

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
XIII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Том 3. Математика

РОССИЯ, ТОМСК, 26 – 29 апреля 2016 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

XIII International Conference of students, graduate students
and young scientists

Volume 3. Mathematics

RUSSIA, TOMSK, April 26 – 29, 2016



Конференция проведена при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-32-10075.

Издательство Томский политехнический университет

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Томский государственный архитектурно-строительный университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
XIII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Том 3. Математика

РОССИЯ, ТОМСК, 26 – 29 апреля 2016 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

XIII International Conference of students, graduate students
and young scientists

Volume 6. Mathematics

RUSSIA, TOMSK, April 26 – 29, 2016

Томск 2016

ПРОГРАММА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Химический факультет и Институт дистанционного образования Томского государственного университета приглашает дипломированных специалистов пройти программу повышения квалификации

«МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ БИОМЕДИЦИНСКОГО И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ»

Направление 04.03.01 Химия

Модульная структура обучения:

Модуль 1: Биология и биомедицина

Модуль 2: Химия и химические технологии

Модуль 3: Наноматериалы и нанотехнологии

Профессиональные компетенции, формируемые в результате обучения:

- формирование представлений о современных подходах в области синтеза материалов биомедицинского и функционального назначения с заданными свойствами;
- формирование представлений о новых методологических подходах в использовании различного оборудования для изучения физиологии человека и материалов биологического и биомедицинского назначений.
- формирование представлений о принципиальных основах, практических возможностях и ограничениях современных методов исследования материалов биомедицинского и функционального назначения;
- ознакомление с аппаратурным оснащением и условиями проведения современного эксперимента, процессами интерпретации и оценивания экспериментальных данных, в том числе публикуемых в научной литературе;
- формирование прогностического понимания фундаментальных проблем и практических методов их решения в области современного материаловедения с учетом новых представлений о способах создания и организации функциональных систем;
- получение теоретических знаний в области исследования структуры, состава и физико-химических свойств функциональных материалов.

Обучение в рамках образовательной программы реализуют ученые с высокой научной квалификацией из ведущих научных организаций РФ. Практическая часть курса проводится с использованием современного аналитического и исследовательского оборудования Лаборатории каталитических исследований и Лаборатория трансляционной клеточной и молекулярной биомедицины ТГУ, Научно-образовательного центра «Наноматериалы и нанотехнологии» ТПУ.

КОНТАКТЫ

Руководитель программы: Слизов Юрий Геннадьевич, к.х.н., доцент, декан химического факультета ТГУ, dekanat@chem.tsu.ru.

Координатор программы: Зыкова Анна Петровна, к.ф.-м.н., ассистент ТПУ, zykovaap@mail.ru.

АДРЕС

г. Томск, ул. А. Иванова, 49, корпус № 6, Химический факультет ТГУ

УДК 50(063)
ББК 20л0
П27

П27 Перспективы развития фундаментальных наук [Электронный ресурс]: сборник трудов XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Россия, Томск, 26–29 апреля 2016 г. / под ред. И.А. Курзиной, Г.А. Вороновой. – Томск: Изд-во – Национальный Исследовательский Томский политехнический университет, 2016. – Режим доступа: http://science-persp.tpu.ru/Arch/Proceedings_2016_vol_3.pdf – 116 с.

ISBN 978-5-4387-0654-0
ISBN 978-5-4387-0651-9

Сборник содержит труды участников XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективы развития фундаментальных наук». Включает доклады студентов, аспирантов и молодых ученых, представленные на секции «Математика». Сборник представляет интерес для студентов, аспирантов, молодых ученых, и преподавателей.

УДК 50(063)
ББК 20л0

Редакционная коллегия

И.А. Курзина, доктор физико-математических наук, доцент;
Г.А. Воронова, кандидат химических наук, доцент;
С.А. Поробова

ISBN 978-5-4387-0654-0
ISBN 978-5-4387-0651-9

© ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский
Томский политехнический университет», 2016
© Томский политехнический университет,
электронный текст, 2016

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИКА

- математическое моделирование и анализ данных
- математические методы в физике, химии, биофизике, биологии, экономике, медицине, психологии
- математическая логика и приложения
- вычислительная математика
- дифференциальные уравнения

ОГЛАВЛЕНИЕ

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА»

| | |
|---|----|
| ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ЗАТРАТ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ Н.С. Агеева | 9 |
| ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ η -МЕЗОНОВ С ЯДРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ Е.В. Адамов | 12 |
| ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ИМПУЛЬСА НА ДИНАМИКУ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КРУПНОГАБАРИТНОГО ЗОНТИЧНОГО РЕФЛЕКТОРА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С.В. Белов, А.П. Жуков | 15 |
| МЕТОД РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ СТЕРЖНЕВЫХ ВАНТОВО-ОБОЛОЧЕЧНЫХ СИСТЕМ С.В. Белов, А.П. Жуков | 18 |
| МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ А.В. Бельков | 21 |
| ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ КАК СРЕДСТВО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ АТАКИ НА АСИММЕТРИЧНЫЙ АЛГОРИТМ RSA А.В. Бозняков | 24 |
| ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА, СОСТАВЛЕННОГО ИЗ ЦЕН АКЦИЙ ОАО НК «РОСНЕФТЬ» Р.В. Бозняков | 27 |
| ПЛАВЛЕНИЕ ПАРАФИНА ВНУТРИ КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ Н.С. Бондарева | 30 |
| СРАВНЕНИЕ ПО ЭФФЕКТИВНОСТИ МОДЕЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ П.В. Борцова | 33 |
| ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ ПРОЕКТНЫХ КОМАНД ИЗ СТУДЕНЧЕСКОЙ ГРУППЫ Л.Э. Булыгин | 36 |
| ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ ДЕФОЛТА СУБЪЕКТОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ А. В. Герман | 39 |
| МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАЖИГАНИЯ СИНТЕТИЧЕСКИХ ТОПЛИВ ЛОКАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ Д.О. Глушков | 42 |
| ОБНАРУЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИ ЗНАЧИМЫХ СКАЧКОВ ЦЕН ЗОЛОТА ПРИ ВНУТРИДНЕВНОЙ ТОРГОВЛЕ В.Р. Даутбаева | 45 |
| TRUNCATED PARAMETER ESTIMATION OF ORNSTEIN-UHLENBECK PROCESS WITH GUARANTEED ACCURACY T.V. Dogadova | 48 |
| СИСТЕМА НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ МАЛОГО ПРЕДПРИЯТИЯ Н.Д. Дубина | 51 |
| INVESTIGATION OF DISTRIBUTION OF CURRENCY PAIRS USING METHODS OF FACTOR ANALYSIS I.V. Zagumenнова | 54 |
| АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СЕТИ TWITTER А.Н. Исангулова, А.Д. Снида | 57 |

| | |
|--|-----|
| МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ИСПАРЕНИЯ КАПЕЛЬ ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ В ВИДЕ ГОРЮЧИХ КОМПОЗИЦИЙ В ВОЗДУШНО-ПЛАЗМЕННОМ ПОТОКЕ А.А. Каренгин, И.Ю. Новоселов | 60 |
| ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ПОДСИСТЕМЫ УСКОРЕННОГО ПОСТРОЕНИЯ К-ЗНАЧНЫХ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ТЕСТОВ С.В. Китлер, Р.В. Аметов | 63 |
| АСИМПТОТИКИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО, КВАЗИКЛАССИЧЕСКИ СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ НА КРИВЫХ А.Е. Кулагин | 66 |
| ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ ГЕОДАННЫХ Е.В. Мартынюк | 69 |
| МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ПАРАМЕТРОВ НДС БИОКОМПОЗИТА В УСЛОВИЯХ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В.А. Микушина | 72 |
| ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ НА ТУРБУЛЕНТНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ СТЕНКИ ПРОЗРАЧНОЙ ДЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ И.В. Мирошниченко | 75 |
| ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ШИФРОВАНИЕ ДАННЫХ АЛГОРИТМОМ RSA А.А. Неретин | 78 |
| КЛАСТЕРИЗАЦИЯ РОССИЙСКИХ ВУЗОВ В ФАКТОРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ МАТЕМАТИКА Д.А. Новосельцева | 81 |
| СОПРЯЖЕННЫЕ РЕЖИМЫ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ТЕПЛОПРОВОДНЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО УЧАСТКА И.И. Носонов | 84 |
| МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ ШНУРОВ ИЗ СТЕКЛОВОЛОКНА В АРАМИДНОЙ ОПЛЕТКЕ М.С. Павлов, Н.Н. Марицкий | 87 |
| МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ЛИНЕЙНОГО КРИСТАЛЛИЗАТОРА НЕПРЕРЫВНОГО ТИПА НА ПРИМЕРЕ ВЫДЕЛЕНИЯ КРИСТАЛЛОВ ГЕКСАГИДРАТА НИТРАТА УРАНИЛА Е.А. Посеницкий | 90 |
| РЕКУРСИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВАРОЧНОЙ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА КАЛМАНА Б.И. Пякилля | 93 |
| МЕТОДИКА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ БИОКОМПОЗИТА Ю.А. Рикун | 96 |
| УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ ДИСКРЕТНЫМИ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С МАРКОВСКИМИ СКАЧКАМИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ М.В. Самородова | 99 |
| МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА НИЗОВОГО ПОЖАРА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВНЕШНИХ УСЛОВИЯХ Э.Е. Сопруненко | 102 |
| ДВУХПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ СО СЛУЧАЙНЫМ СПРОСОМ С РАВНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТЬЮ ПОСТАВОК Л.Г. Ставчук | 105 |
| ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК В ЗАЦЕПЛЕНИИ РЕДУКТОРА С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА Д.Л. Степанова | 108 |

| | |
|---|-----|
| ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИАГНОСТИКИ УСТОЙЧИВОСТИ БАНКОВ А.П. Ткаченко | 111 |
| КОНСТРУИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ БИРЖЕВЫХ ОПЦИОНОВ М.Э. Фатьянова | 114 |

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ЗАТРАТ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

Н.С. Агеева

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.А. Мицель

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: ageeva.nsa@gmail.com

CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATING OF ELECTRICITY CONSUMPTION

N.S. Ageeva

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mitsel

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: ageeva.nsa@gmail.com

Abstract. *The article is devoted to solving the problems faced by the organization, ordering energy, namely, the problem of prediction, for example, how much power will consume the company for the next hour or day. What does the power consumption depends? In the example of company JSC «SIBUR GEOSINT» this problem was solved by using of mathematical methods. The investigated company engaged in the production of geotextiles. The main part of power goes to work equipment and the rest – on the enterprise infrastructure. The electricity consumed by the company, when nothing is produced, remains constant, but the electricity required for the production of fabrics, every day is different. The study found that a different power is required for the production of various kinds of non-woven fabric. The purpose of this study is to construct a model for the calculation of electricity consumption for the production, using regularization methods.*

Многие задачи идентификации сводятся к решению систем линейных алгебраических уравнений и с точки зрения причинно-следственной связи являются обратными задачами. Эта особенность делает большинство задач идентификации некорректно поставленными. При этом могут быть нарушены условия существования и устойчивости решения. В последние четыре десятилетия были предложены методы регуляризации решения некорректно поставленных задач.

Рассмотрим решение следующей задачи:

$$K\varphi = f,$$

где K – матрица размером $n \times m$, φ и f – вектора размерности n .

Для этой системы уравнений, записанной в матричной виде, обратная задача заключается в нахождении по заданным K и f вектора φ [1].

В исследовании необходимо решить обратную задачу, где матрица K представляет собой выпуск продукции (выраженный в тоннах) различного вида за период с 4 февраля по 31 декабрь 2015 года. Вектор f – мощность, потребляемая предприятием за сутки. Требуется найти решение обратной задачи, где решением будет являться вектор φ , показывающий, какая мощность требуется для производства одной тонны продукции товара определенного вида за сутки.

Матрица K формировалась по данным, полученным от предприятия, причем из рассмотрения удалялись данные, где в день производства происходили плановые и аварийные остановки оборудования.

Исследуя матрицу K на обусловленность, было найдено число обусловленности матрицы $cond(K) = 1,6 \cdot 10^{16}$. Видно, что оно очень большое, тогда как считается, что для хорошо обусловленной матрицы число обусловленности лежит в пределах от 1 до 100. Можно сделать вывод, что мы имеем дело с плохо обусловленной матрицей K , а это в свою очередь подразумевает и плохую обусловленность системы линейных алгебраических уравнений и неустойчивость решения. Поэтому решение поставленной задачи с помощью метода наименьших квадратов [2]

$$\varphi = (K^T K)^{-1} K f$$

приводит к следующему результату:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 34397 & 65484 & 968 & 829 & 842 & 883 & 492 & 786 & -2567 & 2252 & 750 & 761 & 891 & 557 & 742 & 621 & 1303 & 965 & 1075 \\ 833 & 1073 & 669 & 862 & 671 & 778 & -1226 & 817 & 692 & 781 & 1922 & 633 & 547 & 5615 & -292 & 8455 & 584 \end{pmatrix}^T$$

Отсюда видно, что некоторые компоненты вектора решения имеют отрицательные значения, что противоречит физическому смыслу задачи.

Первая компонента вектора φ показывает, какая мощность потребляется предприятием за день, при условии, что ничего не производилось. Компоненты со второй по восемнадцатую отвечают за потребляемую мощность на тонну нетканого полотна «КАНВАЛАН» за сутки, с девятнадцатой по тридцать вторую – «ГЕОТЕКС», а последняя – «ГеоСТЭК 400». Компоненты с тридцать третьей по тридцать пятую, отображают мощность, которую потребляет предприятие при производстве георешеток различного типа, но на настоящее время предприятие закрыло производство данного материала.

Все материалы имеют марку, которую требует заказчик, например, условное обозначение иглопробивного каландрированного материала нетканого геотекстильного КАНВАЛАН для строительства поверхностной плотностью 400 г/м^2 , шириной 500 см выглядит так: *КАНВАЛАН 400(500)*. Или иглопробивной каландрированный материал нетканый геотекстильный ГЕОТЕКС поверхностной плотностью 350 г/м^2 , шириной 320 см обозначается так: «ГЕОТЕКС», марка 350(320), тип С. Для обозначения, что материал не подвергался последующему каландрированию, используется буква «И» – для «КАНВАЛАН» и отсутствие «тип С» для «ГЕОТЕКС».

В качестве метода решения будем использовать условную минимизацию квадратичного функционала [3] вида:

$$y(\varphi) = \sum_{i=1}^n \left(f_i - \sum_{j=1}^m (K_{i,j} \varphi_j) \right)^2,$$

где n – количество строк, m – количество столбцов матрицы K ,
при заданных ограничениях:

$$\varphi_j \geq 1300, \quad j = \overline{1, m}.$$

Данное ограничение было найдено в ходе исследования данных, где в день производился только один вид продукции. Подразумевается, что на тонну продукции не может быть потреблено менее 1300 кВт/ч за сутки.

Поставленная задача минимизации была решена в математическом пакете Mathcad. Ниже представлен листинг программы (рис. 1).

$$y(\varphi) := \sum_{i=1}^{\text{rows}(K)} \left[\left[f_i - \sum_{j=1}^{\text{cols}(K)} (K_{i,j} \cdot \varphi_j) \right]^2 \right]$$

$$j := 1.. \text{cols}(K)$$

$$\varphi_j := 0 \quad b1_j := 1300$$

Given

$$\varphi \geq b1$$

$$\varphi1 := \text{Minimize}(y, \varphi)$$

Рис. 1. Минимизация квадратичного функционала при заданных ограничениях

В результате было найдено следующее решение:

$$\varphi = \left(9776 \ 1300 \ 1300 \ 1260 \ 1763 \ 1856 \ 1522 \ 1866 \ 1300 \ 1300 \ 1948 \ 1989 \ 1829 \ 1559 \ 1696 \ 1642 \ 3359 \ 1876 \right. \\ \left. 3102 \ 2720 \ 2473 \ 2899 \ 2001 \ 1874 \ 1762 \ 1300 \ 1900 \ 1702 \ 2020 \ 3070 \ 1501 \ 1300 \ 6527 \ 1300 \ 6900 \ 1463 \right)^T.$$

Это и есть искомый вектор φ , показывающий, какая мощность требуется для производства одной тонны продукции товара определенного вида за сутки.

Для планирования суточных затрат электроэнергии на выпуск продукции необходимо умножить планируемый объем продукции на вектор φ :

$$f = k^T \varphi,$$

где k – вектор, компоненты которого представляют собой планируемые объемы продукции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мицель А.А., Шелестов А.А. Методы оптимизации. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники, 2004. – 148 с.
2. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: В 2-х кн. Кн.1/Пер.с англ. – М.: Финансы и статистика, 1986. –386 с.
3. Воскобойников Ю.Е. Устойчивые методы и алгоритмы параметрической идентификации. Новосибирск: НГАСУ, 2006. –180с.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ η -МЕЗОНОВ С ЯДРАМИ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ**

Е.В. Адамов

Научный руководитель: д.ф.-м.н. А.И. Фикс

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: adamovegor@gmail.com

INVESTIGATION OF η -NUCLEAR INTERACTION USING NUCLEAR CLUSTER MODEL

E.V. Adamov

Scientific Supervisor: Dr. A.I. Fiks

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: adamovegor@gmail.com

***Abstract.** The problem of interaction in the $\eta^6\text{Li}$ system is solved. The method of solution is based on a cluster model in which the ${}^6\text{Li}$ nucleus is described as a bound state of a deuteron and an α -particle. The cluster model approach allows one to reduce the many-body problem to the interaction between three particles $\eta - d - \alpha$. To solve the corresponding three-body equations, separable representation of the driving two-body potentials was used. The calculated values of the $\eta^6\text{Li}$ scattering length are presented.*

Взаимодействие η -мезонов с атомными ядрами интенсивно исследовалось на протяжении последних 30 лет, начиная с работ [1, 2]. Несмотря на богатый экспериментальный материал, накопленный к сегодняшнему дню, а также множество теоретических результатов в этой области, наши знания о свойствах этого взаимодействия остаются пока недостаточными для понимания его механизма.

В области эксперимента основным препятствием для детального исследования η -ядерного взаимодействия остается невозможность непосредственной реализации процесса рассеяния η -мезона на ядре из-за его малого времени жизни. Как следствие, имеющаяся экспериментальная информация об этом явлении получена косвенным образом из процессов образования η -мезонов на ядрах. Что касается теории, то, как показывает анализ соответствующих работ, результаты расчетов сильно зависят как от самой модели, применяемой к описанию взаимодействия, так и от параметров, используемых в рамках конкретной модели. В частности, имеется сильная чувствительность результатов к параметрам затравочного ηN взаимодействия.

Отмеченные выше проблемы, связанные с модельной зависимостью теоретических результатов, в значительной мере разрешаются путем использования аппарата квантовомеханической задачи рассеяния в системе малого числа частиц, который позволяет формально точно описывать взаимодействие η -мезонов с легчайшими ядрами. В настоящей работе представлены расчеты рассеяния η -мезонов на ядре ${}^6\text{Li}$. Их ключевым элементом, позволяющим применить малочастичный формализм, является используемый нами кластерный подход к описанию ядра ${}^6\text{Li}$, как системы $d - \alpha$, где через α

обозначено ядро ${}^4\text{He}$. В таком виде кластерный подход позволяет решать задачу о взаимодействии η ${}^6\text{Li}$, как трехчастичную задачу $\eta - d - \alpha$.

Для каждой из трех подсистем $d - \alpha$, $\eta - d$ и $\eta - \alpha$ использовался сепарабельный потенциал 1-го ранга $V_i(p, p') = -f_i(p)f_i(p')$, с функциями $f_i(p)$ в дипольной форме $f_i(p) = \frac{g_i}{p^2 + \beta_i^2}$, $i = 1, 2, 3$.

Значения параметров g_1 и β_1 подгонялись под энергию $E_b = 2,34$ МэВ, полученную из известной из опыта энергии разделения ядра ${}^6\text{Li}$ на дейтрон и α -частицу $E_{ad} = 1,48$ МэВ, с учетом кулоновской поправки $E_C = 0,86$ МэВ [3], а также измеренные в работе [4] фазы $d - \alpha$ рассеяния. Для потенциала, описывающего взаимодействие в системе $\eta - d$, параметры g_2 и β_2 выбирались так, чтобы воспроизводилась длина рассеяния η -мезона на дейтроне $a_{\eta d} = (2,16 + i 1,12)$ Фм, которая предсказывается расчетами в рамках теории Фаддеева для системы $\eta - N - N$ [5]. Соответствующие параметры g_3 и β_3 для $\eta - \alpha$ рассеяния, для которого пока не существует микроскопических расчетов, подбирались так, чтобы воспроизводился характерный рост полного сечения в области низких энергий, наблюдаемый в эксперименте $dd \rightarrow \eta\alpha$ [6].

Использование сепарабельных потенциалов для затравочных двухчастичных взаимодействий позволяет свести трехтельную задачу к эффективной задаче рассеяния частиц на квазичастицах (см., например, [7]). Динамика системы определяется матрицами переходов X_{ij} между состояниями $|i\rangle$ и $|j\rangle$. Каждое состояние $|i\rangle$ содержит частицу с номером i и квазичастицу (jk), состоящую из двух взаимодействующих частиц j и k , которую удобно обозначить тем же номером. Соответствующие динамические уравнения для матриц X_{ij} имеют форму уравнений Липпмана-Швингера для связанных каналов, число которых равно числу квазичастиц

$$X_{ij}(E; p, p') = Z_{ij}(E; p, p') + \sum_{k=1}^N \int Z_{ik}(E; p, q) \tau_{ik}(E - q^2 / 2m_k) X_{kj}(E; q, p') \frac{q^2 dq}{2\pi^2}, \quad i, j = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Матрицы X_{ij} зависят от кинетической энергии E в системе трех частиц, а также от относительных импульсов p и p' в системе частица-квазичастица в состояниях $|i\rangle$ и $|j\rangle$, соответственно. Эффективные потенциалы Z_{ij} в уравнениях (1) имеют характер обмена частицей между двумя квазичастицами.

После решения системы (1) амплитуда $F(p)$ упругого рассеяния η -мезона на ядре ${}^6\text{Li}$ может быть получена из матрицы X_{11} согласно соотношению $F(p) = -\frac{\mu}{2\pi} X_{11}(E; p, p')$, при значениях импульсов p и p' , связанных условием массовости $p = p' = \sqrt{2\mu\varepsilon}$, где μ – приведенная масса частиц η и ${}^6\text{Li}$, а кинетическая энергия их относительного движения ε связана с суммарной кинетической энергией E в системе η ${}^6\text{Li}$ равенством $\varepsilon = E + |E_b|$.

Решения системы интегральных уравнений (1) основывалось на сведении их к матричному уравнению путем замены интегралов конечными суммами. Последнее осуществлялось по схеме квадратур Гаусса в полубесконечном интервале $[0, \infty)$. Проблемы, связанные с наличием в ядрах уравнений (1) логарифмических сингулярностей, решались путем сдвига контура интегрирования в комплексную область с последующей повторной прогонкой для нахождения матрицы X_{11} при вещественных значениях импульсов.

В качестве основного результата нашего исследования мы приводим значение длины рассеяния η^6Li

$$a_{\eta^6Li} = (-2, 20 + i 0, 87) \text{ Фм}, \quad (2)$$

которое предсказывается нашими расчетами. Мнимая часть обусловлена присутствием неупругого канала, связанного с переходом в π -мезоны [8]. Как можно было ожидать, теория предсказывает существование связанного состояния в системе η^6Li (вещественная часть длины рассеяния отрицательна). Вместе с тем, малое значение вещественной части $\text{Re } a_{\eta^6Li}$ (2) свидетельствует о том, что соответствующий полюс в амплитуде расположен достаточно далеко от физической области. Это, в свою очередь, означает что в процессах, в которых образуется система η^6Li (например, упругое фоторождение η -мезона на ядре 6Li) эффект взаимодействия в конечном состоянии будет незначительным. Этот вывод в целом согласуется с результатами эксперимента по фоторождению на более тяжелом ядре 7Li [9], где измеренное сечение хорошо описывается моделью с плоскими волнами без учета взаимодействия между η -мезоном и конечным ядром.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ВУЗам «Наука» (регистрационный номер 3.825.2014/К).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liu L. C., Haider Q. Signature for the existence of η - mesic nuclei. Phys. Rev. C. – 1986. – V.34. – P. 1845-1854.
2. Haider Q., Liu L. C. Formation of an η - mesic nucleus. Phys. Lett. B. – 1986. – V.172. – P. 257-260.
3. Ajzenberg-Selove F. Energy levels of light nuclei A=5-10. Nucl. Phys. A. – 1984. – V. 413. – P. 1-214.
4. Schmelzbach P. A., Gruebler W., Koenig V., Marmier P. Phase-shift analysis of $d - \alpha$ elastic scattering. Nucl. Phys. A. – 1972. – V.184. – P.193-213
5. Fix A., Arenhoevel H. The ηNN system at low energy within a three-body formalism. Nucl. Phys. A. – 2002. – V.697. – P.277-302.
6. Wronska A., Hejny V., Wilkin C. *et al.* Near threshold η meson production in the $dd \rightarrow \eta \alpha$ reaction. Eur. Phys. J. A. – 2005. – V.26. – P. 421-428.
7. Шмид Э., Цигельман Х. Проблема трех тел в квантовой механике. Москва: Наука, 1979. – 272 с.
8. Трясучев В. А. О существовании легких η - ядер. ЯФ. – 1997. – Т.60. – с. 245-247.
9. Maghrbi Y., Krusche B., Ahrens J. *et al.* Coherent photoproduction of π^0 and η mesons off 7Li . Eur. Phys. J. A. – 2013. – V.49. – P. 38 (1-14).

**МЕТОД РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ
СТЕРЖНЕВЫХ ВАНТОВО-ОБОЛОЧЕЧНЫХ СИСТЕМ**

С.В. Белов, А.П. Жуков

Научный руководитель: д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

**CALCULATION METHOD
OF NONLINEAR PROBLEMS FOR CABLE-STAYED SHELL STRUCTURES**

S.V. Belov, A.P. Zhukov

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics, National Research Tomsk State University,

Russia, Tomsk, Lenin Ave., 36, 634050

E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** This paper presents a calculation method of geometrically nonlinear problems for cable-stayed shell structures. It based on both finite element and force density methods. The main idea of presented method is construction of solution sequence where every next solution uses a previous one as initial solution. In the first solution construction a force density method is used.*

Введение. Стержневые вантово-оболочечные системы (СВОС) широко применяются в современном строительстве и архитектуре благодаря их способности занимать большие пространства (сравнимые с объектами гражданского строительства) при относительно небольшой массе и расходе материала. Примерами таких конструкций являются крыши стадионов, тенты, вантовые мосты, крупногабаритные космические антенные рефлекторы и т.д. Отличительной особенностью СВОС является геометрически нелинейное поведение, т.е. значительное (сравнимое с собственными размерами) перемещение её элементов под воздействием внешних нагрузок. Поэтому численное моделирование таких систем с учетом геометрической нелинейности является важным этапом в их проектировании.

Метод расчета нелинейных задач СВОС. В работе [1] предложен метод расчета нелинейных задач СВОС на основе построения последовательности решений нелинейных уравнений теории упругости, в которой каждое последующее решение использует предыдущее как начальное приближение в некоторой области сходимости. В результате расчета определяется напряженно-деформированное состояние (НДС) СВОС. Задача решалась численным методом конечных элементов, где главным разрешающим уравнением является уравнение равновесия. Однако при таком подходе отмечена проблема подбора первого начального приближения с которого начинается расчет.

Целью настоящего исследования является построение усовершенствованного метода расчета нелинейных задач СВОС, предложенного в [1], и применение его в моделировании НДС новых крупногабаритных космических рефлекторов ободного и зонтичного типа. В качестве основных

соотношений, определяющих НДС СВОС, также рассматриваются уравнения нелинейной теории упругостис заданными граничными условиями.

Для поиска начального приближения, предлагается использовать метод плотности (МПС), позволяющий находить координаты узлов и значения напряжений вантовых элементов СВОС в состоянии равновесия.

МПС разработан Ликвицом и Чеком и предназначен для поиска форм вантовых покрытий [2-3]. Он основан на решении линеаризованных уравнений равновесия для преднапряженных вантовых прямолинейных элементов, соединенных в узлах которым приложена внешняя сосредоточенная сила (рис. 1).

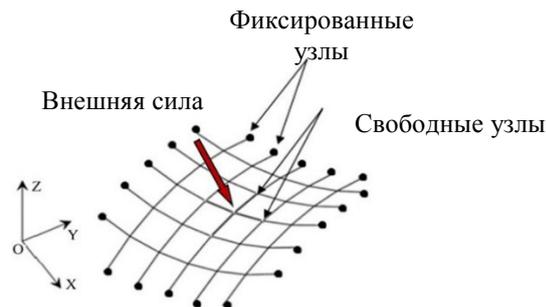


Рис 1. Схема вантовой структуры в методе плотности сил

Часть узлов считаются фиксированными (с заданными координатами в трехмерном пространстве), а остальная часть считается свободными, и их координаты необходимо определить.

Рассмотрим произвольный узел i и приложенную к нему внешнюю силу \mathbf{P} , обозначенную красной стрелкой на рис. 1. Положим, что все остальные узлы вантовых элементов, соединенные с i , являются фиксированными. Тогда система уравнений равновесия для i , в проекции на оси координат Ox , Oy , Oz , имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{c_i} \frac{T_j}{l_j} (x_j - x_i) = P_x^i; \sum_{j=1}^{c_i} \frac{T_j}{l_j} (y_j - y_i) = P_y^i; \sum_{j=1}^{c_i} \frac{T_j}{l_j} (z_j - z_i) = P_z^i \quad (1)$$

где x_i, y_i, z_i - искомые координаты узла i ; c_i - количество вантовых элементов соединенных с узлом i ; x_j, y_j, z_j - координаты фиксированного узла j -го элемента; T_j, l_j - величина натяжения и длины j -го элемента соответственно; P_x^i, P_y^i, P_z^i - координаты вектора внешних сил по осям Ox , Oy , Oz . для i -го. Система (1) является нелинейной относительно x_i, y_i, z_i . Для ее линеаризации вводится параметр плотности силы $q_j = T_j/l_j$, который полагается известным. Придавая различные значения q_j и решая соответствующие системы линейных уравнений, получаем определенную равновесную форму вантовой структуры.

При поиске формы вантовых покрытий с определенными требованиями, например по натяжениям в элементах, вводится система нелинейных уравнений описывающая эти ограничения.

$$\mathbf{g}^*(\mathbf{q}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(\mathbf{q}), \mathbf{y}(\mathbf{q}), \mathbf{z}(\mathbf{q})) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

где $\mathbf{x}(\mathbf{q}), \mathbf{y}(\mathbf{q}), \mathbf{z}(\mathbf{q})$ - векторы координат искомого узла. То есть задача сводится к нахождению вектора плотности сил \mathbf{q} , который удовлетворяет уравнениям (1) и (2). Поиск вектора \mathbf{q} осуществляется итерационным методом Ньютона в окрестности начального значения \mathbf{q}_0 . Находится новое значение

$\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_0 + \Delta\mathbf{q}$ при котором выполняется приближенное равенство $\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_1) \approx \mathbf{0}$. Для нахождения $\Delta\mathbf{q}$ система (2) линеаризуется в окрестности \mathbf{q}_0 разложением в ряд Тейлора. В результате имеет место система линейных уравнений относительно $\Delta\mathbf{q}$: $\mathbf{G}^T \Delta\mathbf{q} = \mathbf{r}$, где $\mathbf{G}^T = \partial \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_e^0) / \partial \mathbf{q}$ - матрица Якоби, $\mathbf{r} = -\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_e^0)$. В общем случае система линейных уравнений не определена, поэтому среди всех решений ищется решение с минимальной нормой, которое определяется выражением $\Delta\mathbf{q} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{r}$ [3].

Найденные координаты $\mathbf{x}(\mathbf{q}), \mathbf{y}(\mathbf{q}), \mathbf{z}(\mathbf{q})$ и соответствующие значения напряжений в элементах используются в качестве начального приближения в задаче НДС СВОС.

Предложенный подход, комбинирующий метод конечных элементов и метод плотности сил, можно представить в виде схемы (рис. 2), на которой отмечено, что начальное решение строится с использованием метода плотности сил, а каждое последующее решение использует в качестве начальных данных решение.

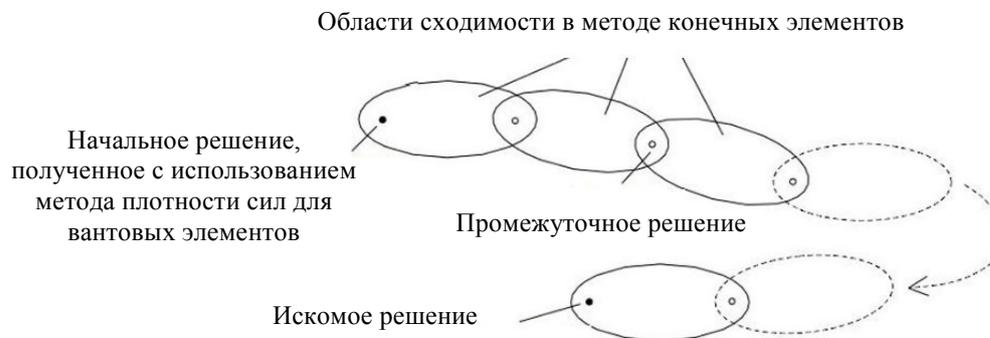


Рис.2. Схема построения решения геометрически нелинейной задачи СВОС

Выводы. Предложена усовершенствованная методика решения нелинейных задач СВОС с использованием метода плотности сил и метода конечных элементов. Начальное решение строится с использованием метода плотности сил для вантовых элементов. Рассмотренная методика применялась при моделировании НДС новых крупногабаритных космических рефлекторов ободного и зонтичного типов в геометрически нелинейной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ. Уникальный идентификатор RFMEFI57814X0073.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ponomarev S., Zhukov A., Belkov A., Ponomarev V., Belov S., Pavlov M. (2015) Stress-strain state simulation of large-sized cable-stayed shell structures. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 71 012070 doi:10.1088/1757-899X/71/1/012070.
2. Linkwitz, K., Schek, H. (1971) Einige bemerkungen zur berechnung von vorgespanntenseilnetzkonstruktionen. Archive of Applied Mechanics 40 (3), 145-158.
3. Schek, H. (1974) The force density method for form finding and computation of general networks. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering 3, 115-134.

**ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ИМПУЛЬСА НА ДИНАМИКУ ОТРАЖАЮЩЕЙ
ПОВЕРХНОСТИ КРУПНОГАБАРИТНОГО ЗОНТИЧНОГО РЕФЛЕКТОРА КОСМИЧЕСКОГО
АППАРАТА**

С.В. Белов, А.П. Жуков

Научный руководитель: д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

**DISTURBANCE PULSE EFFECTS ON REFLECTING SURFACE DYNAMICS OF LARGE-SIZED
UMBRELLA SPACE REFLECTOR**

S.V. Belov, A.P. Zhukov

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

National Research Tomsk State University, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics,

Russia, Tomsk, Lenin Ave., 36, 634050

E-mail: belovsv@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** Numerical study results of membrane reflective surface dynamics of the large-sized reflector under the perturbation applied to the spacecraft body are presented. The influence of pulse disturbance form, described with variables torque-time, on the reflecting surface deviation is considered.*

У крупногабаритных, космических, параболических, рефлекторных антенн отражающая поверхность формируется из сетеполотна – трикотажного материала, сотканного из тонких металлических проволок. Интегральным геометрическим критерием качества отражающей поверхности рефлектора является величина среднеквадратического отклонения (СКО) отражающей поверхности от формы идеального параболоида [1]

$$\text{СКО} = \sqrt{S^{-1} \cdot \int_S \Delta z^2 \cdot d\xi}, \quad (1)$$

где Δz – отклонение сетеполотна от поверхности идеального параболоида по направлению оси параболоида; S – площадь апертуры рефлектора. Допустимое значение СКО не должно превышать величины 2–3% от рабочей длины волны.

В работе рассматривается космический аппарат (КА) с крупногабаритным зонтичным рефлектором, показанный на рис. 1. Такой КА является механической системой, обладающей малым уровнем жесткости. Поэтому, при действии возмущений, обусловленных работой системы управления, в конструкции КА будут возбуждаться колебания, снижающие эффективность работы КА. В данной работе методом конечных элементов исследуется влияние параметров возмущающего импульса на отклонение отражающей поверхности рефлектора от оптимального положения.

В декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) КА занимает область пространства $\Omega(t)$ с границей $\partial\Omega(t)$. Область Ω включает объемные, оболочечные и линейные структуры. Она заполнена континуумом для

которого определены физико-механические свойства материала как функции координат. Точка континуума характеризуется вектором $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$. Движение КА описывается системой нестационарных уравнений механики твердого тела, которая включает закон движения элементарного объема, нелинейный тензор деформаций, закон Гука, начальные и граничные условия

$$\rho \ddot{u}_i = \left(\sigma_{kj} (\delta_{ij} + u_{i,j}) \right)_{,k}, \quad \varepsilon_{ij} = 1/2 (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{i,l} u_{l,j}), \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = (E / (1 + \nu)) \cdot (\varepsilon_{ij} + (\nu / (1 - 2\nu)) \cdot \delta_{ij} \varepsilon_{ll}) - (E / (1 - 2\nu)) \cdot \varepsilon_{ij}^T \cdot \delta_{ij} + \sigma_{ij}^0, \quad (3)$$

$$\mathbf{u}(t = 0, \mathbf{x}) = \mathbf{u}^0(\mathbf{x}), \quad \dot{\mathbf{u}}(t = 0, \mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

$$n_k \sigma_{kj} (\delta_{ij} + u_{i,j}) = p_i^n(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega,$$

где u_i , σ_{ij} , ε_{ij} – компоненты вектора перемещения, второго тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа, тензора деформаций; ρ , E , ν – плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона материала, ε_{ij}^T – термические деформации; σ_{ij}^0 – тензор начальных напряжений; p_i^n – напряжение на границе, характеризуемой вектором нормали \mathbf{n} . Выбор закона Гука в виде (3) обсуждается в работе [2]. При $t=0$ рефлектор находится в напряженно-деформированном состоянии, которое является начальным, для системы уравнений (2), (3). Метод определения начальных условий описан в работе [3].

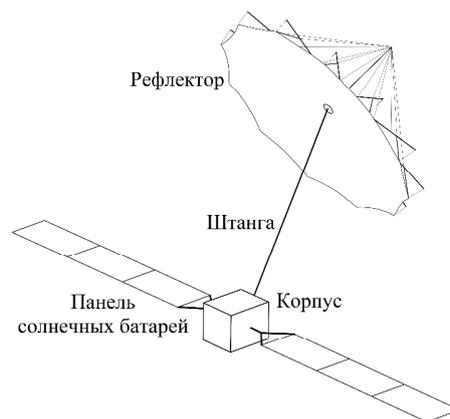


Рис. 1. Рассматриваемая конструкция космического аппарата

Для исследования реакции рефлектора на действие возмущения корпусу КА сообщался момент импульса M_p , который определялся как $M_p = \int_0^{\Delta t_{imp}} M_f(t) dt$, где M_f – момент сил, приложенный к корпусу КА; Δt_{imp} – время действия возмущения. В координатах момент силы – время рассматривались два вида функций $M_f(t)$, первая из которых задает прямоугольный возмущающий импульс, а вторая описывает половину периода синусоидального импульса

$$M_f^{(1)}(t) = \begin{cases} A_1, & 0 \leq t \leq \Delta t_{imp} \\ 0, & t > \Delta t_{imp} \end{cases}, \quad M_f^{(2)}(t) = \begin{cases} A_2 \cdot \sin(\pi \cdot t / \Delta t_{imp}), & 0 \leq t \leq \Delta t_{imp} \\ 0, & t > \Delta t_{imp} \end{cases},$$

где A_1 и A_2 – амплитудные значения момента сил, которые находились из условия $M_p^{(1)} = M_p^{(2)} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$.

Параметры конечноэлементной модели КА: полная масса 2500 кг; масса рефлектора 65 кг; диаметр рефлектора 12 м; размах панелей солнечных батарей 30 м, их масса 200 кг; первая частота колебаний

панелей солнечных батарей 0,07 Гц; натяжение сетеполотна 5 Н/м. Вектор момента сил M_f направлен по нормали к плоскости симметрии КА. Собственное демпфирование конструкции КА полагается малым.

В качестве характеристики динамического отклонения отражающей поверхности рефлектора от оптимального положения используется величина относительного СКО – $СКО_{отн}$. Величина $СКО_{отн}$ определяется выражением

$$СКО_{отн}(t) = СКО(t) / СКО(t=0),$$

где $СКО(t)$ – значение в момент времени t ; $СКО(t=0)$ – начальное значение. $СКО(t)$ и $СКО(t=0)$ определяются по (1). На рис. 2 показано, как изменяются амплитуды колебаний $СКО_{отн}^{(ампл)}$ в зависимости от длительности возмущающего импульса.

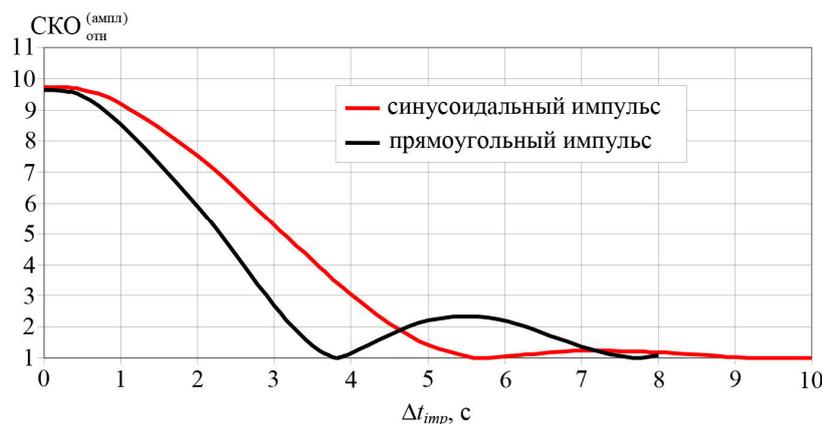


Рис. 2. Амплитуды колебаний $СКО_{отн}$ в зависимости от длительности возмущающего импульса

Из полученных результатов следует: имеется качественное совпадение реакции отражающей поверхности рефлектора на действие указанных видов возмущений; при малых длительностях возмущения амплитуды колебаний не зависят ни от величины Δt_{imp} , ни от вида возмущения; существует последовательность Δt_{imp} , при которых $СКО_{отн}^{(ампл)}$ имеет минимум ($СКО_{отн}^{(ампл)} = 1$); положение минимумов на оси Δt_{imp} зависит от вида возмущающего импульса.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ. Уникальный идентификатор RFMEFI57814X0073

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tibert G. Deployable tensegrity structures for space applications : Doctoral thesis – Royal Institute of Technology, Department of Mechanics, Stockholm, Sweden. – 2002. – 220 p.
2. Жуков А.П., Пономарев С.В. Оценка влияния физико-механических свойств сетеполотна на форму отражающей поверхности рефлектора зонтичного типа // Изв. вузов. Физика. – 2010. – № 12/2. – С. 118–124.
3. Жуков А.П., Пономарев С.В. Технология получения начальных условий для задачи динамики крупногабаритного рефлектора // Изв. вузов. Физика. – 2012. – № 7/2. – С. 72–76.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

А.В. Бельков

Научный руководитель: д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: aleksei-belkov@niipmm.tsu.ru

MODELING LARGE-SIZE PNEUMATIC STRUCTURES

A.V. Belkov

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics, National Research Tomsk State University,

Russia, Tomsk, 36, Lenin Ave., 634050

E-mail: aleksei-belkov@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** This paper presented the mathematical formulation of the problem on the stress-strain state of pneumatic design and the results of numerical calculation of natural frequencies and attainable accuracy of the reflecting surface for two design of pneumatic reflector with dimensions of 50 and 100 meters.*

Несмотря на кажущуюся простоту пневматические крупногабаритные конструкции являются продуктом высоко развитой техники. Разработка новых перспективных композиционных материалов дала возможность для создания пневматических конструкций больших размеров и позволила удовлетворить таким важным требованиям как прочность и долговечность. Данный тип конструкций обладает многими преимуществами по сравнению с обычными. Они представляют собой весьма эффективные конструктивные системы в особенности, когда речь идет о конструкциях больших размеров. Они обладают значительной областью покрытия при малом расходе материала и простотой развертывания. Пневматические конструкции имеют широкую область применения от создания строений или элементов устройств, используемых на Земле до проектирования конструкций которые способны функционировать в космосе.

В данной работе речь пойдет о крупногабаритной пневматической конструкции трансформируемого космического рефлектора. При проектировании конструкций больших диаметров встает вопрос о том, способны ли те типы проектируемых или создаваемых на сегодняшний день конструкций обеспечить требуемые характеристики, такие как достижимая точность отражающей поверхности, частотный диапазон, компактность при транспортировке конструкции на орбиту, менее сложный процесс развертывания в космосе, а как следствие и отказоустойчивость. Проектирование и создание таких типов конструкции как пневматические космические рефлекторы позволяет удовлетворить всем требованиям, описанным выше.

Задача о напряженно-деформированном состоянии вантово-оболочечных конструкций формулируется с позиций нелинейной теории упругости с учетом температурных деформаций. Вариационная постановка подробно описывается в монографии [1].

Связь деформаций с перемещениями рассматривается в виде: $e_{\alpha\beta} = (1/2)(u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha} + u_{\theta,\alpha}u_{\theta,\beta})$. Для моделирования механического поведения в напряженном состоянии использованы упрощенные зависимости между напряжениями и деформациями. Компоненты тензора напряжений Кирхгофа и компоненты тензора деформаций связаны зависимостью: $\sigma^{ij} = a^{ij\alpha\beta}(e_{\alpha\beta} - e_{\alpha\beta}^T)$, где $\alpha^{ijkl} = \alpha^{ijkl}(X, T)$ – элементы матрицы упругости, зависящие от принадлежности к разнородным элементам конструкции и их температуры, $e_{\alpha\beta}^T = \mathcal{G}\Delta T\delta_{\alpha\beta}$ – компоненты тензора температурных деформаций; \mathcal{G} – коэффициент линейного расширения; $\Delta T = T - T_0$.

Уравнения равновесия записываются в виде: $[(\delta_{ij} + u_{i,j})\sigma^{\theta j}]_{,\theta} + P_i = 0$, где P_i – компоненты вектора массовых сил, δ_{ij} – символ Кронекера. Граничные условия в перемещениях задаются на части поверхности S_u конструкции, где имеет место крепление к космическому аппарату $\mathbf{u} = 0$, на внешней части поверхности конструкции S_p в условиях космического пространства $\sigma^{\theta j} n_{\theta} (\delta_{ij} + u_{i,j}) = 0$. При моделировании наземных условий $\sigma^{\theta j} n_{\theta} (\delta_{ij} + u_{i,j}) = p_a$, где p_a – атмосферное давление на поверхности Земли.

Таким образом, при известном температурном поле в элементах конструкции задача МДТТ (механики деформированного твердого тела) считается поставленной в замкнутой форме, так как количество определяемых функций перемещений, соответствует количеству разрешающих уравнений.

Для надувных конструкций на внутренних поверхностях надувных элементов, где действует давление газа p , имеет место краевое условие: $\sigma^{\theta j} n_{\theta} (\delta_{ij} + u_{i,j}) = p$, где $p(p, T)$. В случае земного притяжения $p = p_a + \Delta p$ (при равных плотностях газа в куполе и вне него), а в случае космического пространства – $p = \Delta p$, где Δp – величина перепада давления между давлением газа внутри конструкции и давлением вне нее.

За основу при построении конечно-элементной модели (КЭМ) была взята проектная модель 25 метровой надувной антенны разрабатываемая компанией L'Garde, Inc. [2]. Для построения адекватной и в то же время не слишком усложненной математической модели рефлектора, пригодной для проведения конечно-элементного расчета за разумное время, приходится вносить некоторые упрощения. Эти упрощения связаны с понижением размерности задачи, например, для материала купола рефлектора с его толщиной порядка нескольких микрон можно считать, что переменные задачи не меняются по толщине и, таким образом, решать двумерную задачу.

Для оттяжек используются одномерные элементы. Считается, что они («веревочные» элементы) не оказывают сопротивления сжимающим усилиям, что, вносит значительную нелинейность в общее поведение конструкции. Для моделирования купола применяются так называемые мембранные элементы со свойством отсутствия изгибной жесткости. Торус и стойки моделируются оболочечными элементами.

На рис. 1, 2 показана КЭМ модель рефлектора, где для наглядности разные элементы конструкции разнесены относительно друг друга. Свойства материалов: надувной купол – состоит из двух соединенных между собой офсетных параболоидов, изготовленных из пленки типа «Kapton». На один из параболоидов нанесено радиоотражающее покрытие толщиной порядка 100 нм, в качестве которого выступает оксид алюминия (Al_2O_3).

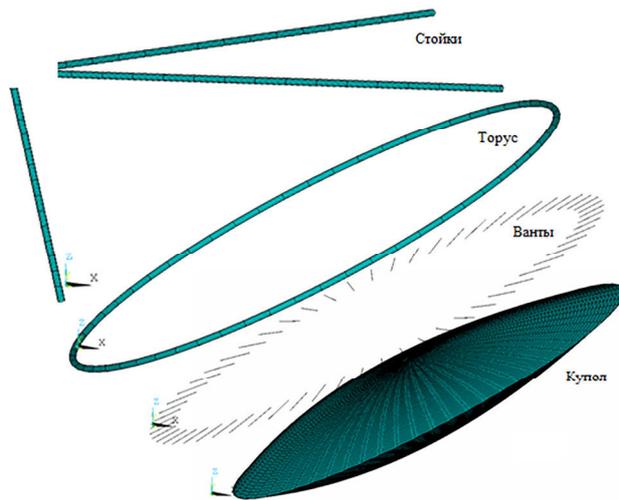


Рис. 1. КЭМ купола, тора, вант и стоек



Рис. 2. КЭМ рефлектора

Толщина пленки, используемой при моделировании купола, не превышает $15 \cdot 10^{-6}$ м. Давление в куполе не более 0,5 Па при диаметре вырезающего цилиндра 50 м и не более 1 Па для 100 метрового. Надувные тор и стойки обеспечивают жесткость конструкции. Они моделируются тем же материалом, но уже гораздо большей толщины, порядка $3 \cdot 10^{-4}$ м. Возможно усиление их Кевларом либо другим материалом для придания дополнительной жесткости. Радиус тора – 0,26 м, стоек – 0,4 м для 50-ти метрового рефлектора, а для 100 метрового рефлектора радиус тора – 0,4 м, стоек – 0,55 м. Давление в торе и стойках для 50-ти метров – 500 Па, а для 100 метрового – 800 Па. Оттяжки, соединяющие тор с куполом, моделируются шнурами или лентами сечением около $0,4 - 0,5 \text{ мм}^2$ из кевлара или из углепластика.

Величина СКО (среднеквадратичное отклонение), которая определяет точность отражающей поверхности для конструкции с диаметром вырезающего цилиндра 50 м, составляет 4 мм, а для конструкции с диаметром вырезающего цилиндра 100 м она равна 9 мм.

Для данных конструкций был выполнен модальный анализ, с целью оценить их жесткость. Данные, полученные в результате расчетов: для 50 метровой конструкции наименьшая собственная частота, обладающая наибольшей эффективной массой, равна 0,4135 Гц, а для 100 метровой конструкции наименьшая собственная частота, обладающая наибольшей эффективной массой, равна 0,1863 Гц.

Из полученных результатов следует, что данные пневматические конструкции обладают достаточной жесткостью. Для 100 метровой конструкции требуется проведение дополнительных исследований и вычислений для улучшения величины СКО отражающей поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, уникальный идентификатор RFMEFI57814X0073.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 544 с.
2. Greschik G., Mikulas M.M., Palisoc A. Torus-less inflated membrane reflector with an exact parabolic center // AIAA. – 2004. – Vol. 42. – №. 12. – С. 2579–2584.

**ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ КАК СРЕДСТВО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ АТАКИ НА
АСИММЕТРИЧНЫЙ АЛГОРИТМ RSA**

А.В.Бозняков

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: anton1993-08@mail.ru

**FREQUENCY ANALYSIS AS A MEAN OF
MATHEMATICAL ATTACK ON ASYMMETRIC ALGORITHM RSA**

A.V. Boznyakov

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: anton1993-08@mail.ru

***Abstract.** In this paper we describe a method of mathematical attack on the RSA cipher, which is called the method of frequency analysis of the encrypted message. The main idea of this method is comparison a frequency of encrypted text elements and a frequency distribution of the English alphabet. The frequency distribution of the letters of the English alphabet on different original texts and the frequency distribution of the encrypted message elements were calculated. The minimum length of the encrypted message have been determined that can be decrypted without the key. This result was confirmed with statistical hypothesis testing using the chi-square test.*

Криптографическая система с открытым ключом – это система шифрования данных, при которой открытый ключ передаётся по открытому каналу и используется для шифрования сообщения. Для расшифровки сообщения используется закрытый ключ [1].

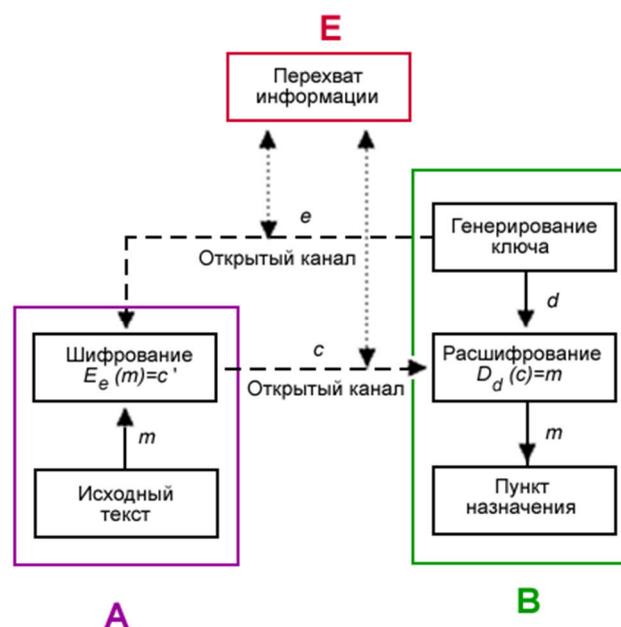


Рис.1. Схема асимметричного алгоритма шифрования

Криптосистема с открытым ключом определяется тремя алгоритмами: генерации ключей, шифрования и дешифрования. Алгоритм генерации ключей открыт, всякий может подать ему на вход случайную строку r надлежащей длины и получить пару ключей (k_1, k_2) . Один из ключей (например, k_1) публикуется, он называется *открытым*, а второй, называемый *секретным*, хранится в тайне. Алгоритмы шифрования E_{k_1} и дешифрования D_{k_2} таковы, что для любого открытого текста m справедливо [2, 3]:

$$D_{k_2}(E_{k_1}(m)) = m. \quad (1)$$

Стойкость алгоритма базируется на сложности факторизации больших простых чисел [1]. В данном методе применяются следующие формулы для преобразования информации:

$$\text{Формула шифрования: } C = M^e \text{ mod}(n). \quad (2)$$

$$\text{Формула дешифрования: } M = E^e \text{ mod}(n). \quad (3)$$

В данной работе был проведен частотный анализ сообщения, зашифрованного методом RSA [2, 4]. Для начала был зашифрован текст длиной 400 знаков, затем длина текста уменьшалась. Это проводится для того, чтобы определить минимальную длину зашифрованного сообщения, которую можно расшифровать без использования ключа. Была определена частота каждого элемента в зашифрованном тексте, за тем полученные частоты были отсортированы по убыванию и сравнивались с эталонной частотой для установки соответствия зашифрованного элемента и буквы алфавита.

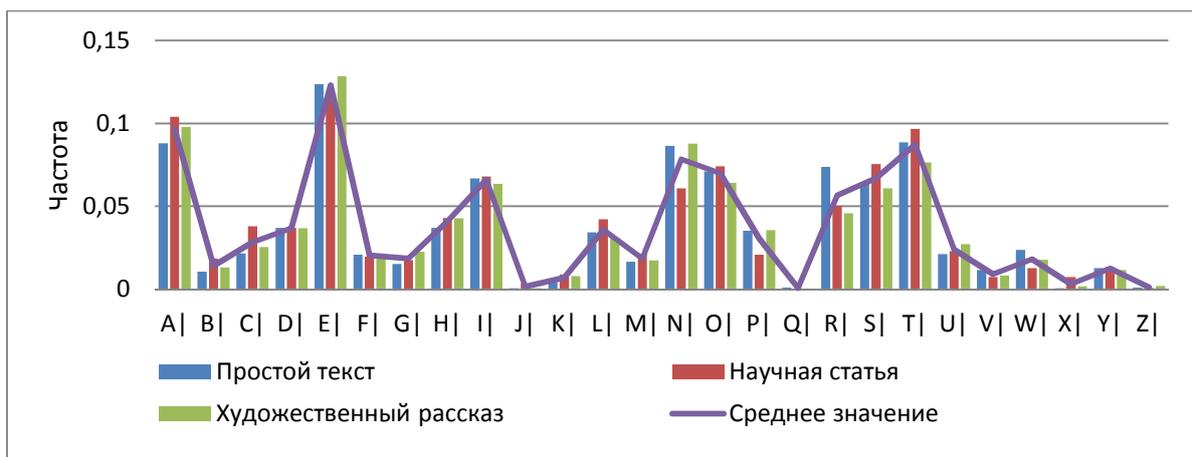


Рис.2. Распределение частот букв английского алфавита

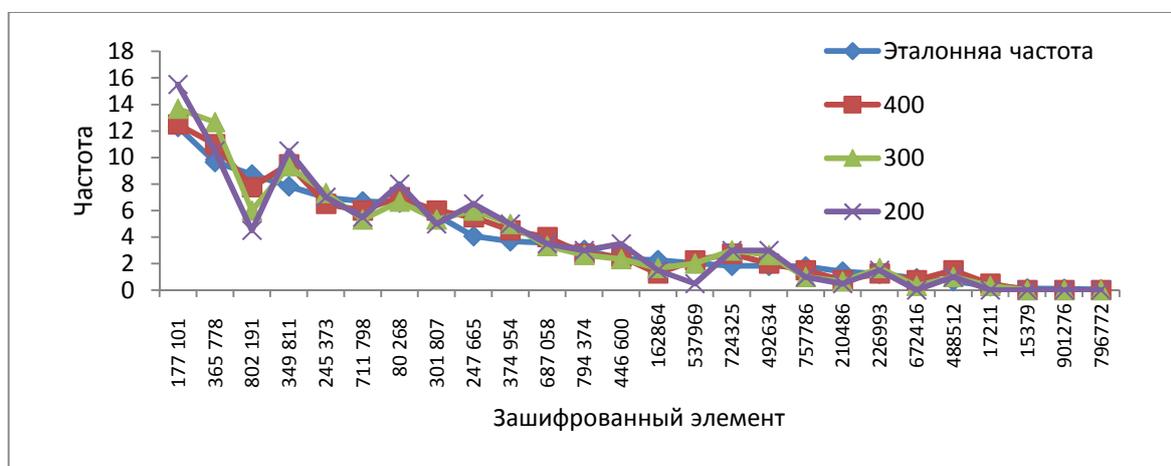


Рис.3. График распределения частот зашифрованных элементов

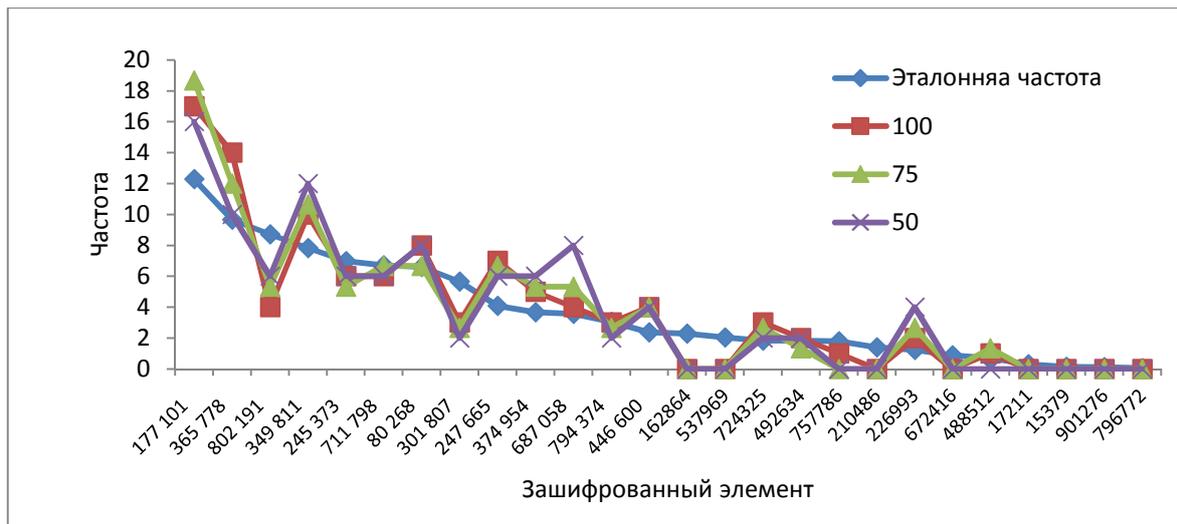


Рис. 4. График распределения частот зашифрованных элементов

Как можно заметить, при достаточной длине зашифрованного текста, частота зашифрованных элементов достаточно близка к эталонной частоте букв алфавита, но с уменьшением длины текста проявляется существенное отклонение. Воспользуемся критерием χ -квадрат, который устанавливает, подчиняется ли некоторое экспериментально распределение теоретическому закону. Для этого было рассчитано значение статистики χ -квадрат для распределения частот и критическое значение, критическое значение статистики равно 16,611, число степеней свободы равно 25, доверительная вероятность 0,95 (табл. 1).

Таблица 1

Расчет статистики χ -квадрат

| Длина сообщения | Значение статистики | Длина сообщения | Значение статистики |
|-----------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| 400 | 6,580 | 100 | 23,319 |
| 300 | 11,046 | 75 | 23,620 |
| 200 | 16,195 | 50 | 30,575 |

Таким образом, приходим к выводу, что методом частотного анализа можно расшифровать текст, длиной не менее 300 знаков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саломаа А. Криптография с открытым ключом. – М.: Мир, 1995. – 318 с.
2. Яковлев А.В. Криптографическая защита информации: учебное пособие/ Яковлев А.В., Безбогов А.А., Родин В.В., Шамкин В.Н. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 140 с.
3. Онацкий А.В., Йона Л.Г. Асимметричные методы шифрования. – Модуль 2 Криптографические методы защиты информации в телекоммуникационных системах и сетях: учеб. Пособие/ Под ред. Н.В. Захарченко – Одесса: ОНАС им. А.С Попова, 2010 – 148с.
4. Авдошин С.М. Криптографические методы защиты информационных систем // Бизнес-информатика. – 2006. – №17.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА,
СОСТАВЛЕННОГО ИЗ ЦЕН АКЦИЙ ОАО НК «РОСНЕФТЬ»**

Р.В. Бозняков

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: romario1131@bk.ru

**INVESTIGATION OF TIME SERIES
CONSISTING OF THE SHARE PRICES OF JSC "ROSNEFT"**

R.V. Boznyakov

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: romario1131@bk.ru

***Abstract.** There are two main goals of time series analysis: definition of the nature of the series and forecasting (prediction of the future values of a time series of past and present values). Both of these objectives require that a model has been identified and a number of more or less formally described. Once the model is defined, you can use it to interpret the data is viewed.*

In this paper, we consider the time series consisting of 252 observed values. For a given number of analyzes to determine its characteristics. Models were selected from two classes. On the basis of the results obtained compared the two selected classes of models.

Введение. В данном исследовании применяются методы математического моделирования и компьютерного анализа, которые позволяют производить подробный анализ цен акций в течении длительного периода. Цель исследования – проведение анализа и построение математической модели цен акции. Задачи исследования – формирование временного ряда из цен акций ОАО НК «Роснефть» в течение исследуемого периода времени, проведение предварительного анализа (стационарность, нормальность), построение моделей из различных классов, описывающих исследуемый процесс и сравнение полученных моделей.

ОАО НК «Роснефть» – лидер российской нефтяной отрасли и крупнейшая публичная нефтегазовая корпорация мира. Основными видами деятельности ОАО «НК «Роснефть» являются поиск и разведка месторождений углеводородов, добыча нефти, газа, газового конденсата, реализация проектов по освоению морских месторождений, переработка добытого сырья, реализация нефти, газа и продуктов их переработки на территории России и за ее пределами.

Анализ временного ряда. Объектом исследования в данной работе является временной ряд, составленный из цен акций ОАО НК «Роснефть» в период с 01.09.2014 по 01.09.2015. Для исследования данного временного ряда были построены автокорреляционная и частная автокорреляционная функции (рис. 1, 2), а также гистограмма исследуемого ряда.

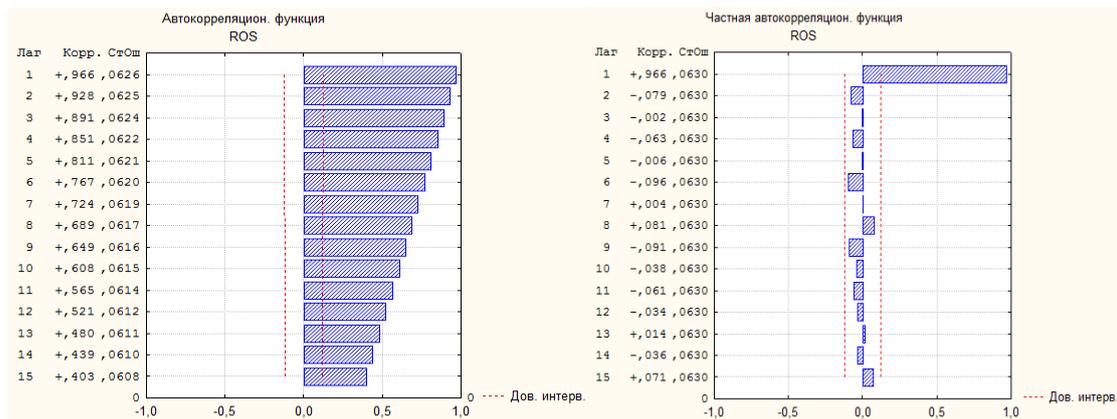


Рис. 1. АКФ исследуемого ряда

Рис.2. ЧАКФ исследуемого ряда

Было получено, что данный временной ряд является нестационарным интегрируемым первого порядка временным рядом. Также исследуемый ряд был проверен на нормальность распределения. Для этого была построена гистограмма ряда с нанесенным на нее графиком плотности нормального распределения. Применение критерия Колмогорова–Смирнова показало при P=0,95 показало, что критическое значение меньше наблюдаемого. Отсюда можно сделать вывод, что данный ряд с вероятностью 95% с оответствует нормальному распределению [1].

Моделирование исследуемого процесса. Были построены две модели: линейная – ARIMA(1, 1, 1) (рис. 3а) и нелинейная – GARCH (1, 1) (рис. 3б).

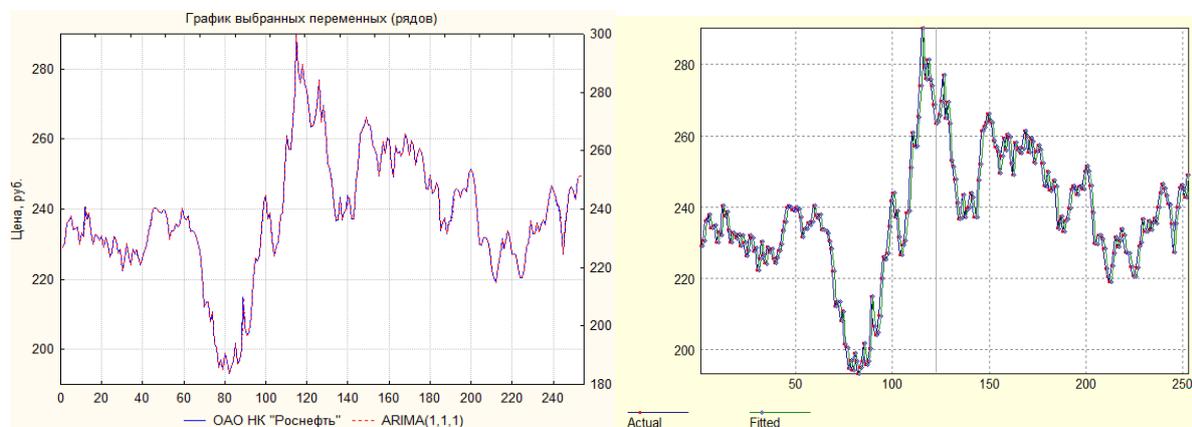


Рис.3. График временного ряда, а) линейная модель, б) нелинейная модель

$$ARIMA(1,1,1): Y_t = -0,927Y_{t-1} + 0,88 - 0,979\varepsilon_{t-1},$$

где Y_{t-1} – значение ряда в момент времени t-1, ε_{t-1} – процесс типа «белый шум».

$$GARCH(1, 1): \sigma_t^2 = 0,525 + 0,064X_{t-1}^2 + 0,911\sigma_{n-1}^2,$$

где σ_{n-1}^2 – условная дисперсия, X_{t-1} – значение ряда в момент времени t-1.

