационарность временного ряда температуры. Хотя LSTM-сети способны эффективно обрабатывать нестационарные временные ряды, выявление степени нестационарности исходного ряда позволяет лучше интерпретировать результаты анализа, более эффективно строить признаки и оценивать потенциальную сложность задачи прогнозирования. Временной ряд считается стационарным, если его статистические характеристики не меняются во времени. Для формальной проверки стационарности был использован расширенный тест Дики-Фуллера. Альтернативная гипотеза заключается в том, что временной ряд стационарен. Тест Дики-Фуллера основан на следующей регрессии:

$$\Delta yt = a + \beta t + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

где

Δyt – значение временного ряда в момент t

a - константа

βt – тренд

γ - коэффициент при первом лаге ряда (yt - 1)

δ_1 - коэффициенты при лагированных разностях (Δyt - i)

ε_t – случайная ошибка

Δyt = yt – y_{t-1} – первая разность временного ряда

- Prophet: модель, разработанная Facebook, специально для прогнозирования временных рядов с выраженными сезонными компонентами и трендами. Она хорошо подходит для данных, в которых наблюдаются четкие годовые или недельные закономерности. Обучение модели Prophet выполнялось с использованием L-BFGS для оценки параметров. Алгоритм подбирает веса для максимизации правдоподобия модели на исторических данных, при необходимости применяя регуляризацию.
- LSTM (Long Short-Term Memory): с другой стороны, представляет собой более гибкую модель рекуррентной нейронной сети, которая способна улавливать сложные нелинейные зависимости и долгосрочные закономерности во временных рядах. Обучение LSTM будет проводиться с использованием алгоритма обратного распространения ошибки и оптимизатора Adam.

Результаты

Этот график отображает результаты прогнозирования среднесуточной температуры на зимне-весенний период 2025 года в Томске (рис. 1). Синяя линия – фактические данные о температуре за аналогичный период в прошлые годы. Красная линия – прогноз, полученный с помощью модели Prophet. Видно, что модель успешно предсказывает общие тенденции изменения температуры, однако не способна предвидеть экстремальные температурные колебания, создавая сглаженный прогноз.