Для выбора наилучшей из построенных моделей было произведено сравнение моделей по следующим параметрам: дисперсия остатков, информационный критерий AIC, сумма квадратов остатков [2-5] (табл. 1).

Именно данные характеристики были выбраны в качестве сравнительных, так как позволяют определить величину отклонения рассчитанных значений, полученных при использовании построенных моделей, от наблюдаемых.

Таблица 1

Характеристики полученных моделей

| | Параметры | ARIMA(1,1,1) | GARCH(1,1) |
|---|-----------------------------|--------------|------------|
| 1 | Дисперсия остатков | 20,006 | 19,760 |
| 2 | Информационный критерий АИС | 5,950 | 5,790 |
| 3 | Сумма квадратов остатков | 5001,450 | 5058,710 |

Можно заметить, что нелинейная модель описывает поведение исследуемого временного ряда лучше, чем построенная линейная модель. Этот же вывод был подтвержден исследованием автокорреляционной и частной автокорреляционной функций ряда остатков предложенных моделей, а также изучением нормальных вероятностных графиков моделей.

Данный результат можно объяснить тем, что ценовым временным рядам присущи специфические особенности, учесть которые способны лишь определённые эконометрические модели. К таким особенностям, прежде всего, относят: «толстые хвосты», кластеризацию волатильности и эффекты рычага [1].

Под кластеризацией волатильности понимается следующее. За промежутком времени с высокой волатильностью следует такой же, а за промежутком с низкой - идентичный. Если вчера цены сильно колебались, то и сегодня, вероятнее всего, они будут колебаться так же сильно. В этом смысле, присутствует некоторая инерция волатильности. Эффект рычага состоит в том, что на падающем рынке волатильность выше, чем на растущем. Получается так потому, что при снижении цен акций увеличивается коэффициент рычага, зависящий от отношения заёмного и собственного капитала [4].

Заключение. В ходе данной работы был сформирован временной ряд цен акций, проведен анализ данного ряда и построены модели из разных классов. Продолжением данной темы стало сравнение полученных моделей по ряду характеристик, выбор оптимальной модели и выяснение, почему одна из моделей лучше другой. В дальнейшем планируется расширить список характеристик сравнения моделей, а также применить альтернативные способы и подходы на этапе анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эконометрика: лабораторный практикум: учебное пособие / Н.И. Шанченко. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 117 с.
2. Трегуб А.В., Трегуб И.В. Методика построения модели ARIMA для прогнозирования динамики временных рядов // Вестник Московского государственного университета леса – Лесной вестник. – 2011. – № 5. – С. 179-183.
3. Гребенников А.В., Крюков Ю.А., Чернягин Д.В. Моделирование сетевого трафика и прогнозирование с помощью модели ARIMA // Системный анализ в науке и образовании, 2011. – Вып. 1. – www.sanse.ru/download/79
4. Бокс Дж., Дженкинс Г.М. Анализ временных рядов, прогноз и управление. М.: Мир, 1974. 406с.
5. Draper N., Smith H. Applied regression analysis. New York: Wiley, In press, 1981. 693 p.

**ПЛАВЛЕНИЕ ПАРАФИНА
ВНУТРИ КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ**

Н.С. Бондарева

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: r0dniki@mail.ru

**STUDY OF MELTING OF N-OCTADECANE
IN A CUBIC ENCLOSURE WITH A LOCAL HEAT SOURCE**

N.S. Bondareva

Scientific Supervisor: Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: r0dniki@mail.ru

***Abstract.** Melting of n-octadecane in cubic enclosure with local energy source is studied numerically. The effect of Rayleigh number on the natural convection and melting regimes is investigated.*

В настоящее время материалы с изменяемым фазовым состоянием широко используются в охлаждении электронных приборов больших мощностей и теплосберегающих установках, позволяя сохранять температуру на определенном уровне в течение продолжительного времени [1, 2].

Настоящая работа посвящена численному исследованию трехмерных режимов естественной конвекции, возникающих в процессе плавления вещества внутри кубической области с двумя охлаждающими противоположными вертикальными стенками и локальным источником энергии постоянной температуры.

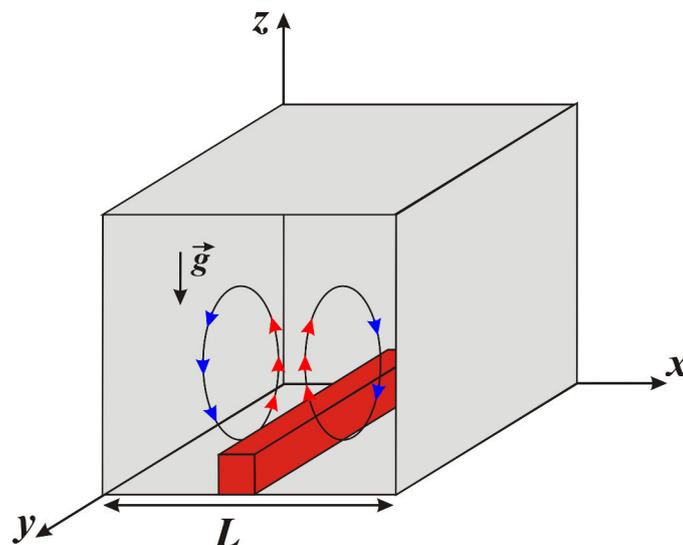


Рис. 1. Схема рассматриваемой области

Кубическая область размером L в начальный момент времени заполнена твердым парафином (н-октадекан), температура которого равна температуре плавления T_f . Две боковые противоположные грани куба ($x = 0$ и $x = L$) поддерживаются при постоянной температуре T_c , которая ниже температуры плавления парафина. Материал начинает плавиться вследствие присутствия локального источника энергии, расположенного на нижней стенке и имеющего постоянную температуру T_h .

Дифференциальные уравнения в безразмерных преобразованных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» имеют следующий вид:

в зоне расплава:

$$\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial Z^2} = -\Omega_x, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial Z^2} = -\Omega_y, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial Z^2} = -\Omega_z, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_x}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_x}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_x}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial U}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial U}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial U}{\partial Z} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \nabla^2 \Omega_x + \frac{\partial \Theta}{\partial Y}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_y}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_y}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_y}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial V}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial V}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial V}{\partial Z} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \nabla^2 \Omega_y - \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_z}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial W}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial W}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial W}{\partial Z} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \nabla^2 \Omega_z. \quad (6)$$

Уравнение энергии:

$$\beta(\varphi) \left[\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right] + \text{Ste} \cdot \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \varphi}{\partial X} + V \frac{\partial \varphi}{\partial Y} + W \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right] = \frac{\gamma(\varphi)}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \nabla^2 \Theta, \quad (7)$$

$$\text{Здесь } \beta(\varphi) = \frac{\rho_s c_s}{\rho_l c_l} + \varphi \left(1 - \frac{\rho_s c_s}{\rho_l c_l} \right), \quad \gamma(\varphi) = \frac{\lambda_s}{\lambda_l} + \varphi \left(1 - \frac{\lambda_s}{\lambda_l} \right), \quad \varphi = \begin{cases} 0, & \Theta \leq -\eta \\ \frac{\Theta + \eta}{2\eta}, & |\Theta| < \eta \\ 1, & \Theta \geq \eta \end{cases}.$$

На всех границах $U = V = W = 0$, безразмерная температура на поверхности источника $\Theta_h = 1$, температура на холодных стенках $\Theta(0, Y, Z) = \Theta(1, Y, Z) = -0.3$.

Сформулированные дифференциальные уравнения в частных производных (1)–(7) с соответствующими начальными и граничными условиями были решены методом конечных разностей [3–6]. Разностные уравнения Пуассона для компонент векторного потенциала были решены методом последовательной нижней релаксации. Для решения уравнений дисперсии компонент вектора завихренности и уравнения энергии была использована локально-одномерная схема Самарского [3–6].

Численный анализ был проведен в широком диапазоне изменения чисел Рэлея $5 \cdot 10^4 \leq \text{Ra} \leq 5 \cdot 10^7$, число Стефана было установлено $\text{Ste} = 5.53$, число Прандтля для н-октадекана $\text{Pr} = 48.36$. Сравнение изолиний температуры в двумерном случае и изотерм в среднем сечении трехмерной области при $\text{Ra} = 4 \cdot 10^5$ (рис. 2) показало, что при невысоких числах Рэлея как в двумерном, так и в трехмерном случаях в расплаве над источником энергии формируется термический факел, отражающий ускоренное

плавление в верхней части полости. Одинаковая структура течения приводит к тому, что изотермы в двумерном случае отличаются от изотерм, взятых в среднем сечении трехмерной области, незначительно.

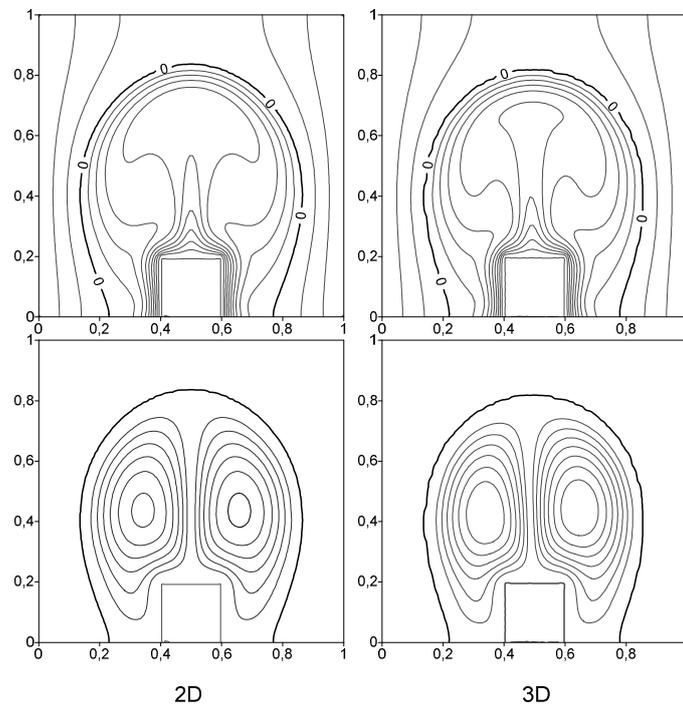


Рис. 2. Изолинии температуры (верхний ряд); линии тока (двумерный случай) и изолинии u -компоненты векторного потенциала (трехмерный случай) (нижний ряд)

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-6942.2015.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kandasamy R., Wang X.-Q., Mujumdar A.S. Transient cooling of electronics using phase change material (PCM)-based heat sinks // Applied Thermal Engineering. – 2008. – Vol. 28. – P. 1047–1057.
2. Tan F.L., Tso C.P. Cooling of mobile electronic devices using phase change materials // Applied Thermal Engineering. – 2004. – Vol. 24. – P. 159–169.
3. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in a three-dimensional enclosure with a heat source // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 73. – P. 340–353.
4. Bondareva N.S., Sheremet M.A. Study of melting of a pure gallium in a rectangular enclosure // Key Engineering Materials. – 2016. – Vol. 683. – P. 548–554.
5. Bondareva N.S., Sheremet M.A. Numerical simulation of melting of phase change material in a square cavity with a heat source // Key Engineering Materials. – 2016. – Vol. 685. – P. 104–108.
6. Bondareva N.S., Sheremet M.A. Study of melting of a pure gallium under influence of magnetic field in a square cavity with a local heat source // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol. 93. – P. 012004-1–012004-6.

СРАВНЕНИЕ ПО ЭФФЕКТИВНОСТИ МОДЕЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ

П.В. Борцова

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: poly.bortsova@yandex.ru

COMPARISON OF THE EFFECTIVENESS OF THE MODEL PORTFOLIOS

P.V. Bortsova

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: poly.bortsova@yandex.ru

Abstract. *The aim of research is to compare the efficacy of the model portfolios by calculating different ratios, such as the Sharp ratio, alpha Jensen and beta ratio. As a result, two model portfolios were formed: conservative and moderate, and the most profitable investment strategy was found.*

Портфельный подход к инвестированию на рынке ценных бумаг является ключевым способом вложений денежных средств как для частных трейдеров, так и крупных компаний. Сущность портфельного инвестирования состоит в оптимальном распределении средств между различными группами активов. Оптимальность заключается в нахождении определенного процентного соотношения между надежностью и доходностью ценных бумаг, входящих в портфель. В зависимости от того какие требования предъявлены при формировании портфеля, инвестор может вложить весь свой капитал лишь в одну ценную бумагу, что повлечет за собой высокий уровень риска или же распределить средства между несколькими активами, тем самым обеспечить стабильность. Для получения доходности выше среднерыночной при минимальном уровне риска необходимо оценить эффективность инвестирования. В основе принятия решения об инвестировании лежит соизмерение риска и доходности. От того, насколько корректно инвестор оценивает это соотношение, во многом зависит эффективность инвестиций [1]. Эффективность инвестирования денежных средств можно определить путем расчета различных коэффициентов, например, коэффициент Шарпа, альфа Йенсена, коэффициента бета. Данные показатели используются для сопоставления результатов управления портфелями и принятия дальнейших решений об их модификациях [2].

Цель работы сравнение по эффективности модельных портфелей на основании коэффициентов эффективности управления: коэффициент Шарпа, альфа Йенсена, коэффициента бета. Для реализации поставленной цели были поставлены и решены три следующие задачи.

1. Сбор исходных данных. В качестве исходных данных были использованы ежедневные цены закрытия (Close) акций 10 российских компаний: GAZP, USBN, LKOH, MGNT, TRNFP, VTBR, SNGS, ALRS, PLZL и MOEX (<http://export.rbc.ru>) в период с 01.07.2014 по 01.07.2015.

2. Формирование модельных портфелей. Модельный консервативный портфель P1 был сформирован исходя из условия отрицательной коррелированности цен акций. Начальный капитал 1 млн. руб.

Приобретено 558 лотов акций PLZL общей стоимостью 270 741,6 руб. (27%), оставшаяся сумма вложена в безрисковый актив – депозит «Классический» ПАО «Сбербанк» (фиксированная доходность 6,72%). Консервативный портфель P1 показал за рассматриваемый период доходность 73,24% при риске $\delta=16,15\%$. Умеренный портфель P2 был сформирован из 1536 лотов акций Московской биржи (МОЕХ), общая стоимость 999 168 руб. Доходность умеренного портфеля P2 составила 5,76% при риске $\delta=32,01\%$. Динамика стоимости портфелей P1 и P2 представлена на рис. 1.



Рис.1. Динамика изменения стоимости консервативного P1 и умеренного портфелей P2

3. Сравнение эффективности управления портфелей P1 и P2 с российским фондовым рынком. Для сравнения эффективности управления вычислены коэффициенты Шарпа Sr , бета β и альфа Йенсена J .

Коэффициент Шарпа показывает отношение доходности к риску инвестиции: $Sr = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$, где r_p –

средняя доходность инвестиционного портфеля, r_f – средняя доходность безрискового актива, σ_p – стандартное отклонение доходностей инвестиционного портфеля [2]. Динамика коэффициента Шарпа для консервативного и умеренного портфелей P1 и P2 представлена на рис. 2.

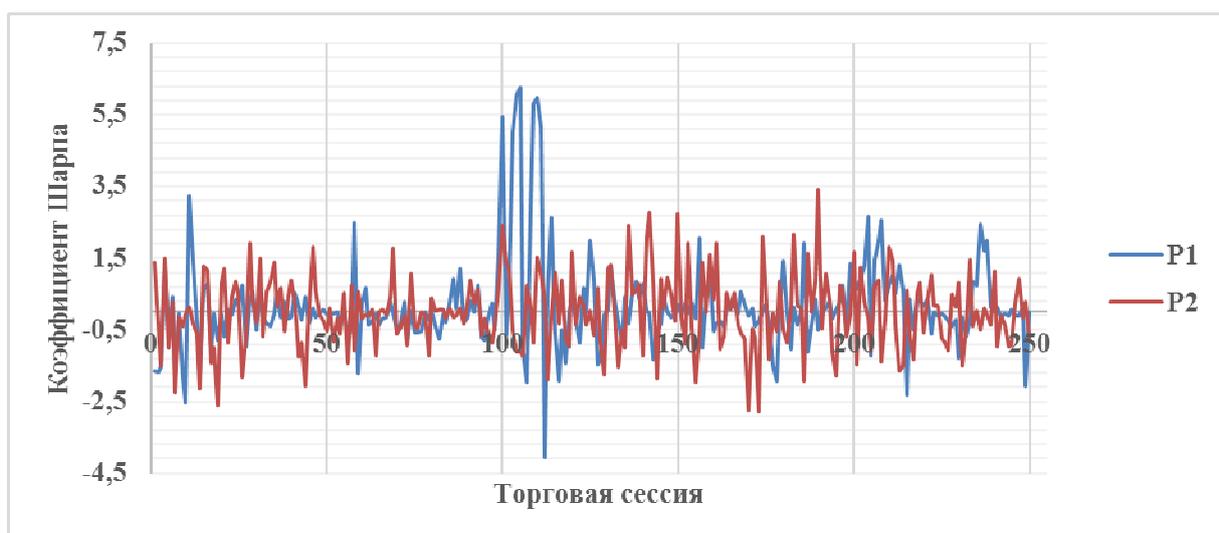


Рис. 2. Коэффициент Шарпа

Из рис. 2 видно, что значения коэффициента Шарпа для консервативного портфеля имеют значительные отклонения от среднего на промежутке от 100 до 150 торговой сессии. Это говорит о высокой доходности портфеля относительно безрисковых вложений. Среднее значение коэффициента Шарпа для консервативного портфеля P1 составляет $Sr_1 = 0,19$. Среднее значение коэффициента Шарпа для умеренного портфеля P2 составляет $Sr_2 = 0,008$. Значение коэффициентов принадлежит интервалу $(0;1)$, из этого следует, что ожидаемый уровень риска превышает ожидаемый уровень доходности. Инвестирование в портфель P1 наиболее эффективно.

Коэффициент β показывает чувствительность изменения доходности инвестиционного портфеля от доходности рынка: $\beta = \frac{\text{cov}(r_p, r_m)}{\sigma_m^2}$, где r_p - доходность инвестиционного портфеля, r_m - рыночная доходность, σ_m^2 - дисперсия рыночной доходности [2]. Чем выше значение β , тем выше возможная доходность, но в тоже время и выше риск. Коэффициенты модельных портфелей $\beta_1 = 0,11$ и $\beta_2 = 0,76$ принадлежат интервалу $(0; 1)$, что означает однонаправленное изменение доходности рынка и инвестиционных портфелей.

Коэффициент альфа Йенсена J показывает размер превышения доходности инвестиционного портфеля над среднерыночной доходностью: $J = r_p - [r_f + (r_m - r_p) \cdot \beta_p]$, где r_f - среднерыночная доходность [2]. В современных условиях этот коэффициент очень активно используется при оценке роли управляющего в управлении фондом. Коэффициент альфа для портфеля P1 равен $J_1 = 0,57 > 0$. Положительное значение коэффициента говорит о высокой эффективности управления портфелем. Значение коэффициента для портфеля P2 равно $J_2 = 5 \cdot 10^{-6} \approx 0$, что говорит о слабой зависимости между действиями управляющего и получением доходности от портфеля.

С использованием Microsoft Excel (надстройка «Поиск решения») сформированы два портфеля умеренный и консервативный. Проведено сравнение модельных портфелей с рынком через индекс на основе рассчитанных коэффициентов Шарпа, альфа Йенсена и коэффициента бета. В результате проведенных расчетов получен консервативный портфель P1 с доходностью 73,24% и риском 16,15% и умеренный портфель P2 с доходностью 5,76% и риском 32,01%. Инвестирование денежных средств в консервативный портфель P1 является наиболее выгодным для инвестора, поскольку эффективность в среднем лучше рынка. В расчетах учитывается комиссия брокера 0,0354%, биржи 0,01% от стоимости портфеля. Общая сумма комиссионных составляет для консервативного портфеля составляет 454 руб., для умеренного портфеля 453 руб.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берзон Н.И. Особенности применения показателей эффективности финансовых инвестиций// Финансы и кредит. – 2012. – № 14. – С. 21–33.
2. Оценка эффективности инвестиций, инвестиционного портфеля, акций на примере в Excel [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://finzz.ru/ocenka-effektivnosti-investicij-analiz-akcij-investicionnogo-portfelya-na-primere-v-excel.html> - дата доступа: 25.03.2016.

ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ ПРОЕКТНЫХ КОМАНД ИЗ СТУДЕНЧЕСКОЙ ГРУППЫ

Л.Э. Булыгин

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. М.Е. Семенов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: leb1@tpu.ru

APPROACH TO SPLITTING AN ACADEMIC GROUP INTO PROJECT TEAMS

L.E. Bulygin

Scientific Supervisor: Associate Prof., PhD M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: leb1@tpu.ru

Abstract. *A detection of communities in a group of people allows researchers to study the modular organization of the network and use this information for various applications. The purpose of the study is to develop an approach of uniform split the academic group on project teams. The project team is a group of people who are able to act in concert and collectively to achieve a common goal. In our experiments, we formed a social network based on reciprocal nomination. Using methods of social network analysis in the designed social network, project teams have been identified. Programming language R and library igraph were used to simulation.*

Обнаружение сообществ внутри коллектива позволяет исследовать модульную организацию сети и использовать полученную информацию для решения различных задач [1, 2]. Цель исследования – разработать социальную технологию равномерного разбиения коллектива на проектные команды. Под проектной командой будем понимать группу людей, которые готовы действовать согласованно и коллективно для достижения общей цели [3]. В наших экспериментах мы сформировали социальную сеть на основе взаимного номинирования [4] коллектива из 20 человек. Используя методы анализа социальных сетей [5] в построенной социальной сети были выявлены проектные команды.

В группе студентов-первокурсников Томского политехнического университета был проведено анкетирование (осенний семестр 2015/2016 учебного года). Анкета включала следующие вопросы:

1. С кем из группы вы общаетесь больше всего?
2. К кому из группы вы обычно обращаетесь за информацией, связанной с учебой?
3. Вы бы учились лучше, если бы смогли больше общаться с
4. С кем из группы Вы бы не хотели сотрудничать в рамках творческого проекта?

Студентам было разрешено номинировать (выбирать) от одного до четырех одногруппников. На основе ответов анкеты были сформированы четыре квадратные матрицы A_1, A_2, A_3 и A_4 размера $n=20$. В каждой матрице смежности A_1, A_2, A_3 элемент (i, j) равен 1, если i -ый студент выбрал j -го студента, в противном случае элемент (i, j) равен 0. В матрице A_4 элемент (i, j) равен -1 , если i -ый студент выбрал j -го студента, в противном случае элемент (i, j) равен 0. Затем матрицы A_1, A_2, A_3 были просуммированы с матрицей A_4 , к полученному результату была применена процедура бинаризации: если элемент (i, j) меньше или равен

0, то элементу (i, j) присваивается значение 0, в противном случае – значение 1. Далее на основании матриц A_1, A_2, A_3 были сформированы три связанных, ориентированных графа G_1, G_2, G_3 . Множество вершин каждого графа соответствует $n=20$ участникам опроса, а множество ребер представляет отношение «взаимная номинация». Для проведения моделирования был использован язык R и библиотека *igraph* [6]. На рис. 1а показан граф G_3 , отражающий структуру взаимных номинаций в группе по третьему вопросу анкеты. Граф G_3 включает $m = 71$ ребро и $n = 20$ вершин (студенты обозначены под номерами $A01, A02, \dots, A20$). Для всех графов вычислены основные характеристики (табл. 1).

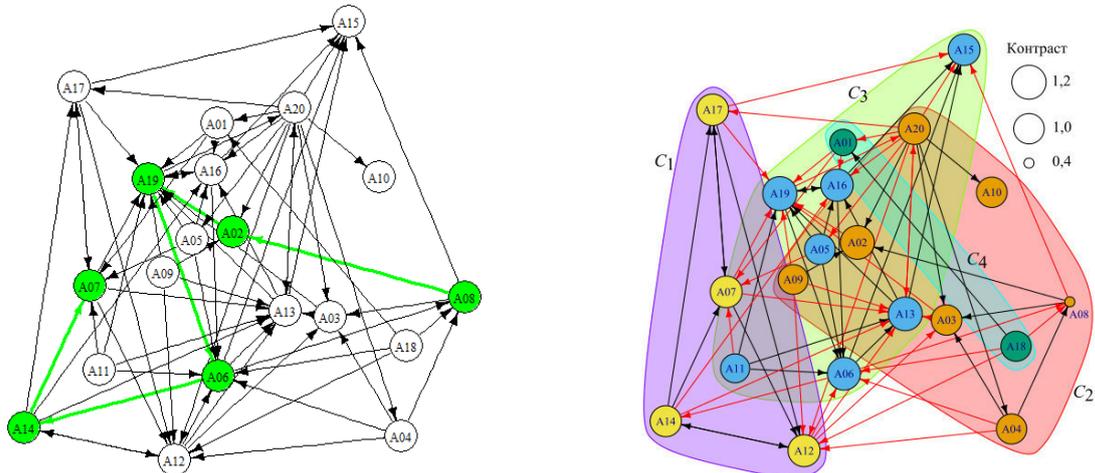


Рис. 1. а) социальная сеть G_3 , диаметр обозначен зеленым цветом,

б) кластеризация сети G_3 , красным обозначены междукластерные ребра, черным – внутрикластерные

Таблица 1

Структурные характеристики

| Характеристика | Описание | G_1 | G_2 | G_3 | $\langle G_3 \rangle$ |
|---------------------------|---|--------|--------|-------|-----------------------|
| Средний кратчайший путь | среднее минимальное расстояние между парой вершин | 2,166 | 2,236 | 2,19 | 2,249 |
| Транзитивность | доля вершин в графе, для которых справедливо: если $i \rightarrow j$ и $j \rightarrow k$, то $j \rightarrow k$ | 0,399 | 0,409 | 0,400 | 0,3973 |
| Коэффициент кластеризации | показывает тенденцию графа быть разделенным на кластеры | 0,3763 | 0,3767 | 0,248 | 0,2488 |
| Взаимность | доля ребер в графе, которые ориентированы в обоих направлениях | 0,666 | 0,472 | 0,11 | 0,163 |
| Плотность | отношение числа ребер к числу возможных ребер | 0,213 | 0,189 | 0,186 | 0,186 |
| Диаметр | максимальный кратчайший путь между парой вершин | 5 | 6 | 5 | 5 |

В наших экспериментах мы выбрали три алгоритма выявления сообществ: алгоритм промежуточной центральности (edge betweenness) [7], алгоритм случайного блуждания (walktrap) [8] и оптимальный (optimal) алгоритм [9]. Будем называть $C = \{C_1, C_2, \dots, C_p\}$ кластеризацией вершин графа G , где $C_i \neq \emptyset, i=1, 2, \dots, p$. В качестве иллюстрации приведем результат работы оптимального алгоритма кластеризации графа G_3 (рис. 1б). С применением этого алгоритма выделено четыре кластера

$$C_1 = \{A02, A03, A04, A08, A20, A09, A10\}, \quad C_2 = \{A05, A06, A11, A13, A15, A16, A19\},$$

$$C_3 = \{A01, A18\}, \quad C_4 = \{A07, A12, A14, A17\}.$$

Как видно число участников в кластерах разное: $V(C) = \{7, 7, 2, 4\}$. Для оценки качества проведенной кластеризации использован коэффициент модулярности [1], который равен 0,183, также было вычислено

отношение количества внутрикластерных ребер $|m(C)|$ и количества междукластерных ребер $|\bar{m}(C)|$, которое называется *проводимостью* (conductance) графа. В нашем случае это отношение близко к единице: $m(C)/\bar{m}(C)=34/37$.

Для оценки значимости структурных характеристик (табл. 1) проведено моделирование случайных графов. Топологические характеристики графа ($n=20$, $m=71$), а также распределение входящих и исходящих степеней вершин графа G_3 были использованы для генерации 100 случайных графов [6]. Средние значения вычисленных структурных характеристик приведены в столбце $\langle G_3 \rangle$ табл. 1. Для 100 случайных графов среднее значение и среднеквадратическое отклонение модулярности составили соответственно $M=0,2081$, $SD=0,019$. Для контроля успеваемости в проектных группах была использована «Сводная ведомость оценки текущей успеваемости», согласно которой каждый из студентов $A01, A02, \dots, A20$ в осеннем семестре 2015/2016 учебного года мог максимально набрать 480 баллов, средний балл в группе составил $M=323$ балла, $SD=55,9$, размах успеваемости $R=[107; 367]$. На основе текущей успеваемости для каждого студента был вычислен *контраст*, как отношение успеваемости к среднему баллу, размах контраста $R=[0,3; 1,2]$. На рис. 1б вершины графа G_3 отмасштабированы на величину контраста. Средний балл и среднеквадратическое отклонение успеваемости в полученных кластерах составили $M(C)=\{296,33; 343,28; 304,50; 338,50\}$, $SD(C)=\{94,00; 20,54; 26,16; 3,69\}$ соответственно. Для получения равномерного разбиения группы на проектные команды было принято решение объединить кластеры C_3 и C_4 . Как и следовало ожидать, после объединения коэффициент модулярности уменьшился с 0,183 до 0,161, а проводимость $m(C)/\bar{m}(C)=35/36$ возросла, $M(C_3 \cup C_4)=327,16$, $SD(C_3 \cup C_4)=21,29$. В итоге были сформированы три команды $T_1=\{A02, A03, A04, A08, A20, A09, A10\}$, $T_2=\{A05, A06, A11, A13, A15, A16, A19\}$, $T_3=\{A01, A18, A07, A17, A12, A14\}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бузун, Н., Коршунов, А. Выявление пересекающихся сообществ в социальных сетях. Доклады всероссийской научно-практической конференции «Анализ Изображений, Сетей и Текстов» (АИСТ 2012), 16–18 марта, 2012. – М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» 2012. – с. 87-96.
2. Пронин, А.С., Веретенник, Е.В., Семенов, А.В. Формирование учебных групп в университете с помощью анализа социальных сетей // Вопросы образования. – 2014. – № 3. – с. 54-73.
3. Zaccaro, S.J., Rittman, A.L., Marks, M.A. (2001) Team leadership. The Leadership Quarterly (12), 451-483.
4. Pijl, S.J., Koster, M., Hannink, A., Stratingh, A. (2011) Friends in the classroom: a comparison between two methods for the assessment of students' friendship networks. Soc Psychol Educ (14), 475–488.
5. Fortunato, S. (2010) Community detection in graphs. Physics Reports 486 (3-5), 75–174.
6. Csardi, G., Nepusz, T. (2006) The igraph software package for complex network research. Inter Journal Complex Systems, 1695.
7. Girvan, M., Newman, M.E.J. (2002) Community structure in social and biological networks. PNAS 99 (12), 7821–7826.
8. Pons, P., Latapy, M. (2005) Computing communities in large networks using random walks, <http://arxiv.org/abs/physics/0512106>.
9. Brandes, U., Delling, D., Gaertler, M., Gorke, R., Hoefer, M., Nikoloski, Z., Wagner, D. (2008) On modularity clustering. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering 20 (2), 172-187.

**ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ
РИСКОМ ДЕФОЛТА СУБЪЕКТОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

А. В. Герман

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.А. Мицель
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: Anuto4ka70@yandex.ru

**DYNAMIC MODEL OF MANAGEMENT
OF RISK OF THE DEFAULT OF RUSSIA SUBJECTS**

A.V. German

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mitsel
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: Anuto4ka70@yandex.ru

***Abstract.** The aim is to develop a risk management model of default of the Russian Federation. As a result of this work, the article proposed a dynamic model of default risk management of the Russian Federation. This model is based on quality criteria and quadratic control law without feedback coefficients. The model is designed so that its application is possible not only for entities already assigned a rating, but for those subjects of the Russian Federation, which have not yet been rated, assigned one of the leading rating agencies: Standard & Poor's, Fitch Ratings and Moody's. This is made possible through the provision of common indicators to calculate the probability of default risk for all subjects of the Russian Federation. The model was applied to the subject of the Tomsk region. As a result, it was found that to obtain the required probability for a given period, you need to consistently reduce the figures: the first, third, eighth: direct debt to personal income, the share of own revenues in the budget revenues, the ratio of debt to income.*

Получение кредитного рейтинга – один из наиболее распространенных способов повышения инвестиционной привлекательности долговых обязательств компаний и органов власти. Кредитный рейтинг региона является комплексной оценкой, которая показывает способность регионального органа государственной власти к полному и своевременному выполнению взятых на себя долговых обязательств по погашению займов и их обслуживанию, учитывая прогноз изменений социально-политической ситуации и экономической среды. Кредитный рейтинг отражает мнение аналитиков агентств о платежеспособности субъекта РФ на момент присвоения рейтинговой оценки.

Кредитный рейтинг рассчитывается рейтинговыми агентствами на основе настоящей и прошедшей финансовой истории [1]. Эти агентства, могут быть как регионального уровня, или отраслевого, то есть специализирующиеся на конкретном географическом регионе или отрасли, так и международные рейтинговых агентств, к которым относится Standard & Poors, Moody's Investors Service и Fitch Ratings [2]. Однако, у органов власти существует потребность в оценке предполагаемого уровня рейтинга до того, как им придется оплачивать услуги агентств.

Мы выделили 8 показателей, наиболее критичных для оценки риска рефинансирования, оказывающих влияние на рейтинг субъекта [3, 4]. Пусть значения этих показателей вышли за границы допустимых и мы хотим изменить их значения, чтобы избежать низкого значения рейтинга. Для этого нам необходимы изменения этих основных показателей [5].

Обозначим за $x_i(t)$, $i=1, \dots, n$ показатели в момент времени t , $t=1, \dots, T-1$, где T – планируемый момент времени выхода региона на необходимый уровень рейтинга; $x_i^0(t)$ – плановые значения показателей, соответствующих устойчивому функционированию региона; $V(t)$ – вероятность дефолта, которую имеет регион в состоянии «кризиса»; $V^0(t)$ – максимально-допустимая вероятность дефолта, при которой обеспечивается устойчивое состояние региона [6].

Для вероятности дефолта в работе [7] было получено следующее выражение

$$V(t) = (x_1(t) + x_2(t)) \cdot k_1 + x_3^2(t) \cdot k_2 + x_4^3(t) \cdot k_3 + (x_5(t) + x_7(t)) \cdot k_4 + x_6(t) \cdot k_5 + x_8(t) \cdot k_6,$$

где $x_i(t)$ – показатели финансовой и социально-политической деятельности региона. С помощью этой модели построена динамическая модель управления с квадратичным критерием, основанная на слежении за заданной (эталонной) вероятностью дефолта. В результате пришли к задаче оптимального управления с квадратичным критерием, которая относится к классу задач динамического программирования. Для её решения используется подход, основанный на преобразовании исходной задачи к эквивалентной задаче безусловной минимизации функции многих переменных с квадратичной целевой функцией. Решение задачи находим из условия равенства нулю градиента целевой функции, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений.

Разработанная модель была применена к рейтингу Томской области. В качестве $x_i(t)$, $i=1, \dots, n$ были взяты значения показателей, наиболее критичных для оценки риска рефинансирования, оказывающих влияние на рейтинг субъекта, за период с 01.04.2018 г. по 01.01.2015 г. Так как рейтинг Томской области был присвоен лишь в 2013 году, реальные показатели были взяты за каждый квартал, начиная с 2014 года, а с помощью построенной регрессионной модели был рассчитан предположительный уровень рейтинга для недостающих периодов. Получили, что для первого момента времени предполагаемая вероятность дефолта соответствовала рейтингу В+ (10,43%).

В качестве максимально-допустимой вероятности для первого момента времени задано значение, соответствующее рейтингу ВВ (5,75%). Это значение с течением времени также имело отрицательную динамику. С течением времени реальная вероятность стремится к максимально-допустимой, на рис. 1 вероятность приведена в процентах. Значения показателей, обеспечивающих устойчивое развитие региона, приведены на рис. 2.

Анализ расчетов показал, что для получения максимально-необходимой вероятности к заданному периоду, необходимо последовательно уменьшать показатели: первый, третий, восьмой (отношение прямого долга к собственным доходам, доля собственных доходов в доходах бюджета, отношение заемных средств к доходам).

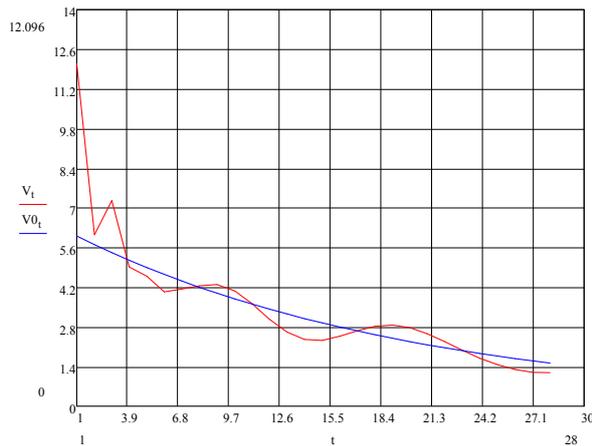


Рис. 1. Максимально-допустимая и реальная вероятности дефолта

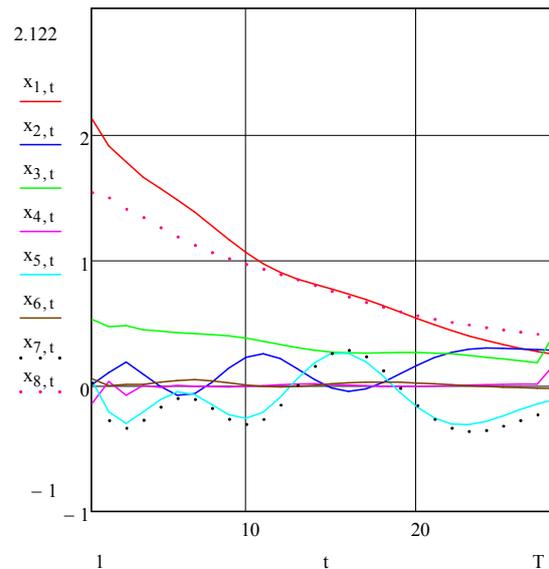


Рис. 2. Оптимальные значения показателей, для которых вероятность дефолта принимает максимально-допустимые значения

В связи с тем, что задача оптимального управления решалась без ограничений на допустимые значения, периодически показатели: второй, четвертый, пятый, шестой и седьмой: отношение условного долга к собственным доходам, отношение дефицита бюджета к собственным доходам, отношение расходов на обслуживание долга к собственным доходам, общий государственный долг к валовому региональному продукту, расходы на общий государственный долг к расходам бюджета – выходили в область отрицательных значений, поэтому следует отрицательные значения обнулять.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карминский А.М., Пересецкий А.А., Головань С.В., Малахова И.В., Миненкова Е.С. Модели рейтингов международных агентств. / Препринт # WP 2007/70 R. – М.: Российская экономическая школа, 2007. – 59 с.
2. Аверин А.Ю. Модель рейтинговой оценки регионов на основе социально-экономического потенциала // Известия ПгПу им. в. г. Белинского. 2012. – № 28. – С. 176–178.
3. Cantor R., Packer F. Determinants and impact of sovereign credit ratings / Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review, 2 (1996).
4. Kramin M.V., Safiullin L.N., Kramin T.V., Timiryasova A.V. Drivers of economic growth and investment attractiveness of Russian regions// Life Science Journal , Volume 11 - Special Issue 6 (Supplement 1106s), June 25, 2014.
5. Кротов В.Ф. Основы теории оптимального управления/В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов, Н.И. Данилов, С.И. Сергеев. М.: Высшая школа, 1990. – 430с.
6. Athans M. The Matrix Minimum Principle // Information and Control. 1967. – V11. P. 592-606
7. Мицель А.А., Герман А.В. Математическая модель оценки кредитного рейтинга регионов Российской Федерации// Экономический анализ: теория и практика. 2015. Вып. 6 (405). С. 2–8.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЗАЖИГАНИЯ СИНТЕТИЧЕСКИХ ТОПЛИВ ЛОКАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ**

Д.О. Глушков

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: dmitriyog@tpu.ru

**MATHEMATICAL MODELLING
OF SYNTHETIC FUELS IGNITION BY LOCAL HEAT SOURCES**

D.O. Glushkov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin av., 30, 634050

E-mail: dmitriyog@tpu.ru

***Abstract.** The numerical study is executed for polymethylmethacrylate ignition (typical model fuel for hybrid rocket motors) by single particles in the shape of parallelepiped, polyhedron, and disk. The initial temperature of heat source is varied in the range of 950–1150 K, the size of hot particle is varied in the range of 2–6 mm. It is found that the change of these parameters significantly affect on the basic characteristics of the process – ignition delay time at conditions close to the critical ignition conditions. For considered particles with different shapes ignition delay time are arranged in ascending order: parallelepiped, polyhedron, and disk. Three ignition mode of polymer is studied. They are characterized by an initial temperature of the heat source, the ignition delay time and the position of the ignition zone in the vicinity of a hot particle. It is shown that taking into account the dependence of thermophysical characteristics on the temperature of polymer increase the ignition delay time due to the increasing of accumulated energy by near-surface layer.*

Задача зажигания полиметилметакрилата (ПММА) одиночными стальными частицами решалась в двумерной постановке. В качестве локальных источников энергии рассматривались частицы в форме параллелепипеда (рис. 1а), многогранника (рис. 1б), диска (рис. 1в) с одинаковыми размерами x_p и y_p . Задачи для частиц в форме параллелепипеда и многогранника решались в декартовой системе координат, диска – в цилиндрической системе координат. Оси координат совпадали с осями симметрии локальных источников энергии.

В начальный момент времени частица с температурой T_p , намного превышающей температуру T_0 полимерного материала, находится на его поверхности в условиях идеального теплового контакта. В результате кондуктивной теплопередачи происходит прогрев тонкого приповерхностного слоя ПММА. С увеличением температуры растет скорость термического разложения полимерного материала, выделяются летучие. Наиболее интенсивно этот процесс протекает в приповерхностном слое ПММА в окрестности границы контакта с горячей частицей $0 < x < x_1$ (рис. 1), где температура достигает 500–600 К. Продукты термического разложения полимера вдуваются в окружающую среду из-под локального источника энергии в малой окрестности его основания $x_1 < x < x_1 + \varepsilon$. Горючая газовая смесь формируется в результате смешения летучих с окружающим воздухом за счет диффузии. Дополнительный прогрев

газовой смеси происходит при ее движении вдоль боковых граней горячей частицы $y_1 < y < y_2$ (рис. 1). Когда в смеси летучих с воздухом достигаются условия воспламенения инициируется газофазное загорание.

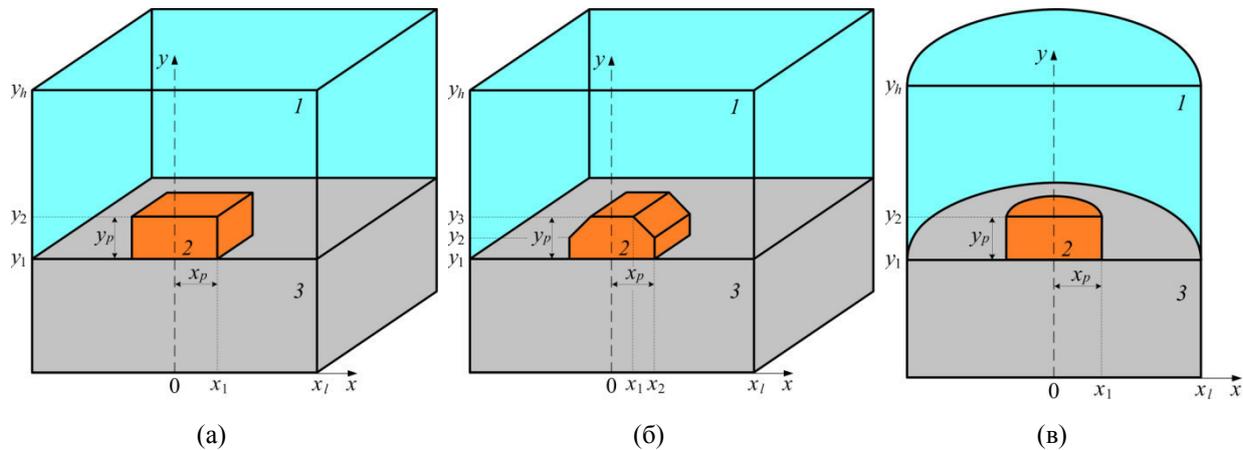


Рис. 1. Схема области решения задачи загорания полимерного материала локальным источником в форме параллелепипеда (а), многогранника (б), диска (в):

1 – газ, 2 – горячая частица, 3 – полимерный материал

С учетом пространственно-временной неоднородности процессов тепломассопереноса приняты следующие условия загорания:

1. Тепло, выделяемое в результате реакции окисления летучих, больше энергии, отводимой от горячей частицы в полимер и газовую смесь.
2. Температура газовой смеси в зоне интенсивного развития реакции окисления превышает начальную температуру локального источника энергии.

Математическая модель исследуемого процесса представляет собой систему нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями [1]. Алгоритм решения основан на методе конечных разностей. Разностные аналоги дифференциальных уравнений решены локально-одномерным методом. Система одномерных разностных уравнений решена методами итераций и прогонки с использованием неявной четырехточечной разностной схемы. Тестирование выбранных методов и элементов разработанного алгоритма решения системы дифференциальных уравнений осуществлялось на примере группы менее сложных задач теплофизики и химической кинетики. Принимались следующие параметры разностной и временной сеток: шаг по пространственным координатам $\Delta x = \Delta y = 50$ мкм, шаг по времени $\Delta t = 10$ мкс. Выбор таких параметров обусловлен наличием существенных градиентов по температуре и концентрации летучих в области решения задачи (рис. 1), особенно в окрестности границы контакта горячей частицы с поверхностью полимерного материала ($y = y_1, 0 < x < x_1$). Пространственная и временная дискретизация позволяет ограничить влияние существенных тепловых эффектов, обусловленных термическим разложением полимерного материала и окислением летучих, на устойчивость алгоритма численного решения. Также малые значения шагов по координате и времени позволяют получить результаты с высокой точностью. Уменьшение шагов Δx и Δy от 100 до 50 мкм и Δt от 20 до 10 мкс ведет к изменению результатов численного исследования не более чем на 0.5 %. При этом погрешность выполнения закона сохранения энергии в области решения задачи не превышает 1.5 %.

Численные исследования выполнены при начальных температурах воздуха и полимерного материала $T_0=300$ К, горячей частицы $T_p=950-1150$ К. Размеры области решения (рис. 1) задачи зажигания $x_l=y_l=20$ мм, размеры горячих частиц $x_p=y_p=2$ мм. Для частиц в форме многогранника (рис. 1б) $x_1=x_p/2$, $y_2=y_1=y_p/2$. Теплофизические свойства веществ и кинетические характеристики процессов термического разложения и окисления приведены в [1].

На рис. 2 приведены зависимости времен задержки зажигания ПММА от начальной температуры горячей частицы в форме параллелепипеда (рис. 1а) при изменении размера частицы x_p от 2 до 6 мм.

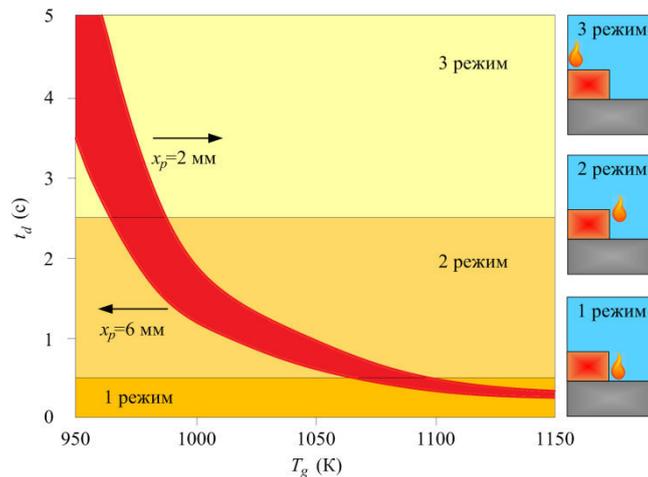


Рис. 2. Зависимость времени задержки зажигания ПММА от начальной температуры частиц в форме параллелепипеда при изменении x_p от 2 до 6 мм

Выявлены три режима зажигания. Условно им присвоены названия (рис. 2): 1 режим, 2 режим, 3 режим. Эти режимы характеризуются взаимосвязанными параметрами локального источника энергии (начальная температура) и процесса зажигания (время задержки зажигания, расположение зоны зажигания в окрестности горячей частицы). При $T_p > 1100$ К, $t_d < 0.5$ с (1 режим) зона зажигания расположена у основания горячей частицы ($x_1 < x < x_1 + \epsilon$, $y \rightarrow y_1$). При $975 < T_p < 1100$ К, $0.5 < t_d < 2.5$ с (2 режим) зона зажигания расположена около боковой грани горячей частицы ($x \rightarrow x_1$, $y_1 < y < y_2$). При $T_p < 975$ К, $t_d > 2.5$ с (3 режим) зона зажигания расположена над горячей частицей ($x \rightarrow 0$, $y > y_2$).

Варьирование параметров (размеры и форма) локального источника энергии в достаточно широких диапазонах приводит к изменению предельных значений начальных температур, соответствующих разным режимам зажигания. Изменение теплофизических характеристик ПММА при его нагреве влияет на увеличение времен задержки зажигания на 15–25 % вследствие повышения аккумулирующей способности прогретой области ПМ и увеличения теплоотвода за счет теплопроводности из приповерхностного слоя полимера при температурах не более 400 К.

Исследование выполнено при поддержке РНФ (проект № 15-19-10003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Glushkov D.O., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. Ignition of Polymeric Material with Single Hot Metallic and Nonmetallic Particles under Diffusive-Convective Heat and Mass Transfer in an Oxidizing Medium // Russian Journal of Physical Chemistry B. – 2014. – V. 8. – No. 5. – P. 664–671.

**ОБНАРУЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИ ЗНАЧИМЫХ СКАЧКОВ ЦЕН ЗОЛОТА
ПРИ ВНУТРИДНЕВНОЙ ТОРГОВЛЕ**

В. Р. Даутбаева

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: valera_anime@mail.ru

**DETECTION OF STATISTICALLY SIGNIFICANT SURGE
IN THE GOLD PRICE IN INTRADAY TRADING**

V. R. Dautbayeva

Scientific Supervisor: Associate Professor, PhD O.L. Kritsky

National Research Tomsk Polytechnic University

Russia, Tomsk, str. Lenina, 30, 634050

Email: valera_anime@mail.ru

Abstract. As an asset we take the cost of an ounce of gold in the spot market. Next, we calculated measures of realized variation and square variation, allows to evaluate spikes in the price of gold within a day with different time intervals. And as we formulate and check a statistical hypothesis about the presence of at least one significant jump within the day and do a statistical test of hypotheses about the presence of jumps. We find the number of days with the award opportunities and determined the frequency distribution of magnitude of the jumps and their number for gold on the considered time intervals. We calculated the average values of the jumps for gold and determine the value of yields for each Issuer during the period under review and perform comparison to identify the most profitable investment of capital.

Цель данной работы - обнаружение статистически значимых скачков цен золота при внутридневной торговле. Было проведено исследование внутридневных приращений стоимости тройской унции золота на спот - рынке за период с 30 мая по 30 ноября 2015 года. На рис. 1 представлены котировки золота за период с 31 мая по 30 ноября 2015 года.



Рис. 1. Котировки золота за период с 31.05.2015 по 30.11.2015

Периодичность данных составила 5 минут, 30 минут и 60 минут. Для каждого из периодов были рассчитаны соответствующие внутридневные приращения по формуле 1:

$$r_{i,t,j} = p_i(t-1+j/M) - p_i(t-1+(j-1)/M), j=1,2,\dots,M \quad (1)$$

затем была вычислена реализованная вариация по формуле:

$$RV_{i,t} = \sum_{j=1}^M r_{i,t,j}^2 \quad (2)$$

и так же был вычислен показатель квадратичной вариации по формуле:

$$BV_{i,t} = \mu_1^{-2} \left(\frac{M}{M-1} \right) \sum_{j=2}^M |r_{i,t,j}| |r_{i,t,j-1}|, \quad (3)$$

где $\mu_1 = \sqrt{2/\pi} \approx 0.7979$.

Вклад в полную вариацию может быть оценен показателем относительного скачка и вычислен по формуле:

$$RJ_{i,t} = (RV_{i,t} - BV_{i,t}) / RV_{i,t}. \quad (4)$$

Выдвигая статистическую гипотезу о наличии хотя бы одного скачка и принимая во внимание нормальный закон распределения z-статистики, было оценено количество дней, в которых наблюдались значимые всплески цен активов. Тестовая статистика рассчитывалась по формулам [1]:

$$z_{i,t} = \frac{RJ_{i,t}}{\sqrt{(v_{bb} - v_{qq}) \frac{1}{M} \max\left(1, \frac{TP_{i,t}}{BV_{i,t}^2}\right)}}, \quad (5)$$

где $v_{qq} = 2$,

$$v_{bb} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 + \pi - 3 \approx 2,609,$$

$$TP_{i,t} = \mu_{4/3}^{-3} M \left(\frac{M}{M-2} \right) \sum_{j=3}^M |r_{i,t,j}|^{4/3} |r_{i,t,j-1}|^{4/3} |r_{i,t,j-2}|^{4/3}, \quad (6)$$

где $\mu_{4/3} = 2^{2/3} \Gamma\left(\frac{7}{6}\right) / \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0,8309$. В табл. 1 приведено количество дней, в которых наблюдались значимые всплески цен актива для каждого из периодов.

Таблица 1

Количество дней со всплесками цен актива (из 177 возможных)

| | 5 минут | 30 минут | 60 минут |
|--------|---------|----------|----------|
| Золото | 81 | 31 | 29 |

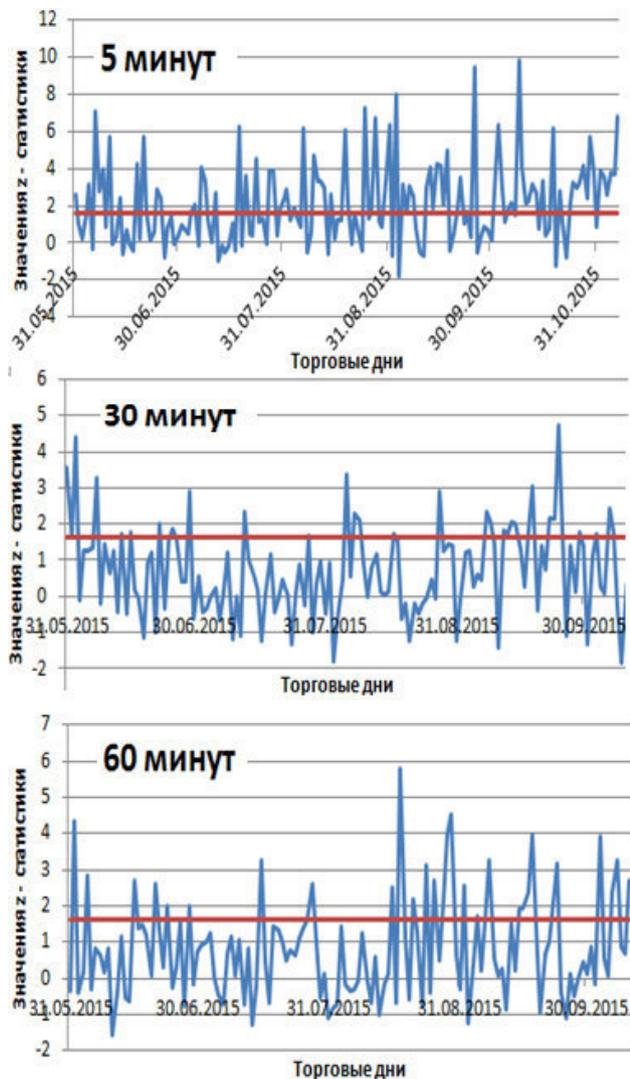


Рис. 2. Значения z-статистики для котировок золота на временном интервале в 5, 30 и 60 минут

Анализируя данные в табл. 1 можно сделать вывод, что с увеличением длины временного интервала уменьшается количество арбитражных возможностей.

Далее проводим статистическую проверку гипотез о наличии хотя бы одного значимого скачка внутри торгового дня для котировок золота с периодичностью в 5, 30 и 60 минут. На рис. 2 изображены графики, показывающие значения z -статистики. Синей сплошной линией отмечены значения z -статистики, красной линией - критическое значение z -статистики с вероятностью 0,95.

Анализ рис. 2 показывает увеличение числа значимых величин статистики при уменьшении временного интервала, что подтверждает вывод, сделанный при анализе табл. 1. В табл. 2 приведены величины скачков и их количества для котировок золота на рассматриваемых интервалах времени.

Таблица 2

Распределение величин скачков для различных временных интервалов для котировок золота

| Размер скачка | 5 мин | 30 мин | 60 мин |
|------------------|-------|--------|--------|
| Общее количество | 38784 | 6464 | 3232 |
| Без изменений | 5173 | 730 | 259 |
| Менее 0,01 | 13000 | 1373 | 536 |
| 0,01 – 0,03 | 7173 | 995 | 436 |
| 0,03 – 0,05 | 3196 | 784 | 355 |
| 0,05 – 0,07 | 1276 | 580 | 248 |
| Более 0,07 | 5993 | 2002 | 1398 |

Основываясь на табл. 2 можно отследить среднюю величину скачка и среднюю доходность золота. Значения для котировок золота приведены в табл. 3.

Таблица 3

Средние величины скачков и доходностей для котировок золота

| | 15 мин | 30 мин | 60 мин |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|
| Средняя величина скачка, % | 0,009 | 0,02 | 0,03 |
| Общее количество скачков | 38784 | 6464 | 3232 |
| Средняя доходность за весь период, % | 378 | 162 | 103 |

Анализ табл. 3 показывает, что с увеличением длины временного интервала наблюдается увеличение средней величины скачка, однако средняя доходность снижается.

Заключение. Ожидаемая доходность инвестирования в золото за рассматриваемый период времени не превосходит 378%. Дальнейшим нашим продвижением в работе будет являться рассмотрение стоимости тройской унции золота на срочном рынке (фьючерсы с разными сроками исполнения).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bollerslev T., Law T. H., Tauchen G. Risk, jumps, and diversification. – Journal of Econometrics 144 (2008) 234–256.

**TRUNCATED PARAMETER ESTIMATION
OF ORNSTEIN-UHLENBECK PROCESS WITH GUARANTEED ACCURACY**

T.V. Dogadova

Scientific advisor: Dr. of Math. and Phys. Sc., Prof. V.A. Vasiliev

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: aurora1900@mail.ru

**УСЕЧЕННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРА ПРОЦЕССА ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА С
ГАРАНТИРОВАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ**

Т.В. Догадова

Научный руководитель: д. ф.-м. н., профессор В.А. Васильев

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: aurora1900@mail.ru

Аннотация. В работе представлены усеченные оценки параметра процесса Орнштейна-Уленбека по выборке фиксированного размера с гарантированной точностью в смысле L_{2m} -нормы. Доказана эффективность в минимаксном смысле полученных оценок.

Diffusion type processes described by stochastic differential equations are widely spread for modeling economical, biological and other real processes. In practice, working with this type of processes, we often face a parameter estimation problem that is a part of model constructing and is often met in adaptive problems such as control, prediction etc. All the available data we usually possess is a sample of finite or fixed size. One of such possibilities gives a well-known sequential estimation method, which was primarily applied to diffusion type processes in [1]. To obtain sequential estimators one needs to have a sample of unbounded size. One of the ways of finding estimators with guaranteed accuracy of inference using a sample of fixed size is provided by the approach of truncated sequential estimation. For continuous-time systems the truncated sequential estimation method was developed in [2] among others. The approach of truncated estimation is simpler and provides us with this opportunity for discrete-time systems [3].

The aim of this paper is to apply the truncated method to estimation of the dynamic parameter of Ornstein-Uhlenbeck process having guaranteed accuracy in the sense (6), (7) and (16) by sample of fixed size.

Consider estimation problem of the parameter a of an Ornstein-Uhlenbeck process

$$dx_t = ax_t dt + dw_t, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

where x_0 is zero mean Gaussian random variable with variance σ_0^2 and $a < 0$, x_0 and w_t are independent. Then the process (1) is stable, there exist all moments of the process x_t and for every positive integer $\gamma > 0$

$$\sigma_x^{2\gamma} = \sup_{t \geq 0} E_a x_t^{2\gamma} < \infty, \quad (2)$$

where E_a denotes the expectation under the distribution P_a with the given parameter a .

Our purpose is to estimate the parameter a with guaranteed accuracy in the sense of L_{2m} -norm, $m \geq 1$ by sample of fixed size.

a) Non-asymptotic estimation of a

We define the truncated estimator of the type [1] on the basis of the maximum likelihood estimator (MLE)

$$\hat{a}_T = \int_0^T x_s dx_s / \int_0^T x_s^2 ds. \tag{3}$$

So that the truncated estimator has the form

$$\tilde{a}_T = \hat{a}_T \cdot \chi \left(\int_0^T x_s^2 ds \geq hT \right), \tag{4}$$

his a parameter of estimation procedure.

To prove the theorem below we use (2) and the representation (5) for the deviation of the estimator \tilde{a}_T

$$\tilde{a}_T - a = \left(\int_0^T x_s dx_s / \int_0^T x_s^2 ds \right) \cdot \chi \left(\int_0^T x_s^2 ds \geq hT \right) - a \cdot \chi \left(\int_0^T x_s^2 ds < hT \right). \tag{5}$$

Theorem. Assume model (1). Then for every integer $m \geq 1$

- 1) there exists a number $T_0 > 0$ such that for $T \geq T_0$ the estimator (5) with $h = \log^{-1/2} T$ has the property

$$E(\tilde{a}_T - a)^{2m} \leq \frac{(2a)^{2m} \cdot \sigma_x^{2m}}{T^m} + C \cdot \frac{\log^m T}{T^{3/2^m}}; \tag{6}$$

- 2) if there exists a known number $L > 0$ such that $-L \leq a < 0$, in the definition of the estimator (5)

we put $h \in \left(0, \frac{1}{2L} \right)$. Then for $T > 1$ we have

$$E_a(\tilde{a}_T - a)^{2m} \leq \frac{C}{T^m}. \tag{7}$$

Remark 1. The truncated estimator (5) and the MLE (4) are asymptotically equivalent in the almost surely sense, i.e. for T large enough $P_a(\tilde{a}_T = \hat{a}_T) = 1, \forall a < 0$.

Remark 2. By making use of the representation (8) for the deviation of \tilde{a}_T

$$\tilde{a}_T - a = \hat{a}_T - a - \hat{a}_T \cdot \chi \left(\int_0^T x_s^2 ds < hT \right) \tag{8}$$

and asymptotic properties of the estimator \hat{a}_T , it is easy to establish the uniform asymptotic normality (9) of the estimator \tilde{a}_T with the smallest asymptotic variance

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \sup_{a \in \Theta_1} \left| P_a \left((2|a|)^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{1}{2}} (\tilde{a}_T - a) \leq x \right) - \Phi(x) \right| = 0, \tag{9}$$

where $\Phi(\cdot)$ is a standard Gaussian distribution function and $\Theta_1 = \{ (a, x) : a \in \Theta, x \in \mathfrak{R}^1 \}$, Θ is a compact set from $(-\infty, 0)$.

b)Efficiency of \tilde{a}_T

Using (6) we can get the following inequality for the estimator (5):

$$E_a(\tilde{a}_T - a)^2 \leq \frac{2|a|}{T} + \frac{C \cdot \log T}{T^{3/2}}. \quad (10)$$

According to (10) we have

$$\overline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \sup_{a \in \Theta} (2|a|)^{-1} T \cdot E_a(\tilde{a}_T - a)^2 \leq 1 \quad (11)$$

and by (7) for every $m \geq 1$:

$$\overline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \sup_{a \in \Theta} T^m E_a(\tilde{a}_T - a)^{2m} < \infty. \quad (12)$$

From (12) it follows that the family $\{\sqrt{T} \cdot (\tilde{a}_T - a)\}$ is uniformly integrable.

Define the risk function

$$R_T^*(a_T) = \sup_{a \in \Theta} E_a \left((2|a|)^{-1/2} T^{1/2} (a_T - a) \right)^2 \quad (13)$$

and the class A_T of all estimators a_T of the parameter a . Taking into account that for the model (1) the property of local asymptotic normality (see[4]) is fulfilled, there exists the lower bound for the introduced risk function (13)(see, e.g., [4])

$$\underline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \inf_{a_T \in A_T} R_T^*(a_T) \geq 1. \quad (14)$$

Thus from (11) and (14) the efficiency of the truncated estimator \tilde{a}_T in the asymptotic minimax sense (15) follows

$$\lim_{T \rightarrow \infty} R_T^*(\tilde{a}_T) = \underline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \inf_{a_T \in A_T} R_T^*(a_T) = 1. \quad (15)$$

c) Guaranteed estimation of a

For the parameter estimation with a guaranteed accuracy we assume that $a \in \Theta$. In this case, for $0 < h < \frac{1}{2L}$,

$L = -\inf_{a \in \Theta} a$ we can find the known numbers $C(m)$ and then, according to (5), we have

$$\sup_{a \in \Theta} E_a(\tilde{a}_T - a)^{2m} \leq \frac{C(m)}{T^m}. \quad (16)$$

REFERENCES

1. Liptser, R. Sh., Shiryaev, A. N. (1977) Statistics of random processes. 1: General theory. N. Y.: Springer-Verlag.
2. Konev, V. V., Pergamenschikov, S. M. (1992) On Truncated Sequential Estimation of the Parameters of Diffusion Processes. Methods of Economical Analysis, Central Economical and Mathematical Institute of Russian Academy of Science, pp. 3-31.
3. Vasiliev V. A. (2014) A truncated estimation method with guaranteed accuracy. Annals of the Institute of Statistical Mathematics. 66, no. 1, pp. 141-163.
4. Ibragimov, I., Khasminskii, R. (1981) Statistical estimation: Asymptotic theory. –New York: Springer.

**СИСТЕМА НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ДЛЯ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ МАЛОГО ПРЕДПРИЯТИЯ**

Н.Д. Дубина

Научный руководитель: профессор, д.т.н. С.И. Колесникова
Национальный Исследовательский Томский Государственный Университет,

Россия, г.Томск, пр.Ленина, 36, 634050

E-mail: dubina-nina@mail.ru

**SYSTEM NONLINEAR CONTROL
FOR A THREE-DIMENSIONAL MODEL OF A SMALL COMPANY**

N.D. Dubina

Scientific Supervisor: Prof., Dr. S.I. Kolesnikova

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: dubina-nina@mail.ru

***Аннотация.** This paper examines a model of a small company, defined as a system of nonlinear ordinary differential equations (as a model of deterministic chaos). Identified areas of stable and unstable behavior of the object. The task is to manage the object with the aim of transition it to the given state and its further stabilization. Performed analytical synthesis of control systems. The results of numerical simulation are presented in the paper.*

Постановка задачи управления

Рассмотрим модель экономической деятельности фирмы на базе системы Лоренца (например, [1], с. 454) в виде:

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = \alpha X_2 X_3 - \gamma X_1, \\ \frac{dX_2}{dt} = \mu (X_2 + X_3) - \beta X_1 X_3, \\ \frac{dX_3}{dt} = \delta X_2 - \lambda X_3. \end{cases} \quad (1)$$

В модели (1) переменные $\frac{dX_1}{dt}$, $\frac{dX_2}{dt}$, $\frac{dX_3}{dt}$ означают, соответственно, прирост затрат на сотрудников с течением времени; прирост величины капитала с течением времени; прирост затрат на использования новых технологий; величины δ , α , β , γ , λ , μ – параметры объекта (1).

Параметры объекта в реальных условиях могут отклоняться от тех значений, при которых экономическая деятельность фирмы находится в устойчивом состоянии. Ставится задача управления таким объектом (в виде (2)) с целью его вывода из начального неустойчивого состояния в окрестность заданного и дальнейшее в нем удержание объекта, то есть придания необходимых (требуемых, заданных) свойств исследуемой модели:

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = \alpha X_2 X_3 - \gamma X_1, \\ \frac{dX_2}{dt} = \mu (X_2 + X_3) - \beta X_1 X_3, \\ \frac{dX_3}{dt} = \delta X_2 - \lambda X_3 + u_3, \text{ где } u_3 - \text{ управление.} \end{cases} \quad (2)$$

Проведенные расчеты при численном моделировании неуправляемой системы (1) показали, что если предприятию нужно будет обучить 10% сотрудников, то фирма будет находиться в устойчивом состоянии, если же 35%, то в неустойчивом состоянии, об этом свидетельствуют найденные значения показателей Ляпунова, которые в свою очередь, являются мерой хаотичности.