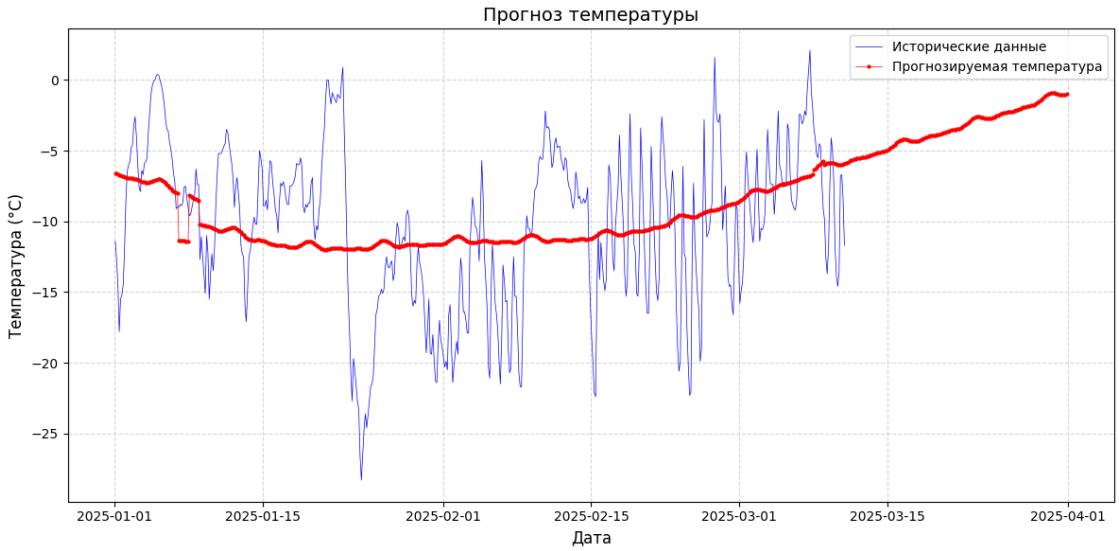


Рис. 1. Прогноз температуры модели Prophet на период с декабря 2024 по март 2025

Модель LSTM успешно справилась с обучением и демонстрирует способность прогнозировать температуру с высокой степенью соответствия реальным данным. Оранжевая линия в значительной степени повторяет динамику синей линии, отражая основные колебания и тренды температуры в течение рассматриваемого периода (рис. 2). Это указывает на то, что

модель уловила важные закономерности в исторических данных и способна адекватно экстраполировать их на будущее.

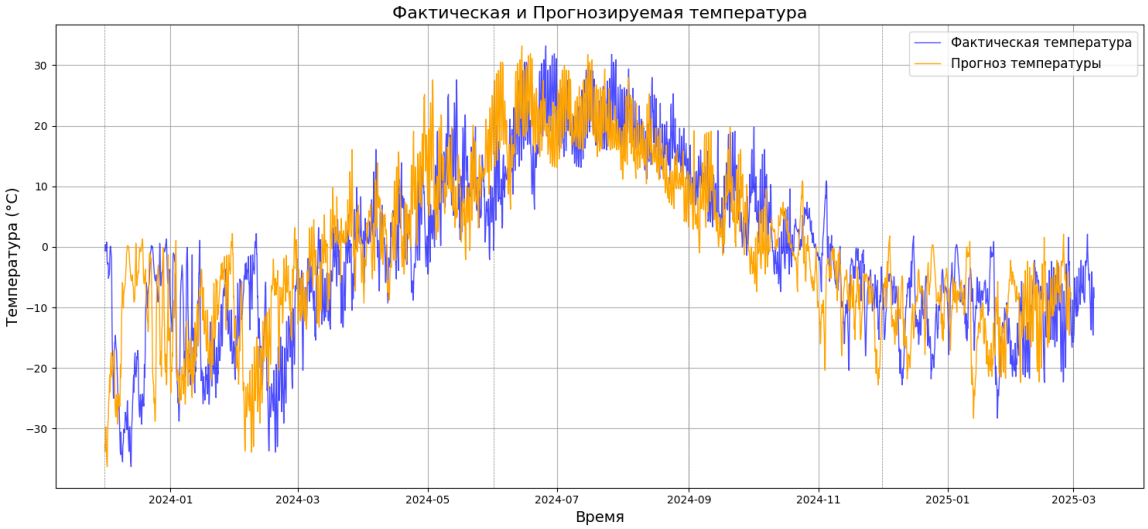


Рис. 2. Прогноз температуры модели LSTM на период с января 2024 по март 2025

Заключение

В процессе работы выявлены ограничения Prophet, связанные с его склонностью к сглаживанию прогнозов и недостаточной гибкостью при моделировании сложных нелинейных зависимостей, характерных для погодных данных.

Основной упор был сделан на LSTM-сеть, демонстрирующую способность учитывать сложные нелинейные зависимости и адаптироваться к сезонным колебаниям температуры.

В ходе работы были реализованы следующие ключевые этапы: загрузка и предобработка данных, создание признаков, разделение данных на обучающую и тестовую выборки, обучение LSTM-сети и базовой модели, оценка производительности моделей на тестовой выборке, прогнозирование температуры на отопительный сезон.