Таблица 1

Значения коэффициентов при обучении 10% и 35% сотрудников

| параметры | 10% (устойчивое состояние) | 35% (неустойчивое состояние) |
|-----------|-------------------------------|---------------------------------|
| μ | 1,370707322 | 1,680187556 |
| β | 1,667754569 | 3,337140992 |
| γ | 0,99 | 0,99 |
| α | 1,029358501 | 1,331910598 |
| δ | 0,982429573 | 1,047013317 |
| λ | 5,976566788 | 3,52135324 |

В работе предпринята попытка стабилизации модели (1) при значениях параметров приведенных в таблице 1 при 35%.

Используемый метод синтеза регулятора для системы (2) с целью достижения требуемых (заданных) свойств объекта управления опирается на аппарат инвариантов и целевых многообразий. Так, здесь целевым многообразием (без ограничения общности) будем полагать выполнение следующего инварианта:

$$\psi_3(t) = X_1 + \rho X_2 = 0,$$

означающего выполнение определенной пропорции между расходами на содержание сотрудников и затратами на использование новых технологий.

Основные положения алгоритма синтеза регулятора для объекта (2) следующие.

Задается вспомогательная макропеременная:

$$\psi_1(t) = X_3 - \varphi(X_1, X_2),$$

где $\varphi(X_1, X_2)$ - некоторая далее определяемая функция; задается оптимизирующий функционал вида:

$$J = \int_0^{\infty} (T_1 \psi_1^2(t) + \psi_1^2(t)) dt \rightarrow \min, \quad 0 < T_1 < \infty,$$

из условия его минимума на базе метода Эйлера-Лагранжа находим управление с точностью до функции $\varphi(X_1, X_2)$. Далее с целью нахождения функции $\varphi(X_1, X_2)$ вводится макропеременная, в которой содержится информация об управляемой переменной и заданном состоянии следующего вида:

$$\psi_3(t) = X_1 + \rho X_2.$$

Решение задачи условного экстремума:

$$J = \int_0^{\infty} \psi_2^2(t) + T_2^2 \psi_2^2(t) dt \rightarrow \min, 0 < T_2 < \infty,$$

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = \alpha X_2 \varphi(X_1, X_2) - \gamma X_1, \\ \frac{dX_2}{dt} = \mu(X_2 + \varphi(X_1, X_2)) - \beta X_1 \varphi(X_1, X_2), \end{cases}$$

приводит к конкретному виду $\varphi(X_1, X_2)$ и, следовательно, к итоговому управлению, следующего вида:

$$\begin{aligned} u_3 = & \lambda X_3 - \delta X_2 + \frac{\rho - \rho T_2 \gamma}{T_2 \beta X_1 - \rho T_2 \alpha X_2 + T_2 \mu} + \frac{\rho X_1 - X_2 - \rho T_2 \gamma X_1 - T_2 \mu X_2}{(T_2 \beta X_1 - \rho T_2 \alpha X_2 + T_2 \mu)^2} \times \\ & \times (\alpha X_2 X_3 - \gamma X_1) + \frac{\rho - \rho T_2 \gamma}{T_2 \beta X_1 - \rho T_2 \alpha X_2 + T_2 \mu} + \frac{\rho X_1 - X_2 - \rho T_2 \gamma X_1 - T_2 \mu X_2}{(T_2 \beta X_1 - \rho T_2 \alpha X_2 + T_2 \mu)^2} \times \\ & \times \mu (X_2 + X_3) - \beta X_1 X_3 - \frac{\psi_1(t)}{T_1}, \end{aligned}$$

обеспечивающему асимптотическую устойчивость объекту управления.

Численное моделирование

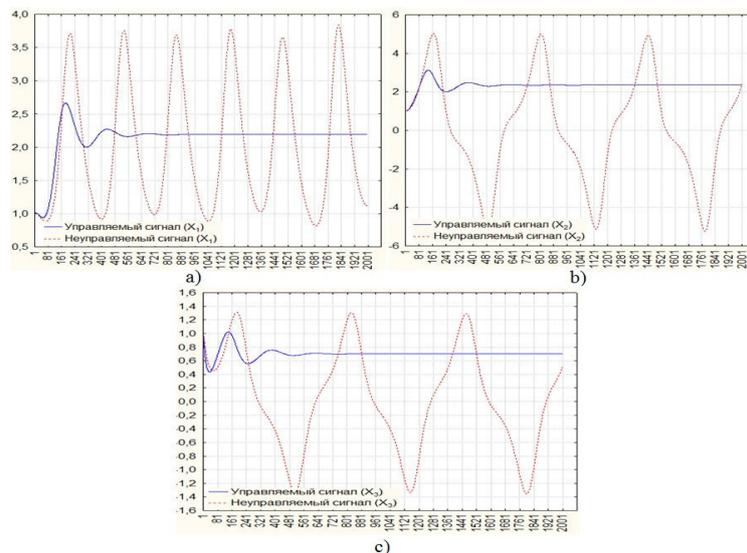


Рис. 1. Численное моделирование

Поведение модели (1) – красный сигнал, модели (2) – синий сигнал;

a) поведение координаты X_1 , b) поведение координаты X_2 , c) поведение координаты X_3 .

Таким образом, полученные результаты показывают, что возможен выход из неустойчивого состояния экономического объекта с помощью управляющего воздействия.

Заключение. В работе построен и исследован алгоритм управления многомерной нелинейной моделью малого предприятия. Численное моделирование полученных результатов, свидетельствует о непротиворечивости и работоспособности управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов / Под ред. А.А. Колесникова. – М.: Физмалит, 2004. – 503с.

**INVESTIGATION OF DISTRIBUTION OF CURRENCY PAIRS
USING METHODS OF FACTOR ANALYSIS**

I.V. Zagumennova

Scientific Supervisor: Assoc. prof., PhD M.L. Shinkeev

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: zagumennova@sibmail.com

**ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОВОКУПНОСТИ ВАЛЮТНЫХ ПАР
МЕТОДАМИ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА**

И.В. Загуменнова

Научный руководитель: доцент, к. ф.-м. н. М.Л. Шинкеев

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: zagumennova@sibmail.com

***Аннотация.** Рассматривается возможность оценки совместного распределения совокупности приращений котировок валютных пар, используя представление всей совокупности в виде канонической факторной модели. Показана принципиальная возможность построения такой модели для выбранной совокупности признаков, сделана оценка распределений обобщенных и характерных факторов и на ее основе смоделировано многомерное распределение всей совокупности исходных признаков.*

A significant role in the construction of econometric models plays a choice of the multidimensional distribution of asset returns. For example, from the theory point of view of constructing optimal portfolios, the investor may require knowledge of the joint distribution of returns available on the assets market. That is why the assessment of the joint distribution of returns is an urgent practical problem for the financial markets [1].

In this paper we consider the possibility of estimating the joint distribution of the aggregate currency pairs, using techniques of factor analysis. It is obvious that the direct evaluation of multi-dimensional distribution of currency pairs together is a very difficult task, if we take into account the complicated relationship between the variables, and can not be reduced to the evaluation of one-dimensional distributions of the individual components (currency pairs). Using factor analysis, we can try to represent each source component in the form of a linear combination of generic and specific factors uncorrelated with each other [2]. The links between the original components are completely determined by the generalized factors, the variation of each component is defined as a generalized and relevant characteristic factor. If anyone knows the laws of the distribution of generic and specific factors, the last independent force can get the law of each original component distribution, finding joint component distribution. At the same time, this approach allows to estimate the distribution of values that depend on the data, for example, the cost of distribution of a portfolio consisting of currency pairs and depending on the distribution of multidimensional data currency pairs.

Seven currency pairs (BYR / RUB, CNY / RUB, EUR / RUB, GBP / RUB, KZT / RUB, UAH / RUB, USD / RUB) were chosen as the subject of analysis for the periods from January 12, 2015 till October 13, 2015.

In accordance with the canonical model of factor analysis, we have studied the possibility presentation of each of the original features $\xi_j, j = \overline{1, k}$ in the form of: $\xi_j = \alpha_{1j}f_1 + \alpha_{2j}f_2 + \dots + \alpha_{mj}f_m + \varepsilon_j, j = \overline{1, k}$ or in the vector form : $\vec{\xi} = \vec{\alpha}_1f_1 + \vec{\alpha}_2f_2 + \dots + \vec{\alpha}_mf_m + \vec{\varepsilon} = \alpha\vec{f} + \vec{\varepsilon}$, where $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)$ - the vector of initial (factors); $\vec{f} = (f_1, f_2, \dots, f_m)$ - a vector of latent factors, $m < k = 7$; $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ - vectors of factor loadings; $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ - a matrix of factor loadings; $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k)$ - a vector specific factors. We have assumed, that the following relations are valid for the covariance and variance of the initial factors:

$$\begin{cases} \text{cov}(\xi_i, \xi_j) = \sum_{s=1}^m \alpha_{si}\alpha_{sj}, & i = \overline{1, k}, \quad j = \overline{1, k}, \quad i \neq j \\ D(\xi_i) = \sum_{s=1}^m (\alpha_{si})^2 + D(\varepsilon_i), & i = \overline{1, k} \end{cases}$$

The maximum likelihood method have been used as a method of factor analysis. In the factor analysis it is necessary to estimate the number of generalized factors that allow the representation of the original data in the form of the model described above, as well as to determine the vectors of factor loadings and factor values for each of the original observations. Table 1 shows the achieved significance levels, as well as the proportion of the total variance explained by the factors for the generalized constructed one and two- factor models.

Table 1

Results of the factor analysis

| | | |
|----------------------|-----------------------|--------|
| Number of factors | 1 | 2 |
| Dedicated dispersion | 18.90% | 25.50% |
| Significance level | $1.094 \cdot 10^{-6}$ | 0.327 |

We see that the source data in the form of two-factor model idea is acceptable, but we note that the generalized factors explain only a quarter of the total variance. Table 2 shows the distribution of dispersions f generalized and typical factors for the resulting two-factor model.

Table 2

Distribution of the share dispersions initial signs of generalized and characteristic factors

| Currency pairs | Generalized factors | | | Characteristic factor |
|----------------|---------------------|-------|-------|-----------------------|
| | F1 | F2 | F1+F2 | |
| BYR/RUB | 0.215 | 0.090 | 0.305 | 0.695 |
| CNY/ RUB | 0.426 | 0.260 | 0.686 | 0.314 |
| EUR/RUB | 0.877 | 0.015 | 0.892 | 0.108 |
| GBP/RUB | 0.230 | 0.001 | 0.231 | 0.769 |
| KZT/ RUB | 0.022 | 0.081 | 0.103 | 0.897 |
| UAH/ RUB | 0.036 | 0.002 | 0.038 | 0.962 |
| USD/RUB | 0.670 | 0.012 | 0.682 | 0.318 |

Maximum likelihood method assumes a normal distribution of the original data, so in the case of an arbitrary allocation does not guarantee the independence of the found generalized and specific factors. Therefore, the check has been carried out on the independence of the factors, using the Pearson's test.

Thus, it have been shown that it is possible presentation of the initial factors as a linear combination of independent variables (two generalized and one characteristic factor). Thereby, the multi-dimensional

distribution of the original features will be completely determined by the distribution of these values, and the problem of estimating the multivariate distribution can be reduced to the evaluation of the distributions received by the generalized and specific factors.

The statistical analysis of distributions of random and specific factors has shown that both the generic and specific factors can be considered as a random variables distributed according to the Laplace law with density:

$f(x) = 0,5ae^{-a|x|}$, where $a > 0$ - the distribution parameter. Table 3 shows the results of hypothesis testing of the distribution of each factor by the Laplace law (as estimates of the unknown parameters of the maximum likelihood estimation method have been used: $a^* = 1/\bar{X}$ - the corresponding sample average).

Table 3

Testing hypotheses of the distribution of the factors on the Laplace law

| Factor | F1 | F2 | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 |
|--------------------------|-------|-------|-------|---------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Parameter distribution | 1.302 | 1.211 | 94.19 | 311.828 | 464.38 | 86.876 | 71.057 | 50.692 | 165.113 |
| Statistical Significance | 1.076 | 1.370 | 4.372 | 17.513 | 7.630 | 8.552 | 12.106 | 9.918 | 8.981 |
| Significance level | 0.982 | 0.967 | 0.626 | 0.007 | 0.266 | 0.200 | 0.059 | 0.128 | 0.174 |

If we know the distribution of generic and specific factors, we can get an estimate of the distribution of any underlying asset as well as a multi-dimensional distribution of all the factors. In this paper, the evaluation has been made numerically using the Monte Carlo method. Figure 1 shows an example of the resulting two-dimensional simulation for the distribution of currency pairs EUR / RUB and USD / RUB.

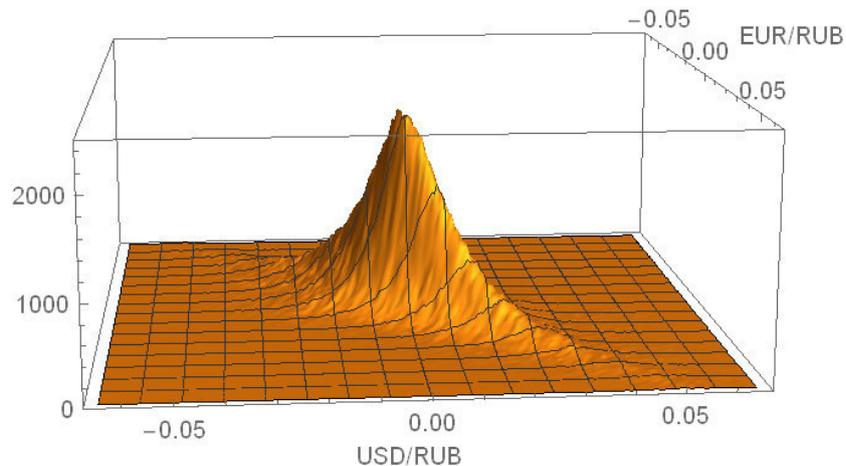


Fig. 1. Assessment of the distribution density increments of quotations of currency pairs

So, this paper shows the fundamental possibility of constructing factor model for the relative increments of quotations of currency pairs together.

REFERENCES

1. Balayev A.I. Preparation of securities portfolios on the basis of forecasting the joint distribution function of returns. PhD Thesis [Electronic resource] <http://av.disus.ru/dissertatsiya/711745-1-sostavlenie-portfeley-cennih-bumag-osnove-prognozirovaniya-sovmestnoy-funkcii-raspredeleniya-dohodnostey.php>.
2. Soshnikov L.A. Tamashevich V.N., Uebe G. Schaefer M. Multivariate statistical analysis in economics . M.: UNITY -DANA, 1999- 598 p.

АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СЕТИ TWITTER

А.Н. Исангулова, А.Д. Снида

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент М. Е. Семенов, к.п.н., доцент Л.А. Сивицкая

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: crazy_157@mail.ru

ANALYSIS OF THE INTERACTION OF TWITTER'S USERS

A.N. Isangulova, A.D. Snida

Scientific Supervisor: PhD, associate prof. M.E. Semenov, PhD, associate prof. L.A. Sivitskaya

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenina str., 30, 634050

E-mail: crazy_157@mail.ru

Abstract. *In our experiment, we present an empirical analysis of influence patterns in the social network Twitter. Using Twitter dataset we compare three different measures of influence: followers, retweets, and mentions. We examine how the three types of influential users performed in spreading popular news topics. The number of followers represents popularity of a user; retweets represent the content value of one's tweets; and mentions represent the name value of a user. Results are providing a better understanding of the different roles users play in social media.*

В связи с развитием социальных сетей – выделился новый класс задач. Эти задачи связаны с обнаружением сообществ и связанных подгрупп, анализом содержания социальных сетей, классификацией вершин в социальных сетях, анализом социального влияния участников социальной сети, прогнозированием формирования связей [1]. Перечисленные задачи могут решаться с использованием алгоритмической теории графов. Среди наиболее известных средств автоматического анализа социальных сетей отметим: NetMiner (<http://www.netminer.com/index.php>), NetworkX (<http://networkx.lanl.gov>), SNAP (<http://snap.stanford.edu>), UCINet (<http://www.analytictech.com/ucinet>), ORA (<http://www.casos.cs.cmu.edu/projects/ora>), Cytoscape (<http://www.cytoscape.org>), NodeXL (<http://nodexl.codeplex.com>) [2]. Цель работы – определение количественной оценки связи между действиями пользователей, объединенных определенной меткой (хештегом) в социальной сети Twitter.

Для описания отношений следования (направленные дуги) между пользователями (вершины графа) мы использовали социальный граф. На рис. 1 представлена страница из сети Twitter и фрагмент модели – социальный граф, построенный для пользователей, объединенных определенной меткой (хештегом). С применением социального графа описаны следующие отношения следования: а) пользователь А подписан на пользователя В, б) пользователь А поделился сообщением пользователя В с пользователями С и D, в) пользователь А прокомментировал сообщение пользователя В. Не ограничивая общности рассуждений будем придерживаться терминологии, принятой в Twitter и будем называть отношения следования: а) подписчик (follower), б) ретвит (retweet), в) упоминание (mention) соответственно. Ретвит содержит

ключевой фрагмент $RT@username$ или $via@username$, упоминание содержит $@username$, где $username$ – имя пользователя.

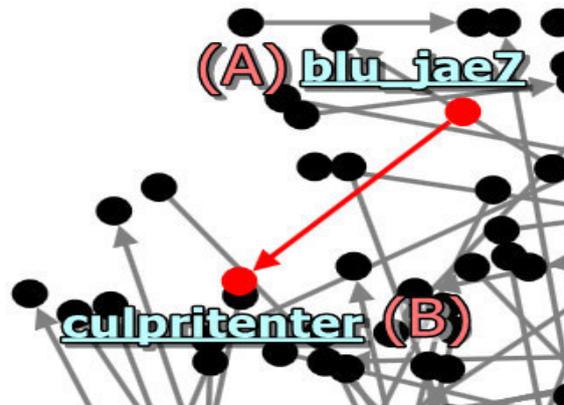


Рис.1. а) веб-страница, б) социальный граф (фрагмент)

Наш эксперимент заключается в выявлении линейной зависимости между следующими явлениями: количество подписчиков, ретвитов и упоминаний для конкретного пользователя социальной сети Twitter. Для реализации данного эксперимента были выбраны хештеги, относящиеся к разным темам: #ebola (вирус) и #lol (юмор). Для сбора исходных данных была использована программа NodeXL [2]. Выборка для хештега #lol за 03.02.2016 составила 2376 записей, а для хештега #ebola за период 17-18.10.2015 – 1917 упоминаний и ретвитов. Количество подписчиков зависит от количества пользователей, которые каким-либо образом взаимодействовали с записью, содержащей выбранный хештег.



Рис. 2. Диаграммы вариационных рядов

На основе собранных данных сформированы три вариационных ряда: подписчики (F), ретвиты (R) и упоминания (M), мощности этих множеств приведены на рис. 1. Общее количество пользователей, находящихся во всех трех рядах для хештегов #lol и #ebola составляет $|R \cap F \cap M| = 490$ и 49 соответственно (рис. 1). Фрагменты этих рядов, отсортированные по алфавиту имен пользователей, приведены в табл. 1.

Для количественной оценки связи между явлениями использован коэффициент ранговой корреляции

Спирмена [3]: $\rho = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$, где x_i и y_i – ранги пользователей, а n – объем выборки. Каждому

элементу вариационного ряда присвоен соответствующий ранг, при совпадении значений признаков ранг вычисляется как среднее арифметическое. В нашем эксперименте ранг Спирмена для большинства случаев положительный. Это говорит том о линейной, но достаточно слабой связи. Самая высокая корреляция наблюдается между количеством ретвитов и упоминаний (табл. 2). Для проверки уровня

значимости коэффициента была вычислена статистика [3]: $T_{кр} = t(\alpha, k) \sqrt{(1-\rho^2)/(n-2)}$, $t(\alpha, k)$ – критическая точка двусторонней критической области. Если $|\rho| < T_{кр}$ – ранговая корреляционная связь между качественными признаками незначима, в противном случае существует значимая ранговая корреляционная связь.

Таблица 1

Вариационные ряды (фрагмент)

| Retweets | | | Followers | | | Mentions | | |
|----------------|---|------|----------------|--------|------|----------------|---|-------|
| Username | R | Rank | Username | F | Rank | Username | M | Rank |
| chrisblack10 | 1 | 271 | chrisblack10 | 337 | 335 | chrisblack10 | 1 | 319,5 |
| damien_fern | 1 | 271 | damien_fern | 43 | 465 | damien_fern | 2 | 92,5 |
| ebitinnn | 1 | 271 | ebitinnn | 155 | 459 | ebitinnn | 3 | 92,5 |
| fabmaichard | 1 | 271 | fabmaichard | 150 | 236 | fabmaichard | 1 | 319,5 |
| gelinalaurente | 2 | 32 | gelinalaurente | 293 | 348 | gelinalaurente | 2 | 92,5 |
| gobiglexis | 4 | 3 | gobiglexis | 298 | 346 | gobiglexis | 1 | 319,5 |
| hailieem | 1 | 271 | hailieem | 3828 | 93 | hailieem | 1 | 319,5 |
| i_m_alive_ | 1 | 271 | i_m_alive_ | 492 | 288 | i_m_alive_ | 1 | 319,5 |
| newday | 3 | 9 | newday | 166348 | 26 | newday | 1 | 319,5 |
| obeyfemmes | 1 | 271 | obeyfemmes | 25871 | 52 | obeyfemmes | 2 | 92,5 |
| ... | | | | | | | | |
| zlishhhh | 1 | 271 | zlishhhh | 835 | 224 | zlishhhh | 1 | 319,5 |

Таблица 2

Коэффициент корреляции Спирмена ρ при доверительной вероятности $\alpha=0,95$

| Вариационные ряды | #lol | | | #ebola | | |
|---------------------|--------|----------|-----------|--------|----------|-----------|
| | ρ | $T_{кр}$ | связь | ρ | $T_{кр}$ | связь |
| Retweets, Followers | 0,111 | 0,20 | незначима | -0,12 | 0,29 | незначима |
| Retweets, Mentions | 0,538 | 0,17 | значима | 0,368 | 0,27 | значима |
| Followers, Mentions | 0,286 | 0,19 | значима | 0,131 | 0,29 | незначима |

Для достижения поставленной цели построен социальный граф, сформированы списки пользователей, использовавших определенный хештег в своих записях (упоминаниях и ретвитах). На основе полученных данных построены три вариационных ряда, вычислен коэффициент корреляции Спирмена, получена оценка значимости коэффициента корреляции Спирмена.

Установлено, что реакция аудитории на новости юмористического характера (хештег #lol) статически более значима, так как для вариационных рядов (Retweets, Mentions) наблюдается наиболее высокая корреляция $\rho=0,538$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батура Т.В. Методы анализа компьютерных социальных сетей // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2012. – Том 10. – Выпуск 4. – с. 13-28.
2. Hansen D.L., Shneiderman B., Smith M. A. Analyzing Social Media Networks with NodeXL – Insights from a connected world, Elsevier Inc. – 2011, 284 p.
3. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: Физматлит. – 2006, 816 с.

**МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ИСПАРЕНИЯ КАПЕЛЬ ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ
В ВИДЕ ГОРЮЧИХ КОМПОЗИЦИЙ В ВОЗДУШНО-ПЛАЗМЕННОМ ПОТОКЕ**

А.А. Каренгин, И.Ю. Новоселов

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. А.Г. Каренгин

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: karengin@tpu.ru

**KINETIC MODEL FOR DROPLET EVAPORATION OF DISPERSED WATER SOLVENTS IN FORM
OF FLAMMABLE COMPOSITIONS IN AIR-PLASMA FLOW**

A.A. Karengin, I.Yu. Novoselov

Scientific Supervisor: Associate Prof., PhD A.G. Karengin

National Research Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: karengin@tpu.ru

***Abstract.** The kinetic model for droplet evaporation in air-plasma flow has been developed. The influence patterns of initial air-plasma flow and droplets values, and initial mass ratio of liquid and gaseous phases on kinetics of droplet evaporation of dispersed aqueous-organic compositions in air-plasma flow have been established. It is shown that for aqueous-organic compositions having adiabatic combustion temperature not less than 1200°C the stage of solvent (water) evaporation is the limiting stage of the whole process in air-plasma flow.*

Традиционно используемые способы для промышленного производства порошков (пигментов) из водных растворов солей или суспензий многостадийны, требуют значительных энерго- и трудозатрат, часто экологически небезопасны. Плазмохимическая технология одностадийного получения порошков из диспергированных водно-солевых растворов металлов обладает рядом преимуществ: высокой скоростью процесса в плазмохимическом реакторе, меньшей энергоёмкостью, возможностью получения гомогенного распределения компонентов и заданного состава во всем объеме порошка, возможностью активно влиять на морфологию частиц [1]. Многообразие и сложность процессов, протекающих в плазмохимическом реакторе, их малоизученность, отсутствие надежных экспериментальных методов диагностики высокотемпературных двухфазных потоков требует разнообразных подходов к исследованию этих процессов [2]. В настоящее время такие исследования целесообразно проводить с применением методов математического моделирования.

Высокотемпературный поток, несущий в реакторе капли водно-органических композиций можно условно разделить на несколько зон (рисунок 1). В зоне (0-1) происходит перемешивание потока и разогрев до температуры испарения капель, в зоне (1-2) капли подвергаются динамическому испарению, в зоне (2-3) происходит образование и нагрев солевого остатка до температуры разложения, в зоне (3-4) солевой остаток разлагается на газообразные и твердые продукты.

Проведенные сравнительные оценки показывают, что при температурах 1500 К и выше лимитирующим процессом является стадия (1-2) испарения растворителя.

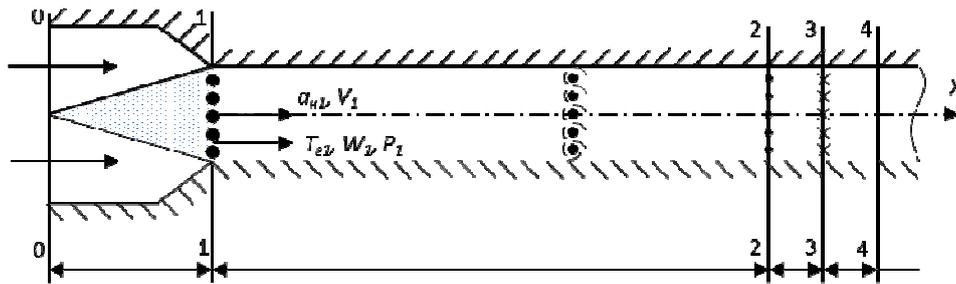


Рис. 1. Схема реактора, в котором реализуется процесс плазменной обработки диспергированных горючих водно-органических композиций

Для описания рассматриваемого физического процесса разработана математическая модель, описывающая кинетику испарения капель диспергированных водно-органических композиций в воздушном плазменном потоке. Были приняты следующие допущения: плазменный реактор – это реактор идеального вытеснения; рассматриваемые процессы квазистационарные; течение воздушно-плазменного потока адиабатное; капли монодисперсные, не взаимодействующие между собой и со стенками реактора; в потоке не происходит химических реакций между воздушно-плазменным теплоносителем и водяным паром.

Использованы следующие уравнения, описывающие одномерное двухфазное течение по длине зоны испарения реактора:

- уравнение, описывающее испарение капли в условиях, когда скорость испарения определяется подводом тепла:

$$\frac{dm_k}{d\tau} = -\pi Nu^* \frac{\lambda_s (T_g - T_p)}{\Delta H^*} \alpha_k; \quad (1)$$

- уравнение движения капли

$$m_k \frac{dV}{d\tau} = \frac{\pi}{8} C_d^* \rho_g \alpha_k^2 |W - V| (W - V); \quad (2)$$

- скорость движения капли

$$\frac{dx}{d\tau} = V; \quad (3)$$

- закон испарения капли

$$z_n = 1 - \left(\frac{\alpha_k}{\alpha_{k1}} \right)^3 \frac{\rho_q}{\rho_{q1}}; \quad (4)$$

- закон сохранения расхода двухфазной смеси

$$\frac{d}{d\tau} (W \rho F + m_q) = 0; \quad (5)$$

- закон сохранения импульса смеси

$$\frac{d}{d\tau} (mW + m_q B + PF) = P \frac{dF}{d\tau}, \quad (6)$$

- закон сохранения энергии двухфазной смеси

$$\frac{d}{d\tau} \left[m \left(I_s + \frac{W^2}{2} \right) + m_q \left(I_q + \frac{V^2}{2} \right) + m_s \Delta H^* \right] = 0; \quad (7)$$

- уравнение состояния парогазовой смеси

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{\mu(T)}. \quad (8)$$

В уравнениях (1-8) использованы следующие обозначения: r_g и r_n – массовые доли газа и пара; τ – время; W и V – скорости газа и капель; T_{z1} – начальная температура воздушного потока; P – давление; ρ – плотность; F – площадь поперечного сечения реактора; H – энтальпия; μ – молекулярный вес; λ – коэффициент теплопроводности; η – коэффициент динамической вязкости; C_p и C_v – теплоемкости при постоянном давлении и объеме; α_k – размер капель; m – масса; Для параметров использовались индексы g – жидкость, z – газ, n – пар, k – капля; s – смесь газа и пара, цифра 1 – для начальных значений.

Расчеты проведены для следующих начальных параметров: диаметр капель $\alpha_{kl} = (40-100)$ мкм; скорость капель $V_1 = (10-100)$ м/с; скорость потока $W_1 = (10-90)$ м/с; температура потока $T_{z1} = (2000-4000)$ К; массовое отношение жидкой и газовой фаз $\beta = (0,1-1,5)$; давление $P_1 = 0,1$ МПа.

Анализ зависимостей от времени рассматриваемых процессов показывает, что испарение капель протекает неравномерно во времени и по длине зоны испарения реактора. Испарение основной массы капель и значительное понижение температуры плазменного потока происходит в начале реактора.

В результате проведенного исследования с применением разработанной математической модели установлены закономерности влияния начальных значений характеристик воздушно-плазменного потока (температура, скорость) и капель (размер, скорость), исходного массового отношения жидкой и газовой фаз на кинетику испарения диспергированных водно-органических композиций в воздушно-плазменном потоке. Показано, что исходное массовое отношение жидкой и газовой фаз β оказывает очень сильное влияние на скорость испарения капель в воздушно-плазменном потоке. Превышение $\beta > \beta^*$ приводит к резкому охлаждению воздушно-плазменного потока и значительному увеличению времени и длины зоны полного испарения капель в реакторе. Очень важно для заданной начальной температуры воздушно-плазменного потока подобрать такое предельное массовое отношение жидкой и газовой фаз β^* , которое обеспечит в конце испарения капель в реакторе конечную температуру воздушно-плазменного потока $T_{кон} \approx 1500$ К.

Снижение начального размера капель (от 100 мкм до 40 мкм) и начальной скорости воздушно-плазменного потока (от 90 м/с до 10 м/с) приводит при $\beta = \beta^*$ к существенному уменьшению длины зоны полного испарения капель в реакторе соответственно в 5–6 раз и 4–5 раз. При этом увеличение начальной температуры воздушно-плазменного потока от 2000 К до 4000 К не оказывает при $\beta = \beta^*$ существенного влияния на длину зоны полного испарения капель в реакторе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Туманов Ю. Н. Плазменные и высокочастотные процессы получения и обработки материалов в ядерном топливном цикле: настоящее и будущее. – М.: Физматлит, 2003. - 760 с.
2. Тихомиров И.А., Каренгин А.Г., Квеско С.Б. // Физика и химия обработки материалов - 1984, - № 5. - С. 42-46.

**ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ПОДСИСТЕМЫ УСКОРЕННОГО
ПОСТРОЕНИЯ К-ЗНАЧНЫХ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ТЕСТОВ**

С.В. Китлер¹, Р.В. Аметов²

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.Е. Янковская^{1,2,3,4,5}

¹Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, г. Томск,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 40, 634050

²Томский государственный архитектурно-строительный университет,

Россия, г. Томск, Соляная пл. 2, 634003

³Национальный исследовательский Томский государственный университет, Россия, г. Томск,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

⁴Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, г. Томск,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

⁵Сибирский государственный медицинский университет,

Россия, г. Томск, Московский тракт, 2, 634050

E-mail: svkitler@gmail.com, rin@tsuab.ru

**BASICS OF DEVELOPMENT OF INTELLIGENT SUBSYSTEM FOR RAPID CONSTRUCTION
OF K-VALUED DIAGNOSTIC TESTS**

S.V. Kitler¹, R.V. Ametov²

Scientific Supervisor: Prof., Dr. of Science A.E. Yankovskaya^{1,2,3,4,5}

¹Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Russia, Tomsk, Lenina ave. 40, 634050

²Tomsk State University of Architecture and Building, Russia, Tomsk, Solyanaya sq. 2, 634003

³Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenina ave. 36, 634050

⁴Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenina ave. 30, 634050

⁵Siberian State Medical University, Russia, Tomsk, Moscow path. 2, 634050

E-mail: svkitler@gmail.com, rin@tsuab.ru

***Abstract.** In this paper authors briefly describes basics of development of intelligent subsystem for rapid construction of k-value diagnostic tests. The subsystem is implemented as a dynamic plug-ins. The subsystem allows to reduce search processes and consumption of time on diagnostic tests construction.*

В настоящее время наблюдается существенный рост интеллектуальных систем по обработке и анализу данных и знаний в слабоструктурированных областях, таких как медицина, психология, генетика, социология, геология, строительство, проектирование и др. [1–3]. Эти системы ориентированы на обработку баз данных и знаний, содержащих большое признаковое пространство. В связи с этим, задача создания интеллектуальных систем с меньшими временными и стоимостными затратами на анализ данных и знаний является актуальной.

Ниже кратко излагаются основы создания интеллектуальной подсистемы (ИП) ускоренного построения k -значных диагностических тестов (ДТ), используемых для принятия решений. Предлагаемая ИП реализует ранее разработанный алгоритм ускоренного построения k -значных ДТ [4].

Данные и знания в разработанной ИП представляются в матричной форме [5], состоящей из целочисленных матрицы описания (Q), задающей описание объектов в пространстве характеристических признаков (ХП) и матрицы различений (R), задающей разбиение объектов на классы эквивалентности по каждому механизму классификации. Под образом будем понимать подмножество объектов базы знаний с совпадающими значениями классификационных признаков. Номера образов задаются однострочковой матрицей R' , элементами которой они являются. ДТ называется совокупность признаков, различающих любые пары объектов, принадлежащих разным образам [5]. Для дальнейшего описания воспользуемся определениями и понятиями, приведенными в публикации [5].

ИП реализована в виде динамически подключаемых модулей к интеллектуальному инструментальному средству (ИИС) ИМСЛОГ [6], на базе которого конструируются прикладные ИП для различных проблемных областей. Модули созданы в среде программирования Borland C++ Builder. Приведем их описание. **Модуль 1** «Работа с базой» предназначен для извлечения данных и знаний из базы данных и знаний, созданной в ИИС ИМСЛОГ. Выходными данными модуля являются структура базы знаний, объекты базы знаний, название признаков и их номера. **Модуль 2** «Выбор признаков» предназначен для выбора признаков, включаемых в матрицы Q и R . **Модуль 3** «Построение целочисленных матриц описания и различений» предназначен для построения матриц Q и R , на вход которого поступают номера целочисленных ХП, номера целочисленных классификационных признаков, структура базы знаний, номера выбранных обучающих объектов и соответствующие им описания объектов. Выходными данными являются матрицы Q и R , вектор номеров характеристических признаков и их минимальные и максимальные значения. **Модуль 4** «Построение сокращенных целочисленных матриц описания и различений» предназначен для построения сокращенных матриц Q' и R'' по алгоритму, описанному в [4]. **Модули 5а и 5б** «Построение целочисленной матрицы импликаций» предназначены для построения безыбыточной матрицы U' , задающей различимость групп объектов из разных образов (классов при фиксированном механизме классификации). Входными данными модуля 5а (5б) являются целочисленные матрицы Q и R' (сокращенные целочисленные матрицы Q' и R''), вектор номеров ХП, а также вектора минимальных и максимальных значений этих признаков. На выходе модуля 5а (5б) формируются двоичная матрица U' (двоичная сокращенная матрица U'') и вещественный вектор весовых коэффициентов ХП. **Модуль 6** «Поиск закономерностей» предназначен для поиска различного рода закономерностей [5]. Входными данными является матрица U'' . Выходными параметрами модуля являются: матрица U'' , неинформативные, обязательные, альтернативные, зависимые характеристические признаки, а также весовые коэффициенты всех ХП. **Модуль 7** «Построение ДТ» предназначен для поиска всех ДТ. Его входными данными являются матрица U'' , альтернативные признаки и весовые коэффициенты всех характеристических признаков. Выходными данными являются построенные ДТ. **Модуль 8** «Проверка покрытий матрицы импликаций» проверяет, являются ли построенные ДТ для сокращенной матрицы U'' тестами для матрицы U' . Входными данными являются двоичная матрица U' , построенные по сокращенной матрице U'' ДТ, номера целочисленных ХП. На выходе этого модуля – ДТ, номера существенных признаков, весовые

коэффициенты признаков. Проверка необходима в связи с нарушениями эквивалентности при переходе от матриц Q и R' к сокращенным матрицам Q' и R'' .

Блок-схема работы ИП ускоренного построения k -значных ДТ приведена на рис. 1.

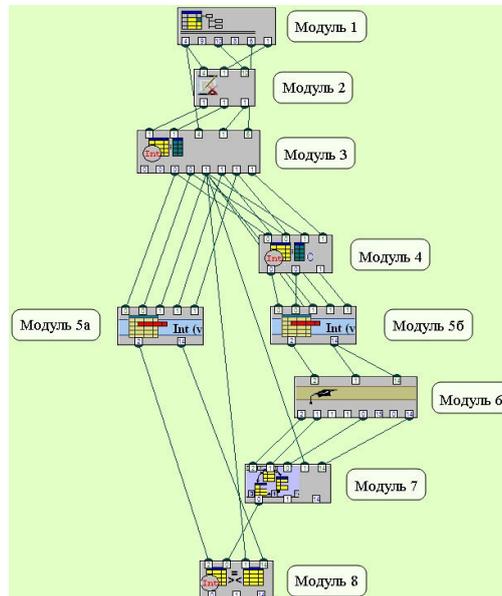


Рис. 1. Блок-схема работы интеллектуальной подсистемы построения k -значных ДТ

Применение интеллектуальной подсистемы позволит, как правило, снизить временные и стоимостные затраты при построении k -значных диагностических тестов.

Дальнейшие исследования связаны с апробацией интеллектуальной подсистемы на реальных данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-07-00859-а, №14-07-00673-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Журавлев Ю.И., Рязанов В.В., Сенько О.В. Распознавание. Математические методы. Программная система. Практические применения. – Москва: Фазис. – 2006. – 176 с.
2. Кобринский Б.А., Зарубина Т.В. Медицинская информатика. Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Академия, 2009. – 192 с.
3. Янковская А.Е. Тестовые распознающие медицинские экспертные системы с элементами когнитивной графики // Компьютерная хроника. – 1994. – №8/9. – С. 61–83.
4. Янковская А.Е., Китлер С.В. Интеллектуальный анализ k -значных данных// Интеллектуализация обработки информации: 8-я международная конференция. Республика Кипр, г. Пафос, 17-24 октября 2010г.: Сборник докладов. – М.: МАКС Пресс, 2010. – С. 192–195.
5. Янковская А.Е. Логические тесты и средства когнитивной графики. Издательский Дом: LAP LAMBERT Academic Publishing. – 2011. – 92 с.
6. Yankovskaya A.E., Gedike A.I., Ametov R.V., Bleikher A.M. IMSLOG-2002 Software Tool for Supporting Information Technologies of Test Pattern Recognition// Pattern Recognition and Image Analysis. – 2003. – Vol. 13. – No. 4. – pp. 650–657.

АСИМПТОТИКИ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО,
КВАЗИКЛАССИЧЕСКИ СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ НА КРИВЫХ

А.Е. Кулагин

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: ack8@tpu.ru

ASYMPTOTICS OF THE NONLOCAL GROSS-PITAEVSKII EQUATION SEMICLASSICALLY
CONCENTRATED ON CURVES

A.E. Kulagin

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.Yu. Trifonov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: ack8@tpu.ru

Abstract. A method of constructing semiclassical asymptotics for nonlocal Gross-Pitaevskii equation (GPE), concentrated on a curve in the phase space, has been considered. Solution of the nonlocal GPE on the curve is reduced to solution of the linear equation in the class functions concentrated at the point and additional condition. Example of the system evolution has been considered by solving of corresponding differential equations.

Нелокальное уравнение Гросса-Питаевского имеет вид

$$\left\{ -i\hbar\partial_t + V(\hat{z}, t) + \kappa \int_{\mathbb{R}^2} W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) |\Psi(\mathbf{y}, t)|^2 d\mathbf{y} \right\} \Psi(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (1)$$

где $\hat{z} = (\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{x})^T$, $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$, а κ – параметр нелинейности. Это уравнение используется в физике, например, для описания бозе-эйнштейновского конденсата в поле магнитной ловушки, причем функция $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ в этом случае отвечает за потенциал взаимодействия частиц конденсата.

Рассмотрим решения уравнения (1), сосредоточенные в окрестности k -мерного многообразия Λ_t^k $2n$ -мерного фазового пространства

$$\Lambda_t^k = \left\{ z = Z(s, t) = (\mathbf{P}(s, t), \mathbf{X}(s, t)) \mid s \in D \subset \square^k, t \in [0, T], T > 0 \right\},$$

где $s = (s_1, \dots, s_k)$ – параметры многообразия, а $Z(s, t)$ – заданные функции.

Определение. Комплексная функция $\Psi(\mathbf{x}, t, \hbar)$ принадлежит классу квазиклассически сосредоточенных функций типа (k) , если для произвольного оператора $A(\hat{z}, t)$

$$\lim_{\hbar \rightarrow 0} \frac{\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle(t, \hbar)}{\|\Psi\|^2(t, \hbar)} = \int_D \sigma(s) A(Z(s, t), t) ds.$$

$k = 0$ соответствует классу траекторно сосредоточенных функций P_h^t [1].

Теорема 1. Если функция $\Psi(\mathbf{x}, t, \hbar)$ является квазиклассически сосредоточенным решением уравнения (1), то $Z(s, t)$ удовлетворяет системе уравнений

$$\dot{X}(s, t) = V_p(Z(s, t), t), \quad \dot{P}(s, t) = -V_x(Z(s, t), t) - \tilde{\kappa} \int_D \sigma(r) W_x(X(s, t), X(r, t), t) dr, \quad (2)$$

где $\tilde{\kappa} = \kappa \cdot \|\Psi\|^2$. Систему (2) будем называть системой Гамильтона-Эренфеста типа $(k, 1)$.

На траекториях $z = Z(s, t)$ системы (2) стандартным образом определим действие

$$S^{(0)}(s, t) = \int_0^t \left[\langle P(s, t), X(s, t) \rangle - V(Z(s, t), t) - \tilde{\kappa} \int_D W(X(s, t), X(r, t), t) dr \right] dt + S_0(s).$$

Решения уравнения (1) будем искать в классе функций, квазиклассически сосредоточенных на поверхности $z = Z(s, t)$, который определим соотношением

$$J_{\hbar}^{\tau} = J_{\hbar}^{\tau(\mathbf{x}, t)} = J_{\hbar}^{\tau(\mathbf{x}, t)}(Z(\tau(\mathbf{x}, t), t), S(\tau(\mathbf{x}, t), t)) = \left\{ \Phi : \Phi(\mathbf{x}, t, \hbar) = \chi(\mathbf{x}, t, s, \hbar) \Big|_{s=\tau(\mathbf{x}, t)}, \chi(\mathbf{x}, t, s, \hbar) \in P_{\hbar}^t \right\},$$

где функция $\tau(\mathbf{x}, t)$ определяется уравнением $\left\langle \frac{\partial X(s, t)}{\partial s}, \Delta \mathbf{x} \right\rangle \Big|_{s=\tau(\mathbf{x}, t)} = 0, \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - X(s, t)$.

На функциях класса J_{\hbar}^{τ} справедливо представление оператора импульса \hat{p} в виде

$$\hat{p} = -i\hbar \left(\nabla \Big|_{s=\text{const}} + \nabla \tau(\mathbf{x}, t) \frac{\partial}{\partial s} \right). \text{ Обозначим через } \hat{\pi} = -i\hbar \nabla \Big|_{s=\tau(\mathbf{x}, t)}, \Delta \hat{p} = \hat{\pi} - P(\tau(\mathbf{x}, t), t).$$

Теорема 2. На функциях класса $J_{\hbar}^{\tau}(Z(\tau(\mathbf{x}, t), t, \hbar), S(\tau(\mathbf{x}, t), t, \hbar))$ справедливы следующие асимптотические оценки:

$$\{\Delta \hat{z}\}^{\alpha} = \hat{O}(\hbar^{|\alpha|/2}), \quad \langle \{\Delta \hat{z}\}^{\alpha} \rangle = \hat{O}(\hbar^{|\alpha|/2}), \quad \Delta \hat{z} = (\Delta \hat{p}, \Delta \mathbf{x}), \quad \hbar \rightarrow 0.$$

Здесь $\langle \hat{A}(t) \rangle = \frac{1}{\|\Phi\|^2} \langle \Phi | \hat{A}(t) | \Phi \rangle$, а $\{\Delta \hat{z}\}^{\alpha}$ – оператор с вейлевским символом $(\Delta z)^{\alpha}$, $\alpha \in \square_{+}^{2n}$ [2].

Определение. Функцию $\langle \langle \hat{A}(t) \rangle \rangle = A_{\Psi}(t, s, \hbar)$, определяемую соотношением $\langle \hat{A}(t) \rangle = \int_D \sigma(s) \langle \langle \hat{A}(t) \rangle \rangle ds$, будем называть средним значением оператора $\hat{A}(t)$ в классе квазиклассически сосредоточенных функций.

Обозначим $Z(s, t, \hbar) = \langle \langle \hat{z} \rangle \rangle = Z(s, t) + \hbar Z^{(1)}(s, t, \hbar)$. Пусть $\Psi(\mathbf{x}, t) = \Phi(\mathbf{x}, s, t)$. Тогда функция $\Psi(\mathbf{x}, t)$ является решением уравнения (1), если $Z^{(1)}(s, t, \hbar) = O(1)$ при $\hbar \rightarrow 0$ и функция $\Phi(\mathbf{x}, s, t)$ удовлетворяет приведенному уравнению Гросса-Питаевского с дополнительным условием:

$$\begin{cases} \left[-i\hbar \partial_t + H(s, t) + \langle H_z(s, t), \Delta \hat{z} \rangle + \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{z}, H_{zz}(s, t) \Delta \hat{z} \rangle \right] \Phi(\mathbf{x}, s, t) = O(\hbar^{3/2}), \\ \hat{a}_0(s, 0) \Phi(\mathbf{x}, s, 0) = O(\hbar), \end{cases} \quad (3)$$

$$\hat{a}_0(s, t) = \langle Z_s(s, t), J \Delta \hat{z} \rangle,$$

$$H(s, t) = V(s, t) + \tilde{\kappa} \int_D \sigma(r) \left\{ W(s, r, t) + \hbar \langle W_y(s, r, t), X^{(1)}(r, t, \hbar) \rangle + \frac{1}{2} \text{Sp}[W_{zz}(s, r, t) \cdot \Delta_2(r, t, \hbar)] \right\} dr,$$

$$H_z(s, t) = V_z(s, t) + \tilde{\kappa} \int_D \sigma(r) W_z(s, r, t) dr, \quad H_{zz}(s, t) = V_{zz}(s, t) + \tilde{\kappa} \int_D \sigma(r) W_{zz}(s, r, t) dr,$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -I_{n \times n} \\ I_{n \times n} & 0 \end{pmatrix}, \quad W_z = (\theta, W_x)^T, \quad Z^{(1)} = (P^{(1)}, X^{(1)})^T, \quad W_{zz} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & W_{xx} \end{pmatrix}.$$

Здесь $I_{n \times n}$ – единичная матрица, $V(s, t) = V(Z(s, t), t)$, $W(s, r, t) = W(Z(s, t), Z(r, t), t)$,

$$2 \cdot \Delta_{2ij}(s, t, \hbar) = \langle \langle \Delta \hat{z}_i \Delta \hat{z}_j + \Delta \hat{z}_j \Delta \hat{z}_i \rangle \rangle, \quad \text{Sp}[A] – \text{след матрицы } A.$$

Теорема 3. Матрица $\Delta_2(s, t, \hbar)$ удовлетворяет системе уравнений:

$$\dot{\Delta}_2(s, t, \hbar) = JH_{zz}(s, t)\Delta_2(s, t, \hbar) - \Delta_2(s, t, \hbar)H_{zz}(s, t)J + O(\hbar^{3/2}). \quad (4)$$

Теорема 4. Функция $\pi_0(s, t, \hbar) = \text{Re}[\langle \langle -i\hbar \partial_s \rangle \rangle]$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \dot{\pi}_0(s, t, \hbar) + \frac{1}{2} \text{Sp}[(H_{zz}(s, t))_s \cdot \Delta_2(s, t, \hbar)] + \tilde{\kappa} \int_D \sigma(r) (\hbar \langle W_y(s, r, t), X^{(1)}(r, t, \hbar) \rangle + \\ + \frac{1}{2} \text{Sp}[W_{ww}(s, r, t) \cdot \Delta_2(r, t, \hbar)])_s dr = O(\hbar^{3/2}), \quad W_{ww} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & W_{yy} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Теорема 5. Функции $\hbar Z^{(1)}(s, t, \hbar) = \langle \langle \Delta \hat{z} \rangle \rangle = (\langle \langle \Delta \hat{p} \rangle \rangle, \hbar X^{(1)})^T$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} \hbar \dot{Z}^{(1)}(s, t) = J \partial_z \left[\langle V_p(Z(s, t), t), \tau_x(s, t) \rangle \pi_0(s, t) + \frac{1}{2} \text{Sp}[V_{zz}(Z(s, t), t) \cdot \Delta_2(s, t)] + \right. \\ \left. + \hbar \langle V_z(Z(s, t), t), Z^{(1)}(s, t) \rangle + \tilde{\kappa} \int_D \sigma(r) (\hbar \langle W_y(s, r, t), X^{(1)}(r, t) \rangle + \hbar \langle W_x(s, r, t), X^{(1)}(s, t) \rangle \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \text{Sp}[W_{ww}(s, r, t) \cdot \Delta_2(r, t) + W_{zz}(s, r, t) \cdot \Delta_2(s, t)] dr \right] + O(\hbar^{3/2}). \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, решение уравнения (1) в квазиклассическом приближении было сведено к решению системы уравнений (2), (4), (5), (6) и линейного уравнения (3). На рис. 1а-1в представлены графики зависимости $|\Psi(x, t)|^2$ от $x = (x_1, x_2)^T$ для $V(z, t) = 0,5 \cdot \hat{p}^2 + x_1^2 + 2x_2^2$, $W(x, y, t) = \exp[-(x - y)^2]$.

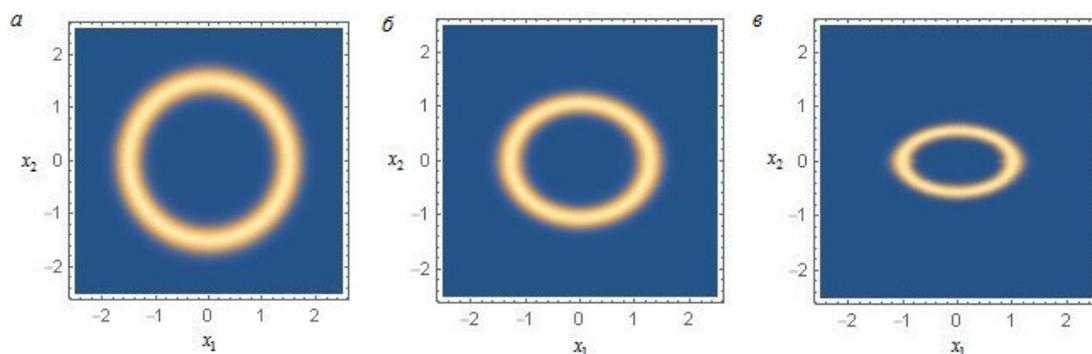


Рис. 1. Зависимость $|\Psi(x, t)|^2$ от x для $t = 0$ (а); $t = 0,4$ (б); $t = 0,6$ (в)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bagrov V.G., Belov V.V., Trifonov A.Yu. Semiclassical trajectory-coherent approximation in quantum mechanics: I. High order corrections to multidimensional time-dependent equations of Schrodinger type // Ann. of Phys. (NY). – 1996. – Т. 246. – № 2. – С. 231–290.
2. Карасев М.В. О вейлевском и упорядоченном исчислении некоммутирующих операторов. // Матем. заметки. – 1979. – Т. 26. – № 6. – С. 885–907.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ И АНАЛИЗ ГЕОДАНЫХ

Е.В. Мартынюк¹

Научный руководитель: ст. преподаватель, к.т.н. А.А. Орлов²

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

²Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 40, 634034

E-mail: catherine.martyniuk@mail.ru

VISUALIZATION AND ANALYSIS OF GEODATA

E.V. Martyniuk¹

Scientific Supervisor: Senior Lecturer, PhD A.A. Orlov²

¹Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

²Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics,
Russia, Tomsk, Lenin str., 40, 634034

E-mail: catherine.martyniuk@mail.ru

Abstract. *Visualization and analysis of crime data using R language tools and Google Maps by mapping the intensity of any crime. Based on maps built by the intensity, the analysis of the crime situation in the city.*

Введение. В работе рассматривается решение задачи визуализации геоинформационных данных о преступлениях, совершенных в городе Сан-Франциско (США) с использованием языка R [1]. Для каждого зарегистрированного преступления приводится информация о точных координатах и категории преступления (для дальнейшего анализа возможно дата, время и пр.). С использованием дополнительных библиотек языка R: ggmap [2], ggplot2 [3], lubridate [4], dplyr [5], устанавливается интенсивность преступления в зависимости от района его совершения и визуализируется с использованием карт GoogleMaps. Подобный способ визуализации данных позволяет эксперту произвести оценку криминальной обстановки в определенном районе города с целью выработки мероприятий по снижению криминальной активности.

Цель работы. Визуализация и анализ геоинформационных о совершенных преступлениях.

Иллюстративный пример. В качестве исходной выборки использовались данные [6] о преступлениях за период 01.01.2003 по 18.08.2015 в городе Сан-Франциско (США), содержащие 20833 записей. Каждая запись содержит атрибутивные и пространственные поля: категория, описание, дата, время, район, улица, вид наказания, географические координаты. Из полученных данных можно получить информацию о криминальной обстановке в городе.

Путем построения гистограмм зависимости (рис. 1) количества преступлений от месяца (от 1 до 12), числа месяца (от 1 до 31), дня недели (с понедельника до воскресенья) производится статистический анализ выборочных данных, показывающий, что строгой зависимости совершения преступлений от

указанных выше характеристик не наблюдается. Это значит, что совершение преступлений в целом не зависят, например, от дня выдачи заработной платы, или выходного или рабочего дня недели.

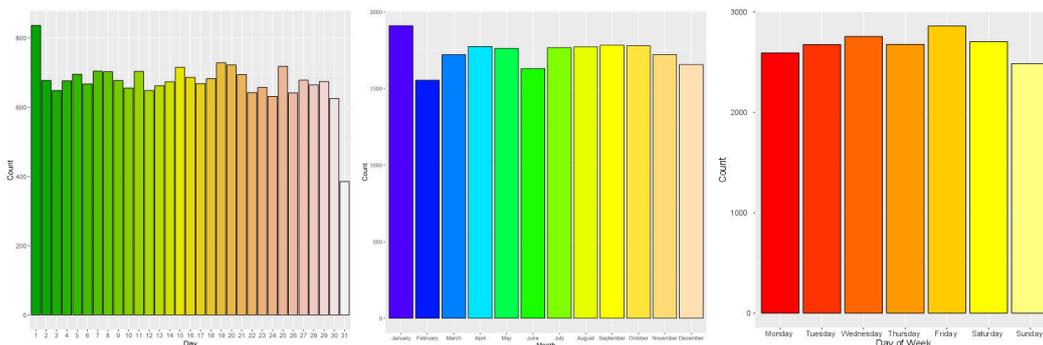


Рис. 1. Гистограммы зависимости преступлений от (слева-направо) дня месяца, месяца, дня недели

Присутствует зависимость от времени суток (рис. 3): интенсивность уменьшается после полуночи и продолжается до раннего утра (6.00), далее снова наблюдается рост числа преступлений и достигает своего пика к 18.00.

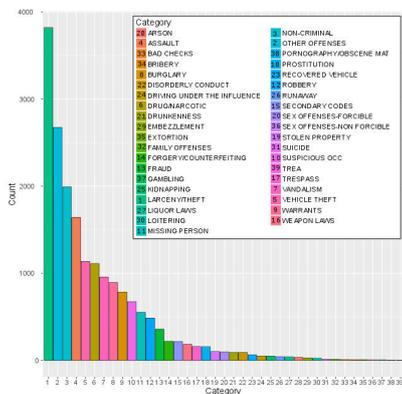


Рис. 2. Гистограмма всех категорий

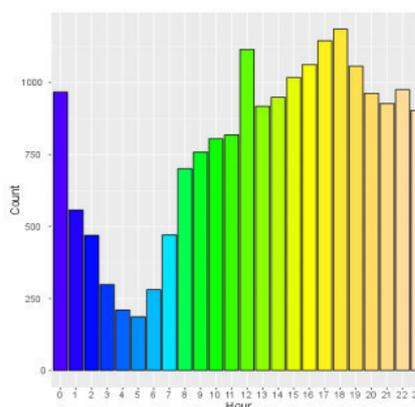


Рис. 3. Гистограмма зависимости преступлений от времени суток

Визуализация данных с использованием карт GoogleMaps в зависимости от категории преступления и места его совершения представлена на рис. 1.

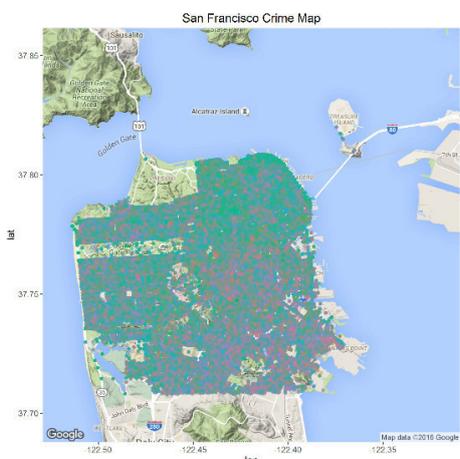


Рис. 4. Карта преступлений

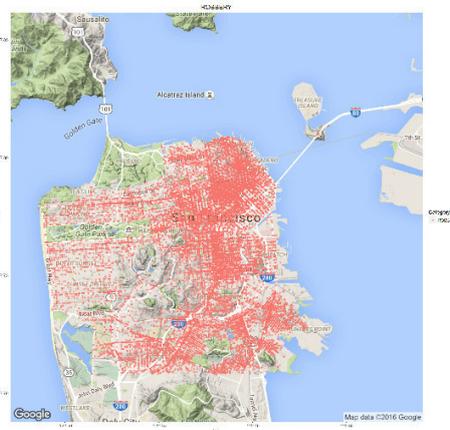


Рис. 5. Карта для категории ROBBERY

Используя карту всех преступлений (рис. 4), получить какую-либо полезную информацию не представляется возможным ввиду большого количества категорий и случаев преступлений. Локализация преступлений определенной категории (рис. 5, для категории ROBBERY (*Ограбление (англ.)*)) дает представление о «доминирующей» части города, но недостаточно объективное и точное. Основываясь на статистике преступлений (рис. 2), для анализа используем самые часто встречающиеся (от 500 случаев) категории преступлений: LARCENY/THEFT, OTHEROFFENSES, NON-CRIMINAL, ASSAULT, VEHICLE THEFT, DRUG/NARCOTIC, VANDALISM, WARRANTS, BURGLARY, SUSPICIOUS OCC, MISSING PERSON, ROBBERY. Большое число случаев говорит о том, что с этими преступлениями стоит бороться в первую очередь, поэтому такие категории представляют наибольший интерес.

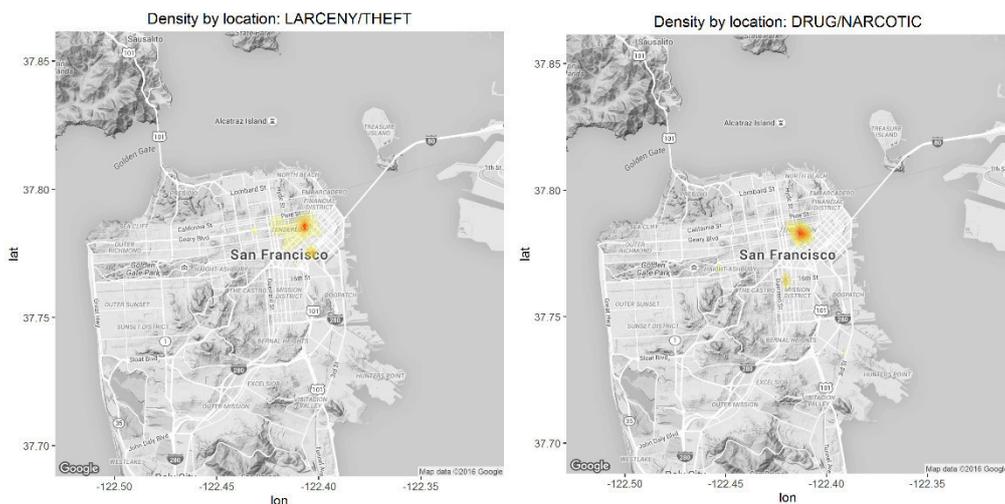


Рис. 6. Интенсивность и локализация категорий DRUG/NARCOTIC, LARCENY/THEFT

Визуализация данных путем построения карты интенсивности преступления (рис. 6, пример для категорий DRUG/NARCOTIC, LARCENY/THEFT) показала, что пик у 10 из 12 заявленных категорий преступлений приходится на район Тендерлоин.

Выводы. По результатам проведенного анализа составлено представление о криминальной обстановке в городе Сан-Франциско. Наблюдается зависимость преступления от места и времени его совершения. Наиболее криминальный район города – Тендерлоин. Однако такие характеристики как день недели, число месяца или месяц не оказывают существенного влияния на интенсивность преступлений. Основным фактором интенсивности является время суток.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. The R Project for Statistical Computing [Electronic version]. – Режим доступа: www.r-project.org. – 25.03.16.
2. Kahle D., Wickham H. (2016, January 23). Package ‘ggmap’. Version 2.6.1. CRAN, 60 p.
3. Wickham H., Chang W. (2016, March 1). Package ‘ggplot2’. Version 2.1.0. CRAN, 192 p.
4. Golemund G., Spinu V., Wickham H. (2015, December 3). Package ‘lubridate’. Version 1.5.0. CRAN, 73 p.
5. Wickham H., Francois R. (2015, September 1). Package ‘ggmap’. Version 4.0.3. CRAN, 70 p.
6. SF OpenData [Electronic version]. – Режим доступа: data.sfgov.org. – 25.03.16.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ПАРАМЕТРОВ НДС
БИОКОМПОЗИТА В УСЛОВИЯХ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ**

В.А. Микушина

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Ю.Н. Сидоренко

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: mikushina_93@mail.ru

**MATHEMATICAL MODELING OF EVOLUTION OF THE PARAMETERS OF THE STRESS
STRAIN BEHAVIOR OF BIOCOMPOSITES IN THE CONDITIONS OF DAMAGE**

ACCUMULATION

V.A. Mikushina

Scientific Supervisor: PhD, Associate Prof. Yu.N. Sidorenko

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: mikushina_93@mail.ru

***Abstract.** In this article influence of accumulation of damages on evolution of fields tension of microscopic level of a biocomposite has been investigated. It is shown that nature of increase of not uniformity is identical to both a composite component. It is also shown that with accumulation of damages degree of heterogeneity of fields tension grows.*

В связи с развитием современной медицины в последние десятилетия становятся актуальными проблемы разработки технологий проектирования и создания новых материалов. Появляется задача применения существующих и создания современных материалов для разработки новых технологий и производства более качественных изделий медицинской техники. В современной медицине используются изделия из материалов, создаваемых в металлургии, химической, нефтяной и газовой промышленности, с применением биохимических и генно-инженерных методов. Это металлы и сплавы, пластмассы и полимеры, жидкие кристаллы, композиционные и другие материалы [1].

Эти материалы могут использоваться в хирургической медицине в качестве «заменителей» поврежденных или разрушенных костных тканей человеческого тела. Все такие материалы должны быть биологически совместимы с тканями живого организма. Одним из факторов, который предоставляет биосовместимость материалов, является присутствие высоко-пористой структуры. Присутствие пор, связанных друг с другом системой каналов дает возможность живым тканям организма человека «прорасти» внутрь керамического изделия. При этом в порах идет постепенное образование твердых костных тканей. Следовательно, можно говорить об образовании с течением времени специфического материала (биоконкомпозита), матрицей которого является керамика, а наполнителем – биологические ткани живого организма. Керамические материалы, обладая прекрасной биосовместимостью, находят все более широкое применение в стоматологии, а также в реконструкции и замещении костной ткани. Примером такого материала является высокопористая керамика на основе диоксида циркония,

характеризующаяся, наряду с другими свойствами, высокой прочностью. Диоксид циркония не вызывает раздражение тканей и не вызывает аллергических реакций.

Развитие практики применения композитов в медицине привело к необходимости создания методов прогнозирования их свойств. В настоящее время широко применяются методы компьютерного моделирования. Важнее всего то, что компьютерное моделирование позволяет избежать проведения экспериментов на людях и животных. Не менее важное значение компьютерное моделирование может иметь при оценке механических свойств биоматериалов, в частности биокомпозитов.

В настоящее время существует несколько подходов к решению проблемы прогнозирования прочности композиционных материалов. Один из подходов позволяющий учесть тип структуры и ее влияние на свойства композитов, в частности на прочность является многоуровневый подход.

В соответствии с этим подходом могут выделяться несколько уровней моделирования. В данной работе рассматривается три уровня моделирования материала: микромасштабный — для объемов, полностью принадлежащих той или иной компоненте материала; мезомасштабный — для локально-представительных объемов материала, выбор размеров которых осуществляется с учетом локальных особенностей структуры армирования; макромасштабный — для представительных (эффективно-гомогенных) объемов композита [2]. Макропараметры определяются поведением материала на микроуровне, поэтому важно изучать поведение биокомпозита на микроуровне.

Целью работы является изучение влияния накопления повреждений на статистические характеристики параметров НДС микроуровня методами компьютерного моделирования.

В данной работе рассматривается композиционный материал, матрицей которого является керамика на основе диоксида циркония, а наполнителем – кортикальная кость. Строилась геометрическая модель представительного объема биокомпозита. Геометрическая модель представляет собой фрагмент плоскости сечения квадратной формы, в которую случайным образом помещались включения круговой формы. Структура биокомпозита состоит из пор. Поры заполнены костной тканью, описываются в модели круговыми включениями (рис. 1).

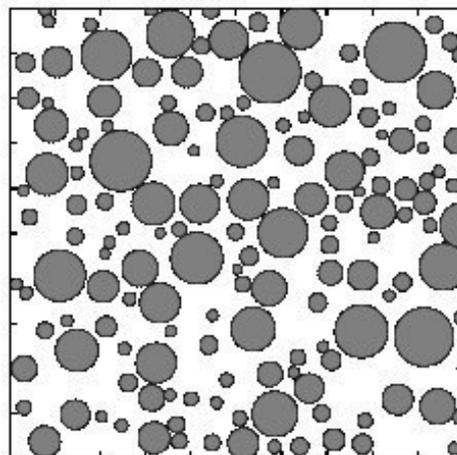


Рис. 1. Фрагмент представительного объема двумерной геометрической модели биокомпозита

Размер пор составляет 200мкн. Полное объемное содержание пор (С) структуры биокомпозита - $C=40\%$.

Задача учета влияния накопления повреждений на эволюцию параметров НДС биокомпозита решается в двумерной постановке в рамках представлений механики деформируемого твердого тела.

Решаемая система уравнений включает в себя уравнения равновесия, уравнения Коши (геометрические уравнения) и уравнения состояния среды [3]. Рассматривается случай статического одноосного нагружения. Задача решалась с использованием метода конечных элементов. Расчёт параметров НДС на мезоуровне и их осреднения для мезоуровня позволяли определить локальное значение модуля упругости и параметры, характеризующие накопления повреждений в пределах данного объема.

В результате проведенных расчетов были получены средние значения параметров НДС биокompозита. Также построены функции плотности распределения Вейбулла средних значений микроуровневых напряжений для костной ткани и для керамики на основе ZrO_2 (рис. 2).