Список литературы

1. Соловьёв В.Н., Кузнецов Д.С. Прогнозирование температуры наружного воздуха для управления отоплением с использованием рекуррентных нейронных сетей // Теплоэнергетика, 2021

2. Huijun Zhang, Huijun Zhang, Huijun Zhang, Huijun Zhang. Machine Learning Methods for Weather Forecasting: A Survey. – Текст: электронный // Atmosphere. – 2025. – Vol. 16 (1). P. 82. – URL: https://www.mdpi.com/2073-4433/16/1/82

3. Bogdan Bochenek, Zbigniew Ustrnul. Machine Learning in Weather Prediction and Climate Analyses–Applications and Perspectives – Текст: электронный // Atmosphere. – 2022. – Vol. 13 (2). – P. 180 – URL: https://www.mdpi.com/2073-4433/13/2/180

4. Shikha Verma, Kuldeep Srivastava, Akhilesh Tiwari, Shekhar Verma. Deep Learning Techniques in Extreme Weather Events: A Review – Текст: электронный // Atmospheric and Oceanic Physics. – 2023. – URL: https://arxiv.org/abs/2308.10995

5. Шарапов Р.В. Использование нейронных сетей для предсказания опасных погодных явлений // Современные наукоёмкие технологии. – 2023. № 1. – С. 78–82. – URL: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=39500

6. Taylor S.J., & Letham B. Forecasting at scale // The American Statistician. – 2018. – Vol. 72 (1). – P. 37–45.

УДК 519.237.5

Инверсный Lasso-метод для отбора признаков

Р.С. Герасимов
Научный руководитель: профессор, д.т.н. Е.Б. Грибанова
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050
E-mail: gerom1212@mail.ru

Inverse Lasso Method for Feature Selection

R.S. Gerasimov
Scientific Supervisor: Prof., Dr. E.B. Gribanova
Tomsk State University of Control Systems and Radio Electronics, Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634050
E-mail: gerom1212@mail.ru

Abstract. *Technological progress has opened up vast opportunities for data collection and analysis, dependency detection, and the development of predictive models. One of the most widely used machine learning methods is LASSO regression, which models dependencies in labeled training data through approximation. This paper proposes a new approach to solving the regression problem with L1 regularization (LASSO), based on an inverse problem representation. The presence of numerous explanatory variables in a regression model can lead to high correlations among them, making it challenging to generate stable estimates. The method aims to eliminate multicollinearity and select significant factors. The algorithm provides more accurate results compared to existing methods.*
Key words*: lasso regression, hyperparameter tuning, inverse problem, information criterion*

Введение

Технологический прогресс открыл широкие возможности для сбора и анализа данных, выявления зависимостей и создания прогнозных моделей. Наличие множества объясняющих переменных затрудняет построение качественных моделей с устойчивыми оценками. Одним из наиболее востребованных методов машинного обучения является регрессия Lasso [1, 2], которая позволяет моделировать зависимость в размеченных обучающих данных с помощью аппроксимации. К её недостаткам относят необходимость настройки параметра регуляризации с помощью кросс-валидации. В статье предлагается новый подход к решению задачи регрессии с L1-регуляризацией, основанный на инверсном представлении задачи. Метод направлен на отбор значимых факторов и обеспечение более высоких значений информационных критериев по сравнению с существующими методами.

Экспериментальная часть

Рассмотрим следующую модель множественной линейной регрессии:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p ,$$

где x представляет объясняющие переменные, y – зависимую переменную, β – коэффициенты регрессии, а p — количество предикторов.

При использовании метода Lasso регуляризация вводится в виде суммы абсолютных значений коэффициентов. Поэтому для определения параметров используется следующая целевая функция:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\beta_j \right)^2 + \alpha \sum_{j=1}^{p} \left|\beta_j\right| \to \min, \qquad (1)$$

где α – параметр регуляризации, который обычно настраивается с помощью кросс-валидации [3, 4].

В этом подходе достигается компромисс между двумя ключевыми элементами: ошибкой регрессии и размерностью вектора коэффициентов.

Теперь рассмотрим модифицированный алгоритм для решения обратной задачи при минимизации суммы абсолютных значений изменений аргументов. Реформулированная оптимизационная задача имеет следующий вид [5]:

$$g(\beta) = \sum_{i=1}^{p} |\beta_i| \to \min, \qquad f(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \left(y - \hat{y}\right)^2 = y^*, \tag{2}$$

где $\hat{y}$ – предсказанное значение, а y^* – условный минимум суммы квадратов остатков с учетом регуляризации.