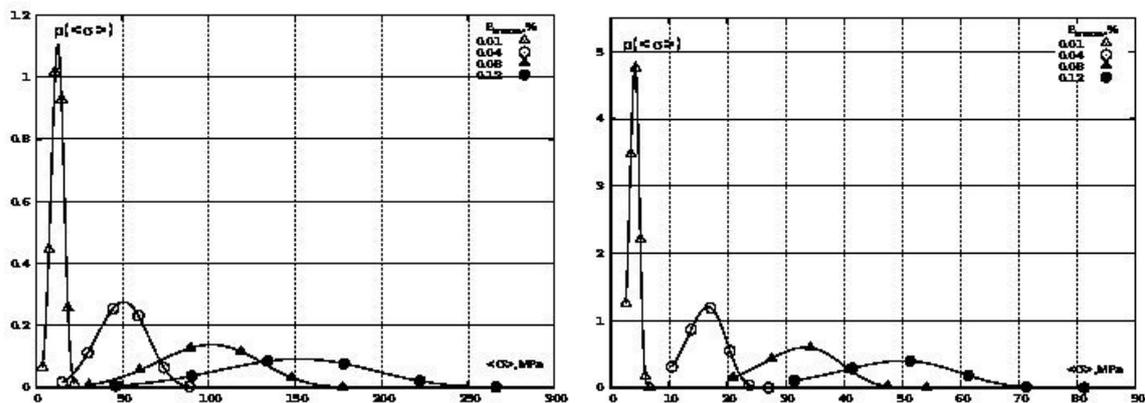


Рис. 2. а) Функция плотности распределения Вейбулла средних значений микроуровневых напряжений для керамики, б) Функция плотности распределения Вейбулла средних значений микроуровневых напряжений для костной ткани

На рис. 2 видно, что среднее значение микроуровневых напряжений для керамики и для костной ткани растет, также увеличивается размах. Увеличение размаха свидетельствует о возрастании неоднородностей полей микронапряжений. Характер возрастания неоднородностей одинаков для обеих компонент композита.

В ходе работы было исследовано влияние накопления повреждений на эволюцию полей напряжений микроскопического уровня биокompозита. Показано, что с накоплением повреждений растет степень неоднородности полей напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канюков В.Н., Стрекаловская А.Д., Килькинов В.И. Материалы для современной медицины: Учебное пособие. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 113с.
2. Сенатова О.А. Определение целесообразности учета межфазного слоя при моделировании композиционного материала с различными степенями наполнения // Труды Томского государственного университета. – 2013. – Т. 292. – С.160-163.
3. Ван Ци-Де Прикладная теория упругости перевод с англ. И.Н.Землянских / под ред. А.С.Вольмира М.: Гос. изд-во физико-математической лит-ры. 1959. – 400с.

**ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ
НА ТУРБУЛЕНТНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ ПРИ
НАЛИЧИИ СТЕНКИ ПРОЗРАЧНОЙ ДЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ**

И.В. Мирошниченко

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

**EFFECT OF THERMOPHYSICAL PROPERTIES OF SOLID WALLS ON TURBULENT HEAT
TRANSFER IN A CAVITY WITH A TRANSPARENT WALL**

I.V. Miroshnichenko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

***Abstract.** Conjugate turbulent natural convection and surface thermal radiation in a rectangular enclosure heated from below with a transparent wall have been investigated by a finite difference method. Turbulence was modeled using $k-\epsilon$ model with a non-uniform grid. The distributions of streamlines and isotherms, that describe the specific singularities of fluid flow and heat transfer, were obtained. Results show that flow patterns are not symmetric due to both the effect of transparent wall and the radiative exchange inside the cavity. The numerical analysis shows that the effect of thermal radiation leads to an intensification of heat transfer.*

В настоящее время наблюдается устойчивый интерес к исследованию совместных эффектов термогравитационной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутых областях [1, 2]. Данный интерес обусловлен, в первую очередь, большим количеством технических приложений, для которых необходимо детальное изучение протекающих процессов. Следует отметить, что довольно малое количество работ по данной тематике затрагивает проблему переноса излучения через прозрачные для излучения (в том числе стеклянные) стенки. Однако, с каждым годом развитие современной техники ставит перед исследователями новые задачи, предъявляя жесткие требования к полноте и надежности данных теории и эксперимента.

Целью настоящей работы является численный анализ сопряженных режимов турбулентной естественной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутой прямоугольной полости при наличии прозрачной для излучения стенки. Физическая область решения представлена на рис.1. Внутри полости находится среда, которая считается ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Внутренние поверхности стенок являются диффузно-серыми. Газ является прозрачным для излучения. Внешние границы горизонтальных стенок ($y = 0, y = L + 2h$) и правой вертикальной стенки ($x = L + 2h$) считаются адиабатическими. На внешней границе левой вертикальной стенки ($x = 0$) реализуются условия конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой. На внутренней поверхности нижней стенки располагается тонкий источник энергии постоянной температуры.

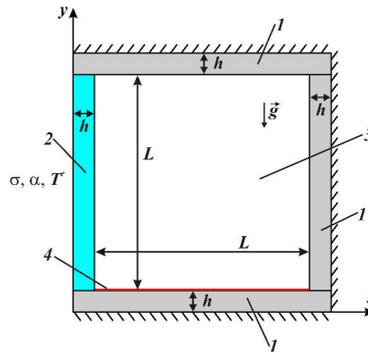


Рис.1. Область решения задачи: 1 – твердая непрозрачная стенка, 2 – прозрачная для излучения стенка, 3 – воздушная полость, 4 – локальный изотермический источник энергии

Процесс переноса массы, импульса и энергии в рассматриваемой области (рис. 1) описывался с использованием следующей системы уравнений в частных производных:

- внутри полости:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left(U - \frac{\partial v_t}{\partial X} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial X} + \left(U - \frac{\partial v_t}{\partial Y} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + v_t \right) \frac{\partial \Omega}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + v_t \right) \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right] + \left(\frac{\partial^2 v_t}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 v_t}{\partial Y^2} \right) \left(\Omega + 2 \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + 4 \frac{\partial^2 v_t}{\partial X \partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right], \quad (3)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \tau} + U \frac{\partial K}{\partial X} + V \frac{\partial K}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial Y} \right] + P_k + G_k - E, \quad (4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + U \frac{\partial E}{\partial X} + V \frac{\partial E}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial E}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial E}{\partial Y} \right] + c_{1\varepsilon} (P_k + c_{3\varepsilon} G_k) \frac{E}{K} - c_{2\varepsilon} \frac{E^2}{K} \quad (5)$$

- для твердых (непрозрачных) стенок (1 на рис.1):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{1,3}}{\sqrt{Pr \cdot Ra}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (6)$$

- для прозрачной стенки (2 на рис.1)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{2,3}}{\sqrt{Pr \cdot Ra}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) + S_q \quad (7)$$

Здесь $S_q = \frac{G\kappa}{\lambda_2 \Delta T/h} \cdot \left(\frac{1}{h/L} \right)^2 \frac{a_{2,3}}{\sqrt{Pr \cdot Ra}} \exp(-s_g LX)$. Значения P_k, G_k , а так же параметры стандартной

$k-\varepsilon$ модели турбулентности для данной задачи подробно описаны в [2].

Граничные условия для сформулированной задачи (1) – (7) имеют следующий вид:

- на границах $X = 1+2h/L$, $Y = 0$ и $Y = 1+2h/L$ моделировалось условие теплоизоляции $\partial\Theta/\partial\bar{n} = 0$;
- на границе $X = 0$ были реализованы условия конвективно-радиационного теплообмена с окружающей средой:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial X} = \text{Bi}(\Theta - \Theta_e) + N \cdot \left[\left(\Theta + \frac{T_0}{\Delta T} \right)^4 - \left(\Theta_e + \frac{T_0}{\Delta T} \right)^4 \right];$$

- на внутренних границах твердого материала и диатермичной среды, параллельных оси OY :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial X} = 0, \quad \Theta_i = \Theta_3, \quad \lambda_{i,3} \frac{\partial\Theta_i}{\partial X} = \frac{\partial\Theta_3}{\partial X} \pm \tilde{Q}_{\text{rad}};$$

- на внутренней границе $Y = h/L$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial Y} = 0, \quad \Theta = 1.0;$$

- на внутренней границе $Y = 1+h/L$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial Y} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_3, \quad \lambda_{1,3} \frac{\partial\Theta_1}{\partial X} = \frac{\partial\Theta_3}{\partial X} \pm \tilde{Q}_{\text{rad}}.$$

Для более детального исследования профилей температуры вблизи стенок использовалось специальное преобразование координат для сгущения разностной сетки [2]. Сформулированная задача решена методом конечных разностей на неравномерной сетке 120×120 . Радиационный тепловой поток через прозрачную стенку моделируется на основе приближения холодной среды [3, 4].

Исследование проводилось в широком диапазоне изменения определяющих параметров, которые характеризуют описываемый процесс теплопереноса. В результате получены распределения изолиний функции тока, температуры, турбулентных параметров. Определены средние конвективное и радиационное числа Нуссельта, характеризующие теплообмен на поверхности источника энергии. Показана существенная асимметрия в распределении изотерм и изолиний функции тока в полости, связанная, в первую очередь, с учетом радиационного теплопереноса через прозрачную для излучения стенку. Установлена зависимость среднего конвективного и радиационного чисел Нуссельта от теплофизических характеристик ограждающих стенок.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-6942.2015.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sharma A.K., Velusamy K., Balaji C. Interaction of turbulent natural convection and surface thermal radiation in inclined square enclosures // Heat Mass Transfer. – 2008. – Vol. 44. – Pp. 1153–1170.
2. Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Numerical simulation of turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. – 2015. – Vol. 25, No. 7. – Pp. 1600–1618.
3. Siegel R., Howell J.R. Thermal radiation heat transfer. London: Taylor & Francis, 2002.
4. Xaman J., Arce J., Alvarez G., Chavez Y. Laminar and turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with a glass wall // International Journal of Thermal Sciences. – 2008. – Vol. 47. – Pp. 1630–1638.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ШИФРОВАНИЕ ДАННЫХ АЛГОРИТМОМ RSA

А.А. Неретин

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: drdmx@yandex.ru

PARALLEL DATA ENCRYPTION WITH RSA ALGORITHM

A.A. Neretin

Scientific Supervisor: PhD, Associate Prof. O.L. Kritski

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: drdmx@yandex.ru

Abstract: In this paper a parallel RSA algorithm with preliminary shuffling of source text was presented. Dependence of an encryption speed on the number of encryption nodes has been analysed, The proposed algorithm was implemented on C# language.

Наиболее актуальной темой в XXI веке – веке информационных технологий - является работа с информацией, а главным приоритетом становится ее защита. Суть работы заключается в защите передаваемых данных и увеличении скорости обработки посредством нескольких этапов шифрования. Первый этап включает в себя предварительное перемешивание информации с использованием SHUFFLE алгоритма [1]. Второй этап – параллельное шифрование алгоритмом RSA на n узлах, где под узлом понимается персональный компьютер, входящий в сеть «Отправитель-Получатель». Разработанная нами схема представлена на рис. 1.

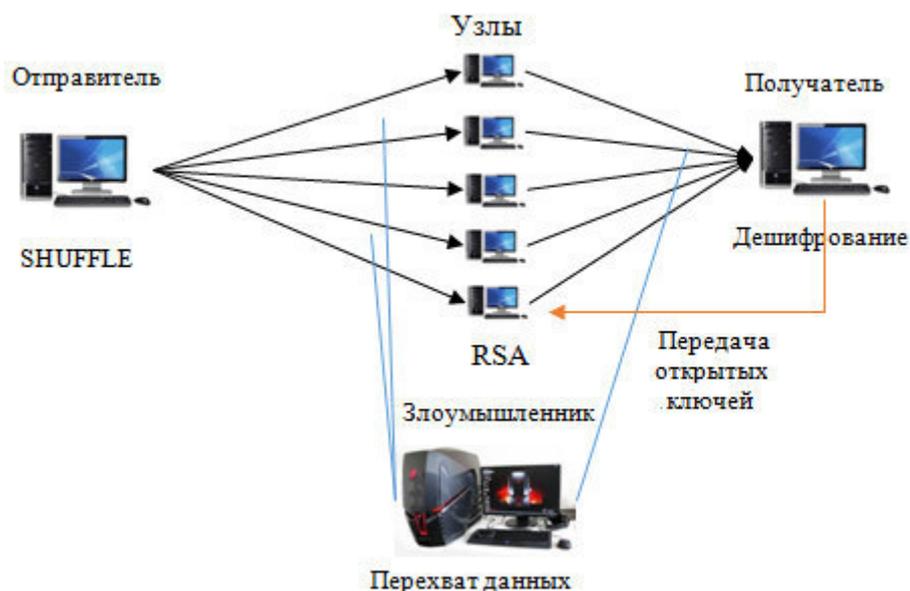


Рис. 1. Схема параллельного шифрования данных с возможностью перехвата информации

Так как алгоритм RSA относится к типу асимметричных, то скорость его работы намного ниже, чем у симметричных, но его криптоустойчивость кратно выше [2]. Параллельное шифрование частей текста на нескольких узлах значительно повышает скорость шифрации, а также повышает защищенность передаваемых данных, ведь если злоумышленник получит даже несколько частей текста на одном из двух этапов, то не сможет получить цельного текста, несущего смысл для получателя.

Основная идея в реализации данного алгоритма заключается в перемешивании изначального текста при помощи SHUFFLE алгоритма, разделении результата на n равных частей (дабы распределить нагрузку между узлами) и отправка текстов на компьютеры, входящих в цепь параллельного шифрования. Для шифрации получатель генерирует n парных ключей (один для шифрования, а второй для дешифрования) и производит их передачу на узлы. После получения части текста каждый узловой компьютер производит шифр-текст и передаёт его в точку приёма информации, для дальнейшей дешифрации и сбора цельного текста [3].

При параллельной шифрации данных скорость зависит от нескольких факторов:

1. длина текста;
2. используемый язык (английский, русский);
3. длина ключа;
4. количество узлов.

Результаты измерения скорости шифрования текстов при изменении различных факторов представлены в табл. 1. Измерения скорости производились на нескольких текстах равной длины, но разного содержания (литературный, технический, научный).

Таблица 1

Скорость шифрования при различном количестве узлов, с

| | Без узлов | 2 узла | 4 узлов | 8 узлов | 16 узлов |
|------------------------------------|-----------|--------|---------|---------|----------|
| Текст на английском длиной 1600 | 0,042 | 0,029 | 0,022 | 0,0206 | 0,0201 |
| Текст на русском языке длиной 1400 | 0,040 | 0,030 | 0,027 | 0,0263 | 0,0231 |

Английский текст длиной 1600 слов имеет 8760 символов (35 040 байт), русский текст длиной 1400 слов, в свою очередь имеет 8674 символа (34696 байт) в кодировке UTF-32.

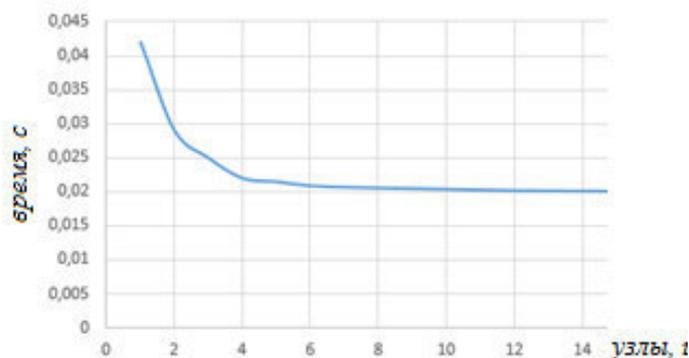


Рис. 2. Изменение скорости шифрования в зависимости от количества узлов

Криптоустойчивость алгоритма RSA основывается на сложности подсчёта обратной функции к функции шифрования. Для её расчёта нужно вычислить функцию Эйлера от открытого ключа n . Эта задача сводится к разложению (факторизации) данного числа на простые множители. Самый эффективный алгоритм выполнения факторизации на данный момент – общий метод решета числового поля

(РЧП). Криптостойкость алгоритма оценивается временем, которое требуется для факторизации k -битного числа методом РЧП, которое можно оценить как:

$$\exp(c+o(1))k^{1/3}\log^{1/3}k,$$

где $c < 2$ – коэффициент который, зависит от вычислительной мощности компьютера.

В связи с постоянным ростом вычислительных мощностей для шифрации использовался ключ длиной 2048 бит, что равно $(2^{2047} - 617)$ -значному числу. На сегодняшний день ключ длиной 2048 бит является криптоустойчивым, для его взлома потребуется $2,042 \cdot 10^8$ лет. К настоящему времени явно был взломан лишь ключ длиной 700 бит, при этом процесс занял 11 месяцев совместной работы 300-400 компьютеров (2007 год). Реализованная схема так же повышает криптостойкость в n раз и исключает полный перехват информации, что почти на 100% защищает пользователя, так же если будет произведена подмена пакетов данных, то получатель сможет легко найти брешь в защите, ведь он будет знать номер узла, в котором произошла подмена данных.

Анализ результатов, представленных в табл. 1, показывает, что оптимальным количеством узлов для эффективного ускорения шифрования по данному методу является 8-16 узлов, использование которых ускоряют вычисление на 42,5-52% относительно скорости шифрования на персональном компьютере. Дальнейшее увеличение узлов не придает весомого ускорения и может быть использовано лишь для повышения криптостойкости. Защита будет повышаться прямо пропорционально увеличению количества узлов, ведь будут появляться новые парные ключи, которые так же нужно будет взламывать.

Алгоритм SHUFFLE намного быстрее, и выполняется за 0,0001 с для текста почти любой длины (рассматривался текст длиной 30 000 символов и 3 циклами перемешивания), при уменьшении или увеличении его размера на скорость это никак не влияет, влияет только разрядность шины данных микропроцессора.

Реализация схемы параллельного шифрования выполнена на языке C# в среде разработки Visual Studio. Для сопоставления буквам и символам числового эквивалента использовались значения кодировки UTF-32, после шифрования выполнялось обратное преобразование в Base64String, данная функция при конвертации использует сопоставление чисел с символами в кодировке ASCII. Это позволяет производить однозначное преобразование для шифрации и дешифрации.

Данные исследования могут быть полезны в экономической сфере. Предложенный алгоритм имеет применение при передаче новостных текстов, секретных документов, предназначенных для закрытого круга лиц [3]. Из-за отсутствия эффективного метода для факторизации чисел длиной большей, чем 230 разрядов, сгенерированные единожды ключи могут использоваться на протяжении нескольких лет, а может и десятилетий. Также в любой момент можно произвести замену ключей, включенных в систему.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Margonda J. Perfect Shuffle Algorithm for Cripthography. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2014. – V. 9 (12), p. 2384-2386.
2. Петров А.А. Компьютерная безопасность. Криптографические методы защиты. – М.: ДМК, 2000. – 449 с.
3. Яковлев А.В. Криптографическая защита информации: учебное пособие/ Яковлев А.В., Безбогов А.А., Родин В.В., Шамкин В.Н. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 140 с.

**КЛАСТЕРИЗАЦИЯ РОССИЙСКИХ ВУЗОВ В ФАКТОРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ
ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ МАТЕМАТИКА**

Д.А. Новосельцева

Научный руководитель: доцент, к ф.-м. н. А.А. Михальчук

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: dary_2503@mail.ru

**CLUSTERING RUSSIAN UNIVERSITIES IN THE FACTOR SPACE OF ENTRANCE
EXAMINATIONS BY FIELD OF EDUCATION MATHEMATICS**

D.A. Novoseltseva

Scientific Supervisor: As. Prof., PhD A.A. Mikhalechuk

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: dary_2503@mail.ru

***Abstract.** This article was performed multivariate statistical analysis of experimental data quality entrants in Russian universities by field of education mathematics (FEM). Constructed 4-factor model for the 9 indicators of quality set in the university. Constructed 12 cluster model of 119 Russian universities FEM, which allows to allocate groups of universities, homogeneous sets of factorial indicators. The results of the statistical analysis may be taken into account in decision-making in the ongoing reform of higher education.*

В данной работе, выполнен многомерный статистический анализ экспериментальных данных качества набора абитуриентов в ВУЗы по направлению подготовки математика (НПМ), включающему в себя, в частности, подготовку по прикладной математике и информатике [1]. В качестве базы данных взяты данные 119 ВУЗов по следующим 9- ти показателям: EG_{15} - средний балл ЕГЭ зачисленных в 2015 году, EG_{14} - средний балл ЕГЭ зачисленных в 2014 году, $EG_{ид}$ - средний балл ЕГЭ зачисленных в 2015 году с учетом индивидуальных достижений, N - количество студентов, зачисленных на бюджетные места, N_c - количество студентов, зачисленных на бюджетные места по результатам конкурса, N_{TS} - количество студентов, зачисленных на целевые места, N_L - количество студентов, зачисленных на бюджетные места по льготам, N_o - количество студентов, зачисленных на бюджетные места по результатам олимпиады, $N_o\%$ - доленое количество студентов (в % от общего количества бюджетных мест), принятых по олимпиадам. Из анализа были исключены те ВУЗы, в которых численность поступивших на бюджетные места по направлению подготовки Математика не превышала 10 человек. Таким образом, созданная в MSExcel база данных впоследствии использовалась в пакете Statistica[2] для статистического анализа данных.

В рамках корреляционного анализа обнаружены высоко значимые (на уровне значимости $p < 0,0005$) положительная корреляционная зависимость между показателями в группах $\{EG_{15}, EG_{14} \text{ и } EG_{ид}\}, \{N, N_c \text{ и } N_L\}$, а также $\{N_o \text{ и } N_o\%\}$ (рис.1).

С помощью факторного анализа методом главных компонент построена следующая 4-х факторная модель показателей (табл. 1), полностью соответствующая рис.1.

Таблица 1

Вращаемые факторные нагрузки в полученной 4-х факторной модели

| Перемен. | Фактор 1 | Фактор 2 | Фактор 3 | Фактор 4 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ЕГЭ ₁₅ | 0.350 | 0.173 | 0.267 | 0.092 |
| ЕГЭ ₁₄ | 0.920 | 0.222 | 0.198 | 0.085 |
| ЕГЭ _{ид} | 0.935 | 0.177 | 0.258 | 0.094 |
| N | 0.241 | 0.921 | 0.193 | 0.146 |
| No | 0.276 | 0.289 | 0.902 | 0.042 |
| No% | 0.301 | -0.018 | 0.939 | 0.053 |
| N _{ТС} | 0.133 | 0.167 | 0.058 | 0.975 |
| N _L | 0.118 | 0.888 | 0.126 | 0.080 |
| N _c | 0.201 | 0.948 | 0.012 | 0.097 |
| Общ.дис. | 2.892 | 2.759 | 1.928 | 1.017 |
| Доля фактора | 0.321 | 0.307 | 0.214 | 0.113 |

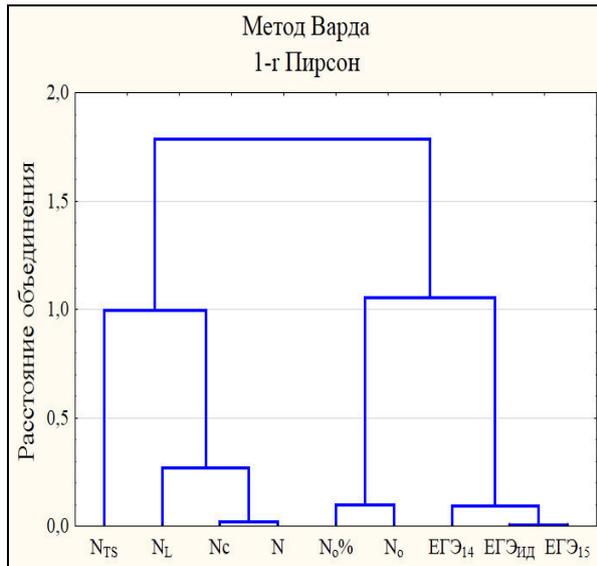


Рис.1. Дендрограмма исходных показателей

Для дальнейшего анализа была использована 3-факторная модель, включающая тройку первых основных факторных показателей и объясняющая изменчивость на $\approx 84\%$. Из табл.1 видно, что высокие факторные нагрузки первоначальных показателей разделились по факторам таким образом: фактор 1 – фактор вступительных испытаний Фегэ характеризуется положительной корреляционной связью с ЕГЭ₁₅, ЕГЭ₁₄, ЕГЭ_{ид} и интерпретируется как фактор среднего балла ЕГЭ; фактор 2 – фактор Φ_{No} характеризуется положительной корреляционной связью с No и No% и интерпретируется как фактор количества студентов, поступивших с помощью победы в олимпиаде; фактор 3 – фактор численности Φ_N характеризуется положительной корреляционной связью с N, N_c, N_L и интерпретируется как фактор численности поступивших по НПМ.

В построенном 3-х мерном факторном пространстве $\{\Phi_{егэ}, \Phi_{No}, \Phi_N\}$ проведена кластеризация 119-и ВУЗов. В результате получено разбиение 119 ВУЗов на 12 кластеров. Согласно параметрическому F-критерию и ранговому критерию Краскела-Уоллиса кластеры групп ВУЗов различаются высоко значимо по всем факторным показателям (уровень значимости $p < 0,0005$).

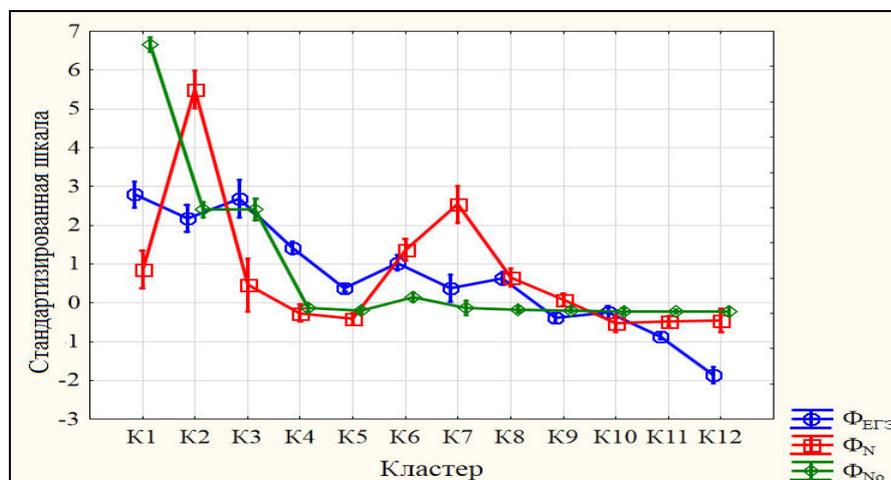


Рис.2. График средних для каждого кластера

Из рис. 2 наглядно видно, что кластеры К4, К5, К7 - К12 являются однородными по фактору Φ_{No} (на уровне значимости $p > 0,1$), причем согласно параметрическому F - критерию К6 отличается от соседнего кластера К7 статистически значимо ($0,005 < p_F \approx 0,015 < 0,05$), ранговый критерий Краскела-Уоллиса сглаживает данное различие до незначимого ($p_{F-Y} > 0,1$). Кластеры К4, К5, К10 - К12 являются однородными и по фактору Φ_N , причем К9 отличается от кластера К12 сильно значимо ($0,0005 < p_F \approx 0,002 < 0,005$) по F -критерию, но статистически значимо ($0,005 < p_{F-Y} \approx 0,016 < 0,05$) по критерию Краскела-Уоллиса. По фактору $\Phi_{EG\Delta}$ выделяется, например, однородная группа кластеров К1, К3, причем К4 отличается от них по F - критерию сильно значимо ($0,0005 < p_F \approx 0,002 < 0,005$), а по ранговому критерию Краскела-Уоллиса – статистически значимо ($0,005 < p_{F-Y} \approx 0,04 < 0,05$), при этом К2 отличается от К1 статистически значимо ($p_F \approx 0,013$ и $p_{F-Y} \approx 0,046$).

Итоги кластерного анализа ВУЗов по совокупности факторов, учитывая результаты множественных сравнений кластерных средних для каждого фактора, дают возможность провести классификацию ВУЗов в порядковой шкале стандартизированных измерений, считая в качестве уровня «Абсолютный лидер» – стандартизированный интервал ($> +4$), «Лидер» – ($+2; +4$), «Выше среднего» – ($0,75; 2$), «Средний» – ($-0,75; +0,75$), «Ниже среднего» – ($-2; -0,75$).

Используя данную стандартизованную шкалу можно сделать вывод, что, по фактору $\Phi_{EG\Delta}$ ВУЗы кластеров К1 (ВШЭ, СПб НИ ун-т информационных технологий), К2 (МГУ, СПбГУ), К3 (МФТИ) являются «лидерами», средний балл $EG\Delta$ данных кластеров превышает 87, а ВУЗы кластеры К12, который включает в себя такие ВУЗы, как Чеченский ГУ, Братский ГУ, демонстрируют уровень $EG\Delta$ близкий к «ниже среднего», средний балл $EG\Delta$ которых ниже 50. Абсолютным лидером по количеству подготовки специалистов по НПМ являются ВУЗы кластеров К2 (более 400 студентов), также лидерами являются ВУЗы К7 (Нижегородский ГУ, Воронежский ГУ). Абсолютным лидером по количеству студентов, поступивших по олимпиаде является кластер К1, долевое количество студентов, принятых по олимпиадам данного кластера превышает 70%. Томский ПУ (средний балл $EG\Delta \approx 73$, $N = 40$) входит в К5, а Томский ГУ (средний балл $EG\Delta \approx 67$, $N = 150$) – в К8, которые различаются только по Φ_N и характеризуется средним уровнем всех факторных показателей.

Результаты проведенного статистического анализа могут быть учтены при принятии управленческих решений в рамках проходящей реформы высшего образования.

Выводы.

1. На основании корреляционного анализа выявлены 3 группы исходных показателей: $\{EG\Delta_{14}, EG\Delta_{15}, EG\Delta_{ид}\}$, $\{N, N_c, N_L\}$, $\{No, No\%\}$, что позволило с помощью факторного анализа построить 3-х факторную модель, объясняющую изменчивость на $\approx 84\%$.
2. В рамках кластерного анализа в 3-х мерном факторном пространстве $\{\Phi_{EG\Delta}, \Phi_{No}, \Phi_N\}$ построена 12-ти кластерная высококачественная модель 119-ти вузов по НПМ. Для каждого факторного показателя выделены группы однородных кластеров и оценен уровень значимости различий неоднородных кластеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Качество бюджетного приема в государственные вузы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.hse.ru/ege/>. – 25.03.2016.
2. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов. – СПб.: Питер, 2003. – 688 с.

**СОПРЯЖЕННЫЕ РЕЖИМЫ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ
В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ТЕПЛОПРОВОДНЫМИ СТЕНКАМИ
ПРИ НАЛИЧИИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО УЧАСТКА**

И.И. Носонов

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: nosonov_94@mail.ru

**CONJUGATE MIXED CONVECTION IN A RECTANGULAR CAVITY
WITH HEAT CONDUCTING SOLID WALLS AND ISOTHERMAL ZONE**

I.I. Nosonov

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: nosonov_94@mail.ru

***Abstract.** Conjugate mixed convective flow and heat transfer in a rectangular cavity with inlet and outlet sections is analyzed numerically. The domain of interest contains heat conducting solid walls of finite thickness and a local heat source of constant temperature. Governing equations formulated in dimensionless variables with corresponding initial and boundary conditions have been solved by finite difference method. The effects of Richardson number, thermal conductivity ratio and dimensionless time on fluid flow patterns and temperature fields have been analyzed.*

Задачи конвективного теплопереноса встречаются во многих областях науки и техники, особенно ярко эти транспортные процессы проявляются в технических системах, содержащих тепловыделяющие элементы [1-4]. Создание эффективных систем охлаждения таких элементов требует всестороннего изучения нестационарных режимов переноса массы, импульса и энергии внутри анализируемого объекта за счет механизмов смешанной конвекции и теплопроводности внутри твердых стенок [5].

В настоящей работе анализируются нестационарные режимы смешанной конвекции в прямоугольной полости с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии входного и выходного отверстий, а также изотермического участка (рис. 1). Предполагается, что во входном сечении задается расход охлаждающей ньютоновской жидкости, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Температура изотермического участка во все время процесса постоянна. Теплофизические характеристики рабочей среды и материала твердых стенок являются постоянными, режим течения – ламинарный.

Для описания рассматриваемого процесса используются двумерные нестационарные уравнения Обербека–Буссинеска, сформулированные в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура», с соответствующими начальными и граничными условиями [5, 6]. Сформулированная краевая задача решается численно методом конечных разностей [7, 8]. На рисунке 1 представлены результаты влияния размерности разностной сетки на профили температуры, отражающие

несущественное изменение анализируемого параметра. Для дальнейших расчетов была использована сетка размерностью 100×100 элементов.

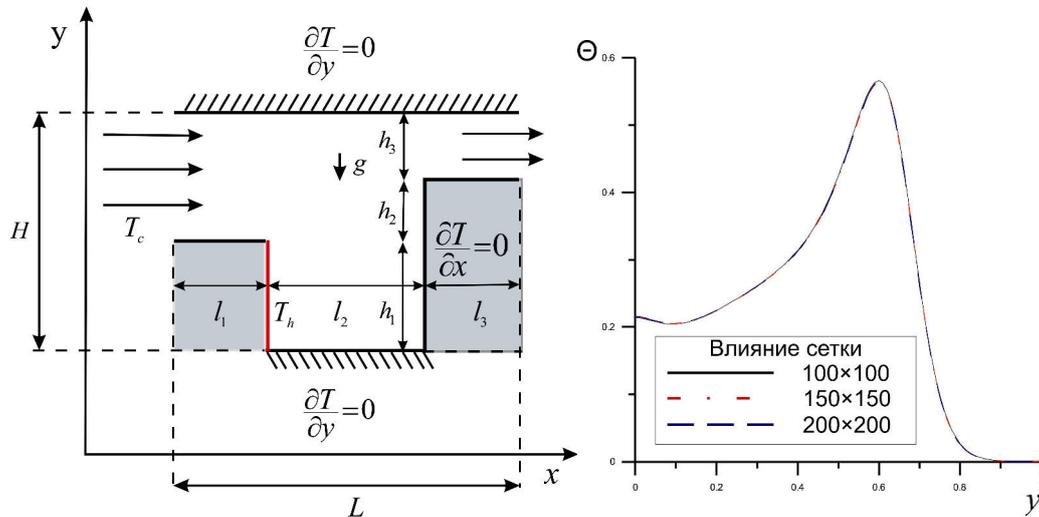


Рис. 1. Область решения задачи и профили температуры в зависимости от сеточных параметров

Численное моделирование было проведено в широком диапазоне изменения определяющих параметров. Варьирование теплофизических характеристик ограждающих стенок незначительно влияет на распределения скорости и температуры внутри полости при высоких значениях числа Ричардсона.