Следовательно, задача (1) была переформулирована как задача условной оптимизации (2) путем разделения на два компонента: целевую функцию, представленную в виде суммы абсолютных значений аргументов, и ограничение, выраженное через сумму квадратов остатков (*RSS*).

Поскольку цель состоит в минимизации RSS, можно предположить, что значение y^* относительно мало, что упрощает снижение RSS в ходе итерационного процесса. В результате критерий остановки алгоритма, предназначенного для решения обратной задачи, должен быть пересмотрен [5]. Он должен завершать выполнение алгоритма, когда дальнейшие изменения аргументов перестают улучшать модель.

Широко используемой метрикой для оценки качества модели является среднеквадратичная ошибка (*MSE*). Этот показатель определяет точность предсказаний модели, вычисляя среднее значение квадратов разностей между предсказанными значениями и фактическими результатами.

Однако, хотя этот показатель дает представление о точности модели, он не учитывает её сложность. Поэтому наиболее подходящая модель выбирается на основе информационных критериев Акаике (*AIC*) и Байесовского информационного критерия (*BIC*). Для обоих информационных критериев более низкое значение указывает на предпочтительную модель, так как оно отражает лучший баланс между качеством подгонки и сложностью модели.

Таким образом, работа предложенного алгоритма включает пять шагов, описанных ниже. Параметр u обозначает возможность использования каждого аргумента в расчетах, при этом изначально для всех аргументов предполагается значение, равное 1.

Шаг 1. Рассчитать значение информационного критерия (*IC*) с использованием начальных значений параметров.

Шаг 2. Рассчитать значения c_i как частные производные функции ограничения и определить номер k, для которого значение c_k максимально. Новое значение аргумента k определяется путем спуска в сторону антиградиента.

Шаг 3. Определить новое значение информационного критерия IC_{new}.

Шаг 4. Если ICnew больше IC, то u_k =0, в противном случае обновить значение аргумента.

Шаг 5. Проверить условие остановки: если $\sum_{j=1}^{p} u_j = 0$ или количество итераций превышает максимальный предел, алгоритм завершает работу. В противном случае количество итераций увеличивается на единицу, и процесс переходит к шагу 2.

Результаты

Выполним тестирование разработанного алгоритма на тестовом наборе данных, включающем 5 признаков и 99 наблюдений. В качестве информационных критериев рассмотрена среднеквадратичная ошибка и AIC. Для сравнения разработанного алгоритма

с известными способами решения задачи рассмотрено использование библиотеки Python sklearn, в которой реализован алгоритм Lars (в информационного критерия выбран AIC), а также имеется возможность поиска параметров регрессии Lasso по сетке с кросс валидацией (LassoCV).

Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение алгоритмов решения задачи lasso для пятифакторной модели

Метод	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	MSE	AIC	BIC	L_1-norm
LassoLarsIC, AIC	6,48	0	0	1,78	4,41	4,75	10,55	520,25	528,04	17,43
LassoCV	6,48	0	0	1,75	4,30	4,64	10,69	521,49	529,27	**17,17**
Предложенный алгоритм, *IC*=AIC	6,48	0	0	1,81	4,49	4,84	**10,53**	**519,98**	**527,77**	17,62
Предложенный алгоритм, *IC*=MSE	6,48	-0,45	0,39	1,77	4,51	4,87	**10,46**	**519,33**	**527,12**	18,48

Таким образом, предложенный алгоритм обеспечивает меньшее значение информационных критериев и MSE.

Заключение

Разработанный алгоритм эффективно решает задачи оценки параметров регрессии Lasso, демонстрируя высокую точность. Эксперименты подтвердили его преимущества перед рассмотренными существующими методами, включая снижение значений информационных критериев. Дальнейшие исследования будут направлены на адаптацию алгоритма для других типов задач машинного обучения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 25-21-00123).

Список литературы

1. Mahdi R., Saman B.-K., Alireza N.S. A heuristic approach to combat multicollinearity in least trimmed squares regression analysis // Applied Mathematical Modelling. – 2018. – Vol. 57. – P. 105–120.
2. Phan T.-T.-H., Nguyen L.H.B. Enhancing rice seed purity recognition accuracy based on optimal feature selection // Ecological Informatics. – 2025. – Vol. 86. – P. 103044.
3. Roozbeh M., Arashi M., Hamzah N.A. Generalized cross-validation for simultaneous optimization of tuning parameters in ridge regression // Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science. – 2020. – Vol. 44. – P. 473–485.
4. Yokochi C., Bispo R., Ricardo F., Calado R. Regularization methods for high-dimensional data as a tool for seafood traceability // Journal of Statistical Theory and Practice. – 2023. – Vol. 17, № 3. – P. 44.
5. Gribanova E. Elaboration of an algorithm for solving hierarchical inverse problems in applied economics // Mathematics. – 2022. – Vol. 10, № 15 – P. 2779.

УДК: 512.543.16, 512.547.4

Группы кактусов и их линейное представление

К.В. Зимирева
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. В.Г. Бардаков
Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2, 630090
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: k.zimireva@g.nsu.ru

Cactus groups and its linear representation

K.V. Zimireva
Scientific Supervisor: Prof., Dr. V.G. Bardakov
Novosibirsk State University, Russia, Novosibirsk, Pirogova str., 2, 630090
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: k.zimireva@g.nsu.ru

Abstract. *The cactus group J_n can be generated by $n-1$ elements. Cactus groups can be considered as analogue of braid groups which have various applications in algebra and topology. In present work we apply presentation with $n-1$ elements to construct a linear representation of J_n.*
Theorem. Let V be a free left module with basis e_i, $1 \le i \le n$, over the ring $\mathbb{Z}[t_1^{\pm 1}, \dots, t_{n-1}^{\pm 1}]$. The map $f: J_n \to Aut(V)$ is a linear representation of a cactus group J_n, defined by the rule $(a_k)f \longmapsto f_k$, where $f_k = (a_k)f$ and is determined by the action on the basis of the module V:

$$(e_u)f_v = \begin{cases} t_{u-1}t_{v-u}^{-1}e_{v-u+1}, & 1 \le u \le v, \\ e_u, & v < u \le n, \end{cases}$$

where $v = 2, \dots, n$. We also assume $t_0 = 1$.
It is proved that the image of the group J_n under the map f is isomorphic to the symmetric group S_n. In particular, f is not faithful for any $n > 2$.
Key words: *cactus group, symmetric group, presentation by generators and relations, linear representation, faithful representation.*

Введение

Группы кос имеют множество различных приложений в алгебре и топологии. Также существует множество групп, элементы которых могут быть представлены нитями на плоскости или в пространстве, в этом отношении они аналогичны группам кос. Примерами таких обобщений являются виртуальные группы кос, группы твинов и группы кактусов. Группа кактусов появилась в работах С.Л. Девадосса [1] и М. Дэвисса, Т. Янушкевича, Р. Скотта [2] в ходе изучения мозаичной операды и группы отражений, соответственно. Термин «группа кактусов» был введен А. Энрикесом, Д. Камницером [3] в контексте изучения структуры кограничных категорий.

Экспериментальная часть

Определение. Группа кактусов $J_n, n \ge 2$,, порождается элементами $s_{p,q}, 1 \le p < 1 \le n$, и определяется соотношениями:

$$s_{p,q}^2 = 1,$$
$$s_{p,q}s_{m,r} = s_{m,r}s_{p,q}, \text{при } [p,q] \cap [m,r] = \emptyset,$$
$$s_{p,q}s_{m,r} = s_{p+q-r,p+q-m}s_{p,q}, \text{при } [m,r] \subset [p,q].$$

Здесь мы пользуемся обозначением $[p,q] = \{p, p+1, \dots, q-1, q\}$.

Существует следующая геометрическая интерпретация элементов группы кактусов. Порождающий $s_{p,q}$ изображается набором n нитей, среди которых нити с номерами $p, p+1, \dots, q$ пересекаются в одной точке, меняя свой порядок на обратный (рис. 1). Произведение элементов в группе кактусов определяется так же, как и в группе кос. Рассматриваем два кактуса с одинаковым числом нитей, помещаем один кактус над другим и соединяем концы нитей.

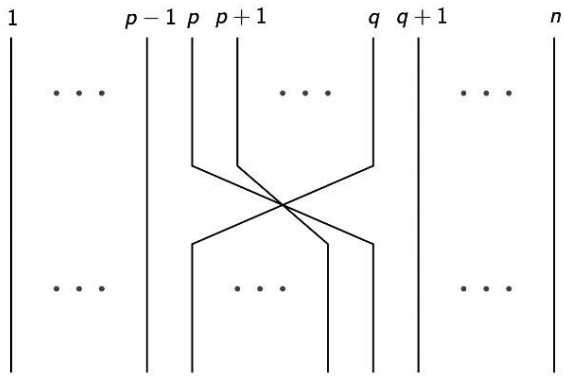


Рис. 1. Интерпретация элемента $s_{p,q}$

Исследования группы кактусов в контексте геометрической теории групп представлены в работе [4]. В работе П. Беллинджери, Х. Чемин и В. Лебедь [5] решили проблему равенства слов, описали кручение и нашли центр группы кактусов. Также ими было получено представление групп кактусов J_n при $n \leq 4$ в порождающих, число которых нельзя уменьшить. Кроме того, они изучали связь группы кактусов с прямоугольными группами Кокстера, с группами твинов и группами диаграмм Гаусса-Мостового.

Известно, что группа J_n может быть порождена $n-1$ элементами и это число уменьшить нельзя. Возникает естественный вопрос о записи системы соотношений в этих порождающих. Данная система соотношений была найдена в [6]. В начале 2024 года эта же система соотношений с полными доказательствами появилась в работе [7].

Теорема. Группа кактусов $J_n, n \geq 2$, порождается элементами $a_i := s_{1,i}, i = 2, \dots, n$, и определяется соотношениями

$$a_i^2 = 1,$$
$$(a_i a_k a_j a_k)^2 = 1, \qquad i \leq j, i+j \leq k,$$
$$a_i a_k a_j a_k = a_{i+j-k} a_j a_{i+j-k} a_i,$$
$$4 \leq j+2 \leq i \leq n, \qquad j < k < i, \qquad 2 \leq i+j-k \leq n, \qquad 2k \leq i+j.$$

Я. Мостовой [8] показал, что группа крашенных кактусов вкладывается в прямоугольную группу Кокстера. В работе Р.Ю [9] были введены обобщенные группы кактусов, для которых были построены точные линейные представления. Каждая обобщенная группа кактусов имеет своим гомоморфным образом некоторую группу Кокстера.

Результаты

Используя представление группы кактусов J_n с $n-1$ порождающими, мы построили следующее линейное представление.

Теорема. Пусть $V-$ свободный модуль с базисом e_i, $1 \leq i \leq n$, над кольцом $\mathbb{Z}[t_1^{\pm 1}, \dots, t_{n-1}^{\pm 1}]$. Отображение f является линейным представлением группы кактусов J_n, действующее как $f: J_n \to Aut(V)$ по правилу $(a_k)f \longmapsto f_k$, где

$$(e_u)f_v = \begin{cases} t_{u-1} t_{v-u}^{-1} e_{v-u+1}, & 1 \leq u \leq v, \\ e_u, & v < u \leq n, \end{cases}$$

где $v = 2, \dots, n$.

Определим антидиагональную матрицу размера $n \times n$, у которой только элементы побочной диагонали могут быть отличны от нуля:

$$adiag(w_1, \dots, w_n) = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & w_1 \\ \vdots & \iddots & \vdots \\ w_n & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим матрицу автоморфизма f_k, $k = 2, \dots, n$, в базисе $e_1, \dots, e_n$:

$$[f_k] = adiag(t_k^{-1}, t_1 t_{k-1}^{-1}, \dots, t_1^{-1} t_{k-1}, t_k) \oplus I_{n-k}.$$

В верхнем левом углу $[f_k]$ находится блок размера $k \times k$, который совпадает с матрицей $adiag(t_k^{-1}, t_1 t_{k-1}^{-1}, \dots, t_1^{-1} t_{k-1}, t_k)$. Указанный блок соответствует перестановке нитей с 1 по k включительно. Остальные нити остаются на месте, поэтому вне этого блока на диагонали стоят единицы.

Пример. При $n = 4$ матрицы автоморфизмов f_2, f_3 и f_4 имеют вид:

$$[f_2] = \begin{pmatrix} 0 & t_1^{-1} & 0 & 0 \\ t_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, [f_3] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_2^{-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ t_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, [f_4] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & t_3^{-1} \\ 0 & 0 & t_1 t_2^{-1} & 0 \\ 0 & t_1^{-1} t_2 & 0 & 0 \\ t_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теорема. Образ группы J_n при отображении f из теоремы выше изоморфен группе подстановок S_n.

Следствие. Построенное линейное представление f не является точным при $n > 2$.

Заключение

В предлагаемой работе выписывается система соотношений с $n - 1$ порождающими группы кактусов. Используя это представление, строится линейное представление группы J_n. Доказано, что образ полученного линейного представления изоморфен группе подстановок S_n и при $n = 3$ не является точным. Ввиду того, что J_3 является подгруппой J_n при $n > 2$, заключаем, что это представление не является точным ни для какого $n > 2$.

Исследование выполнено за счет Фонда развития теоретической физики и математики «Базис» № 23-7-2-14-1.

Список литературы

1. Devadoss S.L. Tessellations of Moduli Spaces and the Mosaic Operad // Contemp. Math. – 1999. – Vol. 239. – P. 91–114.
2. Davis M., Januszkiewicz T., and Scott R. Fundamental groups of blow-ups // Adv. Math. – 2003. – Vol. 177 (1) – P. 115–179.
3. Henriques A., Kamnitzer J. Crystals and coboundary categories // Duke Math.J. – 2006. – Vol. 2. – P. 191–216.
4. Genevois A. Cactus groups from the viewpoint of geometric group theory // Mathematics Group Theory. – 2022. – P. 1–33.
5. Bellingeri P., Chemin H., Lebed V. Cactus groups, twin groups, and right-angled Artin groups // J. Algebr. Comb. – 2024. – Vol. 59. – P. 153–178.
6. Zimireva K.V. Presentation of the cactus group // Collection of abstracts of the International conference "MALTSEV READINGS", Novosibirsk, November 13-17, 2023. – Publishing house: Sobolev Institute of Mathematics, 2023, – P. 182.
7. Chemin H., Nanda N. Minimal presentation, finite quotients and lower central series of cactus groups // Mathematics Group Theory. – 2024. – P. 1–17.
8. Mostovoy J. The pure cactus group is residually nilpotent // Arch. Math. – 2019. – Vol. 113. – P. 229–235.
9. Yu R. Linearity of generalized cactus groups // J. Algebra. – 2023. – Vol. 635. – P. 256–270.

Научное издание

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Том 3. Математика

Сборник научных трудов
XXII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Компьютерная верстка *С.А. Поробова*

Зарегистрировано в Издательстве ТПУ
Размещено на корпоративном портале ТПУ
в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