На рис. 2 изображены линии тока и изотермы при различных значениях числа Ричардсона. Распределение изолиний функции тока отражает формирование циркуляционного течения внутри полости, интенсивность которого растет при увеличении числа Ричардсона. Следует отметить, что образование рассматриваемого вихря обусловлено как геометрией области решения, так и наличием изотермического участка. Увеличение числа Ричардсона характеризует смену режимов конвективного теплопереноса – происходит переход от режима вынужденной конвекции при малых значениях Ri , к режимам смешанной и естественной конвекции.

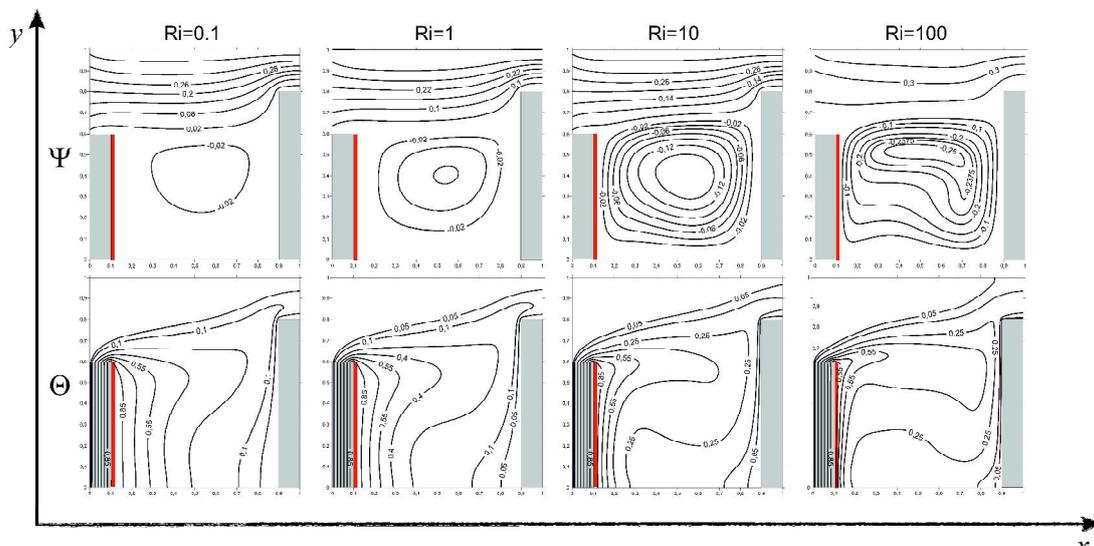


Рис. 2. Влияние числа Ричардсона на изолинии функции тока Ψ и температуры Θ

На рис. 3 представлена зависимость среднего числа Нуссельта на изотермической стенке от времени и числа Ричардсона в случае адиабатических стенок [9] и полностью теплопроводных стенок. Увеличение числа Ричардсона приводит к увеличению интенсивности теплообмена. Введение теплопроводных стенок проявляется также в интенсификации теплопереноса вследствие охлаждения со стороны внешней среды по всей границе $x = 0$.

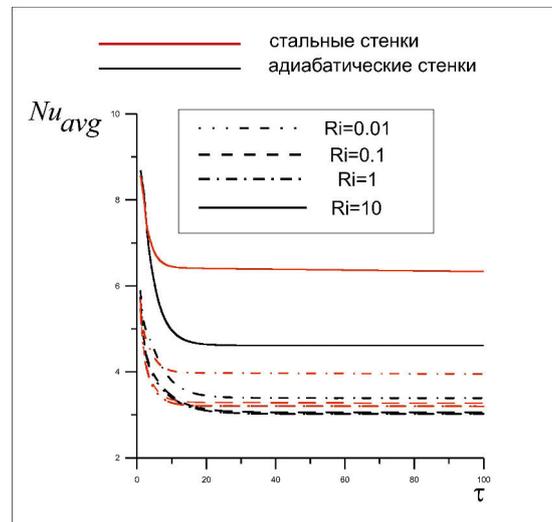


Рис. 3. Влияние числа Ричардсона на временные зависимости среднего числа Нуссельта в теплопроводных и не в теплопроводных стенках

Работа выполнена в рамках реализации Государственного Задания (проект 13.1919.2014/К).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kasaeipoor A. Ghasemi B. Aminossadati S.M. Convection of Cu-water nanofluid in a vented T-shaped cavity in the presence of magnetic field // Int. J. Thermal Sciences. – 2015. – Vol. 94. – P. 50–60.
2. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Numerical simulation of convective heat transfer modes in a rectangular area with a heat source and conducting walls // ASME J. Heat Transfer. – 2010. – Vol. 132. – P. 1–9.
3. Ермолаев И.А., Жбанов А.И., Кошелев В.С. Смешанная конвекция при слабом внешнем течении в вертикальном канале с источником тепла конечных размеров // Теплофизика высоких температур. – 2008. – Т. 46, № 5. – С. 717–722.
4. Ермолаев И.А., Жбанов А.И. Смешанная конвекция в вертикальном канале с дискретными источниками тепла на стенке // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2009. – № 4. – С. 40–46.
5. Jaluria Y. Design and Optimization of Thermal Systems. – New York: McGraw-Hill, 1998. – 626 p.
6. Джалурия Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
7. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
9. Носонов И.И., Шеремет М.А. Исследование режимов смешанной конвекции в прямоугольной полости при наличии изотермической стенки // Все грани математики и механики: Труды молодежной научной конференции. – Томск, 2015. – С. 43–49.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ
ШНУРОВ ИЗ СТЕКЛОВОЛОКНА В АРАМИДНОЙ ОПЛЕТКЕ**

М.С. Павлов, Н.Н. Марицкий,

Научный руководитель: д.ф.-м.н. С.В. Пономарев

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина 36, 634050

E-mail: mcpavlov@niipmm.tsu.ru

**MATHEMATICAL MODEL OF COMPOSITE FIBRE-GLASS ARAMIDE-WIRED CORD
PROPERTIES**

M.S. Pavlov, N.N. Maritskiy,

Scientific Supervisor: Dr. S.V. Ponomarev

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: mcpavlov@niipmm.tsu.ru

***Abstract.** This paper described the rheological properties of composite fibre-glass aramide-wired cords which, in its turn, are applied in large-sized structures for space systems. A mathematical model describing creeping and relaxation of composite cords was proposed. This model defined the operation time of these composite cords to be 15 years*

Рассматриваемые в работе композиционные шнуры используются для изготовления космических крупногабаритных механических систем, в частности – антенных рефлекторов, со сроком активного существования до 15 лет и более. Использование рефлекторными антеннами высокочастотных диапазонов требует высокой точности геометрической формы отражающей поверхности рефлектора. Вантовые элементы, входящие в состав конструкции, должны, при этом, обладать высокой размеростабильностью. Рассматриваемые шнуры обладают весьма малым коэффициентом температурного расширения, что делает их предпочтительными для использования на орбите. При этом, шнуры такого типа проявляют реологические свойства. Как показали исследования, скорость деформирования шнуров при постоянной нагрузке зависит от температуры. Это определяет необходимость разработки математической модели, позволяющей прогнозировать механическое поведение таких шнуров на орбите.

Для описания процессов деформирования шнуров для одномерного случая использована вязкоупругая модель вида [1]

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E_0 \left[\varepsilon(t) - \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) F[T(\tau)] d\tau \right], \\ \varepsilon(t) &= \frac{1}{E_0} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) f[T(\tau)] d\tau \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где E_0 – мгновенный модуль упругости, $\sigma(t)$ и $\varepsilon(t)$ – функции времени для напряжений и деформаций, $R(t)$ и $K(t)$ – ядра релаксации и ползучести. $F[T(t)]$ и $f[T(t)]$ – функции влияния температуры.

При постоянном уровне напряжений (для ползучести) и деформаций (для релаксации) и постоянной температуре соотношения (1) можно записать в виде

$$\frac{\sigma_k - \sigma(t)}{\sigma_k} = F[T] \int_0^t R(t-\tau) d\tau, \quad \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_k}{\varepsilon_k} = f[T] \int_0^t K(t-\tau) d\tau, \quad (2)$$

$$\sigma_k = \sigma(\varepsilon_k, T = \text{const}),$$

где σ_k – напряжение, и ε_k – деформация при k -том эксперименте. Влияние температуры описывается как:

$$\sigma(\varepsilon, T) = E(T)(100 \cdot \varepsilon)^{\alpha(T)},$$

где $E(T)$ – функция температуры для модуля упругости, аппроксимируемая полиномом третьей степени, $\alpha(T)$ – параметр модели, имеющий вид степенной функции от температуры.

Для практического использования, предлагается использование упрощенного вида ядер релаксации и ползучести, обоснование которого приводится далее,

$$R(t) = b / \text{ch}^2(bt), \quad K(t) = b / \text{ch}^2(b_1 t), \quad (3)$$

где b и b_1 – постоянные параметры ядер, определяемые экспериментально.

Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода

$$y(x) = \lambda \int_a^x K(x,t) y(t) dt + f(x), \quad x \in [a, b]; t \in [a, b].$$

Это уравнение имеет единственное непрерывное решение, которое может быть найдено из равенства

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^x R(x,t, \lambda) f(t) dt,$$

где $R(x,t,\lambda)$ – резольвента для ядра $K(t)$, определяется рекуррентным соотношением

$$R(x,t,\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n-1} K(x,t), \quad K(x,t)_{n+1} = \int_t^x K(x,s) K_n(s,t) ds \quad (n=1, 2, \dots).$$

Таким образом, для заданного ядра резольвента имеет вид:

$$R(x,t,\lambda) = \frac{1}{[\text{ch}(t)]^2} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n-1} [\text{th}(x) - \text{th}(t)]^{n-1}.$$

При $x=0$ и параметре $\lambda=b$ резольвента принимает вид (3).

Оценка погрешности ядер вида (3) относительно (2), при $t > 60$ далана более 3,7 %.

Для временных интервалов свыше 600 минут шнуры демонстрируют установившуюся ползучесть, неаппроксимируемую (2), (3). Характер этой ползучести связан с ползучестью материала сердечника (стекла), который несет основную нагрузку во время эксплуатации. Таким образом, для описания реологических свойств шнуров в течение длительного времени (до 15 лет) выражения (2) были модифицированы введением слагаемого, описывающего ползучесть материала сердечника[2]:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E_0 \left[\varepsilon(t) - \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) F[T(\tau)] d\tau - \theta(t-t_0) \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) F[T(\tau)] d\tau \right], \\ \varepsilon(t) &= \frac{1}{E_0} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) f[T(\tau)] d\tau + \theta(t-t_0) \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) f[T(\tau)] d\tau \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где $R(t)$ и $K(t)$ – ядра релаксации и ползучести материала сердечника, функции $F[T(t)]$ и $f[T(t)]$ – функции влияния температуры, $\Theta(t-t_0)$ – функция Хевисайда, t_0 – время начала учета добавочного слагаемого.

Для рассматриваемого периода $t_0 \approx 120$ минут мало, также в рабочем диапазоне температур влияние температуры на реологические свойства сердечника незначительно, поэтому принято $F[T(t)] = f[T(t)] = 1$. Следовательно, для постоянного уровня напряжений и деформаций, (4) можно записать в виде

$$\frac{\sigma_k - \sigma(t)}{\sigma_k} = \int_0^t R(t-\tau) d\tau, \quad \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_k}{\varepsilon_k} = \int_0^t K(t-\tau) d\tau,$$

где: $\sigma_k = \sigma(t_0)$ и $\varepsilon_k = \varepsilon(t_0)$, вычисленные по (1).

На основании исследований [3], где определен характер длительной прочности материала сердечника, для него выбран вид ядра ползучести $K(t)$ и соответствующей резольвенты $R(t)$.

$$K(t) = A e^{-\beta t} t^{\alpha-1}, \quad R(t) = \frac{1}{t} \sum_n \frac{[\alpha \Gamma(\alpha)]^n t^{\alpha n}}{\Gamma(\alpha n)}, \quad \text{при } \beta = 0,$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция, A, β – константы, определяемые экспериментально.

Таким образом, соотношения, полностью описывающие реологическое поведение шнуров, есть:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= E_0 \left[\varepsilon(t) - \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) F[T(\tau)] d\tau \right] \left[1 - \theta(t-t_0) \int_0^t R(t-\tau) d\tau \right], \\ \varepsilon(t) &= \frac{1}{E_0} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) f[T(\tau)] d\tau \right] \left[1 + \theta(t-t_0) \int_0^t K(t-\tau) d\tau \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Предложенная математическая модель (5) с высокой точностью описывает экспериментальные результаты деформирования шнуров марки ШРА на интервале времени до 550 часов и позволяет спрогнозировать механическое поведение шнуров на срок до 15 лет в переменном температурном поле.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ. Уникальный идентификатор RFMEFI57814X0073.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация / М. А. Колтунов. – М., Высшая школа, 1976.
2. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1977.
3. Браутман Л. Композиционные материалы. Т. 5: Разрушение и усталость.; пер. с англ. под ред. Г.П. Черепанова / Л. Браутман, Р. Крок. – М.: Мир, 1978 – 488 с.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ЛИНЕЙНОГО КРИСТАЛЛИЗАТОРА
НЕПРЕРЫВНОГО ТИПА НА ПРИМЕРЕ ВЫДЕЛЕНИЯ КРИСТАЛЛОВ ГЕКСАГИДРАТА
НИТРАТА УРАНИЛА**

Е.А. Посеницкий¹

Научный руководитель: директор отделения, к.ф.-м.н. В.А. Кашеев²

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

²Высокотехнологический научно-исследовательский институт неорганических материалов
имени академика А.А. Бочвара,
Россия, г. Москва, ул. Рогова, 5а, 123098

E-mail: posenickiy@gmail.com

**MATHEMATIC SIMULATION OF CONTINUOUS TYPE LINEAR CRYSTALLIZER
OPERATING MODES BASED ON URANYL NITRATE HEXAHYDRATE CRYSTALS SORTING**

E.A. Posenitskiy¹

Scientific Supervisor: Dir. of Department, Ph.D. V.A. Kasheev²

¹Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

²High-Technology Scientific Research Institute for Inorganic Materials,
Russia, Moscow, Rogov St., 5a, 123098

E-mail: posenickiy@gmail.com

***Abstract.** The object of research is crystallization affinage process of uranyl nitrate from nitric acid solution. The process of crystallization affinage is a working operation, which can provide effective extraction and purification of desired products (fission materials) during spent nuclear fuel (SNF) reprocessing. The purpose of the work is mathematical description of the line continuous crystallizer operating modes through the example of uranyl nitrate hexahydrate crystals sorting. The mathematical model presented in the work allows describing changing parameters of the crystallization process in the crystallizer active volume and choosing the most effective operating modes from the point of view of SNF reprocessing desired product extraction.*

Введение. Основной задачей процесса переработки облученного ядерного топлива (ОЯТ) является извлечение присутствующих в ОЯТ делящихся материалов (урана и плутония) с целью их повторного использования для фабрикации ядерного топлива [1], причем при переработке необходимо обеспечить довольно высокую степень очистки делящихся материалов от накопленных в ОЯТ продуктов деления. Промышленно используемая в Российской Федерации [2] и других странах технология переработки ОЯТ основана на растворении ОЯТ в азотной кислоте и использовании различных экстрагентов для селективного извлечения делящихся материалов из азотнокислого раствора с последующей операцией отделения целевых продуктов от экстрагента. Отработавший экстрагент является радиоактивным продуктом, его утилизация представляет серьезную проблему и сопровождается возникновением особого класса отходов – органических радиоактивных отходов. В связи с этим, особый интерес представляет

разработка технологических операций, основанных на использовании безреагентных способов извлечения целевых продуктов из ОЯТ.

Одним из таких способов является метод кристаллизационного выделения урана и плутония из ОЯТ [3-5]. Метод основан на создании условий, при которых целевые продукты, находящиеся в растворенном виде в азотнокислом растворе, выделяются в кристаллическую фазу. Указанный метод в последние годы достаточно интенсивно разрабатывается и имеет аппаратное воплощение в виде экспериментальных аппаратов – кристаллизаторов, наиболее совершенный из которых – линейный кристаллизатор непрерывного действия, разработанный в АО «ВНИИНМ» [6], схематически изображен на рис. 1.

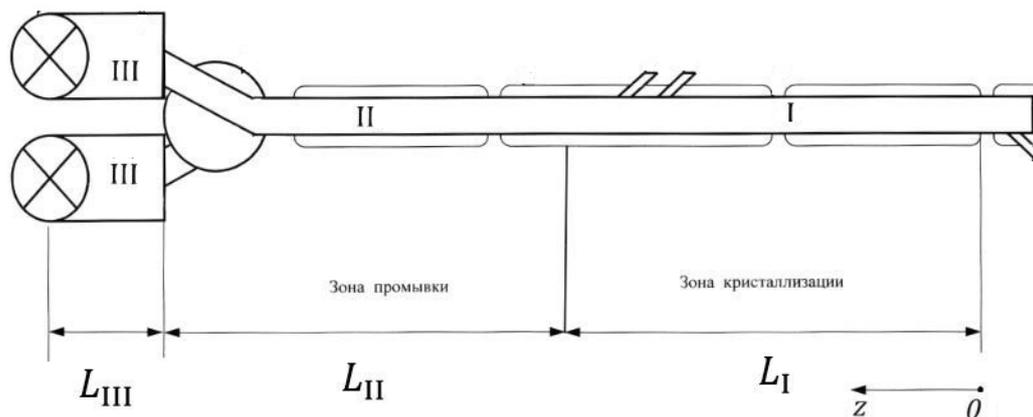


Рис. 1. Схема линейного кристаллизатора непрерывного типа.

I – зона кристаллизации, II – зона промывки, III – накопительная емкость

Математическая модель процесса кристаллизационного выделения в линейном кристаллизаторе.

Запишем полученную после некоторых преобразований систему уравнений, описывающую динамику нестационарных процессов в линейном кристаллизаторе.

| № | Уравнение | Параметр |
|---|---|---|
| 1 | $\frac{\partial R}{\partial t} + v_{\text{ТВ}} \frac{\partial R}{\partial z} = k(C_{\text{НУ}}^{m, \text{нас}} - C_{\text{НУ}}^m)$ | $R(z, t)$ |
| 2 | $\frac{\partial [nv_{\text{ТВ}}]}{\partial z} = -\frac{\partial n}{\partial t}$ | $n(z, t)$ |
| 3 | $W = \frac{4}{3} \pi R^3 n$ | $W(z, t)$ |
| 4 | $\frac{\partial [C_{\text{НУ}}^m \rho_{\text{ж}} v_{\text{ж}} (1-W)]}{\partial z} + \frac{\partial [C_{\text{НУ}}^m \rho_{\text{ж}} (1-W)]}{\partial t} = -4\pi k C_{\text{ТВ}} \rho_{\text{ТВ}} R^2 n (C_{\text{НУ}}^{m, \text{нас}} - C_{\text{НУ}}^m)$ | $C_{\text{НУ}}^m(z, t)$ |
| 5 | $\frac{\partial}{\partial z} \left\{ T \left[v_{\text{ТВ}} W + v_{\text{ж}} \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ТВ}}} \frac{C_{\text{ж}}}{C_{\text{ТВ}}} (1-W) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ T \left[W + \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ТВ}}} \frac{C_{\text{ж}}}{C_{\text{ТВ}}} (1-W) \right] \right\} = A(T_{\text{ст}} - T)$ | $T(z, t)$ |
| 6 | $C_{\text{НУ}}^{m, \text{нас}} = C_{\text{НУ}}^{m, \text{нас}}(T)$ | $C_{\text{НУ}}^{m, \text{нас}}(z, t)$ (1) |
| 7 | $\rho_{\text{ж}} = \frac{1023 - 0,4681 \cdot T}{1 - 0,79 \cdot C_{\text{НУ}}^m - 0,466 \cdot C_{\text{HNO}_3}^m + 0,00055 \cdot C_{\text{HNO}_3}^m \cdot T}$ | $\rho_{\text{ж}}(z, t)$ |
| 8 | $\frac{\partial [\rho_{\text{ж}} v_{\text{ж}} (1-W)]}{\partial z} + \frac{\partial [\rho_{\text{ж}} (1-W)]}{\partial t} = -4\pi k \rho_{\text{ТВ}} R^2 n (C_{\text{НУ}}^{m, \text{нас}} - C_{\text{НУ}}^m)$ | $v_{\text{ж}}(z, t)$ |
| 9 | $v_{\text{ТВ}} = v_{\text{ж}} + \frac{2}{9} \frac{g}{v} R^2 \left[\frac{\rho_{\text{ТВ}}}{\rho_{\text{ж}}} - 1 \right]$ | $v_{\text{ТВ}}(z, t)$ |

Результаты численного моделирования. При проведении численного моделирования применяется метод простых итераций с постоянным шагом по времени Δt . Ниже приведены результаты численных расчетов системы уравнений (1). Представлены зависимости размера кристаллов ГНУ, объемной доли твердой фазы, концентрации НУ в жидкой фазе и скорости движения кристаллов ГНУ в зоне кристаллизации аппарата в зависимости от координаты в различные моменты времени.

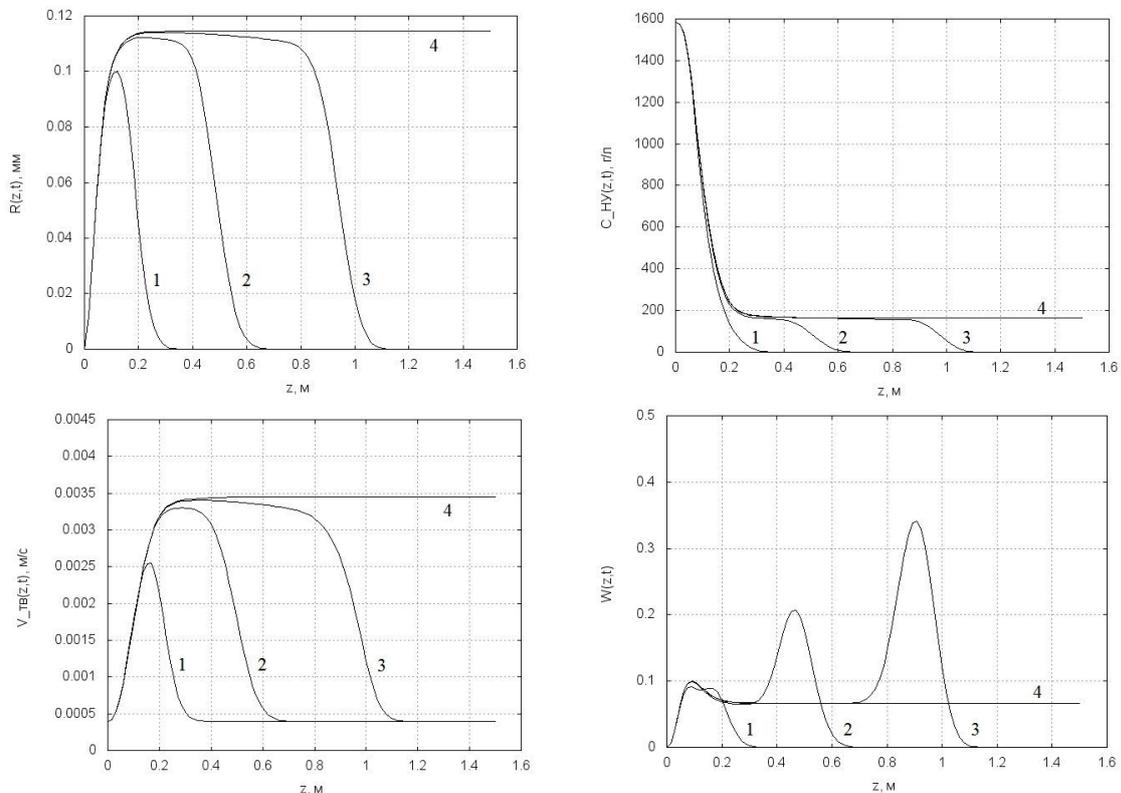


Рис. 2. Графики зависимости параметров процесса кристаллизации от координаты в зоне I аппарата в различные моменты времени: 1 – 10 мин, 2 – 15 мин, 3 – 20 мин, 4 – 60 мин

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Taylor R. Reprocessing and Recycling of Spent Nuclear Fuel. - Woodhead Publishing, 2015.
2. Балакин И.М., Рошин А.Н., Никулин С.Л. и др. Разработка и совершенствование фильтрационного и экстракционного оборудования завода РТ-1 // Вопросы радиационной безопасности. - 1997. - № 2. - С. 13-26.
3. Пат. 2268510 РФ. G21C19/46. Способ очистки нитрата уранила от продуктов деления и устройство для его осуществления / Волк В.И., Арсеенков Л.В., Данилин Е.М. и др. Заявлено 24.02.2004; Оpubл. 20.01.2006.
4. Волк В.И., Арсеенков Л.В., Веселов С.Н., Жеребцов А.А., Мельникова С.Н. Физико-химические основы процесса кристаллизационного выделения и очистки урана в виде плава гексагидрата нитрата уранила // Радиохимия-2009: Сб. тезисов докладов конференции. Москва, 2009. - С. 221.
5. Volk V.I., Arsenkov L.V., Nikonov S.A., Veselov S.N. The study of co-crystallization of uranium and plutonium nitrate hexahydrate in the process of mixture undivided refining crystallization // The first Russian-Nordic Symposium on Radio-chemistry. - Moscow, 2013.
6. Пат. 2528399 РФ. G21C19/00. Способ кристаллизационного выделения и очистки гексагидрата нитрата уранила и устройство для его осуществления / Волк В.И., Арсеенков Л.В., Веселов С.Н. и др. Заявлено 23.01.2013; Оpubл. 20.09.2014.

**РЕКУРСИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВАРОЧНОЙ ЦЕПИ
С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА КАЛМАНА**

Б.И. Пякилля

Научный руководитель: профессор, д.т.н. В.И. Гончаров
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: morphism@tpu.ru

**RECURSIVE ESTIMATION OF WELDING CIRCUIT PARAMETERS
USING KALMAN FILTER**

B.I. Pyakillya

Scientific Supervisor: Prof., Dr. V.I. Goncharov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: morphism@tpu.ru

***Abstract.** In this paper we present the results of recursive estimation of welding circuit parameters using Kalman filter in the case of linear dynamical system. These results are used for welding quality estimation problem where we have to obtain information about resistance value in resistance spot welding process. This value is calculated in real-time conditions in recursive way because of voltage control requirements. In addition, value of welding circuit inductance is calculated due to welding process performance checking. The results of recursive estimation with figures are presented in the end of the work.*

В настоящее время существует задача повышения эффективности работы производственных предприятий, связанная с повышением качества выпускаемых продуктов этих предприятий. В автомобильной промышленности эта задача связана с проблемой обеспечения требуемого качества процесса точечной сварки, т.е. прочности сварочного соединения. Важность этой проблемы вызвана тем, что точечная контактная сварка занимает 95% всех сварочных процессов [1, 2], а значит вопросы, связанные с протеканием процесса точечной сварки и получаемых сварных соединений имеют важное практическое значение. Существующая проблема оценивания качества сварных соединений основана на том, что в большинстве случаев невозможно напрямую измерить прочность или определить вид получаемого или полученного сварного соединения. Это может быть связано с изоляцией зоны сварки для борьбы с окислением, дороговизной установки измерительных приборов для каждой сварочной машины или высокая чувствительность к помехам [3].

Решение проблемы оценивания можно найти, используя существующие измерения сварочного тока и сварочного напряжения, полученные в процессе функционирования сварочной машины от ее собственных датчиков – пояс Роговского или шунт переменного/постоянного тока. Эти данные могут быть использованы вместе с существующими алгоритмами оценивания параметров динамической системы, которой является сварочная цепь сварочной машины как носитель информации о качестве

сварного соединения. Кроме того, что алгоритм оценивания должен обеспечивать информацией о качестве сварного соединения в реальном времени по мере протекания процесса, он также должен обладать невысокой вычислительной сложностью, что связано с ограничением на вычислительные возможности встраиваемых систем управления технологическими процессами.

В задаче оценивания сварного соединения, оцениваемой величиной является электрическое сопротивление между контактными электродами – параметр, который характеризует качество сварного соединения и величину напряжения, возникающего между электродами, которую необходимо знать для задачи стабилизации напряжения. Задача оценивания усложняется тем, что электрическое сопротивление имеет переменный характер, вызванный изменением температуры сварного соединения и процессом формирования сварной точки. Таким образом, при задаче оценивания сопротивления в реальном времени, необходимо использовать рекурсивные методы, позволяющие, на каждом этапе (шаге, итерации) получения экспериментальных данных (значений сварочного тока, сварочного напряжения), оценивать величину электрического сопротивления.

Для решения данной задачи был выбран линейный фильтр Калмана, мы представляем систему как систему линейных разностных уравнений первого порядка [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \\ y_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{x}_k – вектор оцениваемых параметров на k -ой итерации, \mathbf{A}_k – матрица системы, связывающая значения вектора оцениваемых параметров на k и $k+1$ шагах, \mathbf{w}_k – вектор, элементами которого являются случайные значения, отражающие случайное изменение оцениваемых параметров, имеющие нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием $N(0, \sigma^2)$. Вектор \mathbf{w}_k описывает собственное случайное поведение системы. \mathbf{H}_k – матрица, описывающая параметры наблюдателя оцениваемых параметров, \mathbf{v}_k – вектор, моделирующий шум наблюдений с датчика (измерений), y_k – вектор наблюдаемых (измеренных) значений напряжения сварочной цепи.

В системе (1) вектор оцениваемых параметров \mathbf{x}_k представляет собой вектор, элементами которого являются параметры сварочного процесса: индуктивность сварочной цепи $L(t)$, электрическое сопротивление между электродами $r_3(t)$. Если необходимость оценивания электрического сопротивления обусловлена требованием оценить качество получаемого сварного соединения, то в случае с индуктивностью, параметр необходим для оценивания качества работы сварной машины – изменение индуктивности может говорить нам об изменении мощности сварочного процесса.

Вид дифференциального уравнения, описывающего сварочную цепь с помощью правил Кирхгофа, имеет вид:

$$U_k(t) = L(t) \frac{dI_{cb}(t)}{dt} + R(t) I_{cb}(t), \quad (2)$$

где $U_k(t)$, $I_{cb}(t)$ – сварочное напряжение на клеммах подключения к сварочной цепи и сварочный ток соответственно, $L(t)$ – переменная индуктивность сварочной цепи, $R(t)$ – общее переменное электрическое, которое имеет вид

$$R(t) = R_{cb} + r_3(t), \quad (3)$$

где R_{cb} – сопротивление сварочной цепи (ее проводящих частей), $r_3(t)$ – сопротивление между контактными электродами. Как видно из (3), $R_{cb} = \text{const}$, а сопротивление между электродами варьируется с течением времени.

Используя за основу описание вида (1), получим

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad y_k = \frac{I_k - I_{k-1}}{T} \quad I_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (4)$$

где T –период дискретизации.

В результате применения фильтра Калмана, мы получаем решение в виде вектора параметров, который минимизирует квадратичную ошибку между экспериментальными данными и моделью. На рисунках 1, 2 представлены результаты оценивания параметров сварочного процесса.

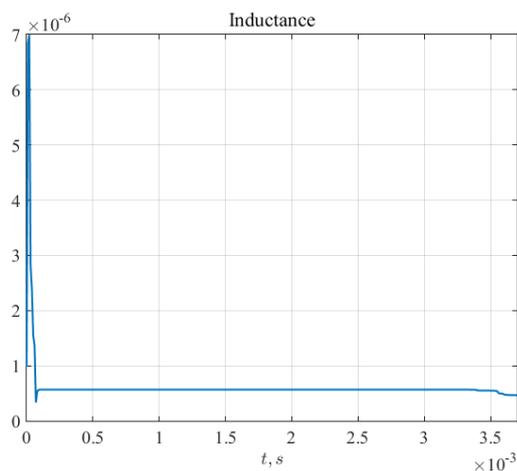


Рис. 1. График оценки индуктивности сварочной машины

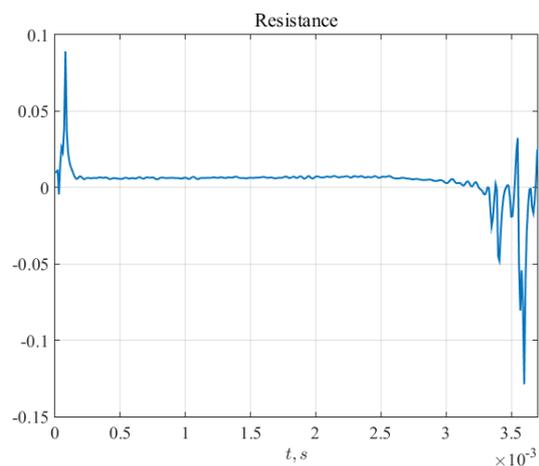


Рис. 2. График оценки общего сопротивления

Как видно из представленных результатов, оцениваемая индуктивность сварочной машины на протяжении всего сварочного процесса остается постоянной кроме начального этапа до 0,1 мс. Начальный этап колебаний оценки вызван неправильным выбором начальных значений при оценивании. График на рис. 2 показывает, что на начальном этапе оценка общего сопротивления имеет колебания, вызванные неправильным выбором начальных значений, далее оценка имеет значение, удовлетворяющее реальному значению общего сопротивления исследуемой сварочной машины. Конечный результат оценивания $R(t)$ после 3 мс. имеет зашумленный вид, что вызвано высоким уровнем помех в источнике тока и низким уровнем полезного сигнала – сварочного тока $I_{св}(t)$. Кроме этого, отрицательные значения оценки общего сопротивления можно объяснить отсутствием ограничений в виде равенств или неравенств на процесс оценивания в структуре фильтра Калмана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen Z., Shi Y., Zha H. Evaluating Technology of Spot Weld Quality for Coated High Strength Steel Sheet Based on Ultrasonic Guide Wave // IEEE Ultrasonics Symposium, 2008.– pp. 406-409.
2. Wen-Ren Y., Chau-Shing W. Current Measurement of Resistance Spot Welding Using DSP // Tamkang Journal of Science and Engineering. – 2011. – № 14. – pp. 33-38.
3. N. Blumentritt, Online control of resistance spot welding by an ultrasonic through transmission technique // Weld. World. – 2002. – № 46. – P. 297–307.
4. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. — М.: Радиотехника, 2003. — 400 с.

**МЕТОДИКА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ БИОКОМПОЗИТА**

Ю.А. Рикун

Научный руководитель: к. ф.-м. н. Ю.Н. Сидоренко

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: yulirik.93@mail.ru

**THE TECHNIQUE OF COMPUTER SIMULATION
PROCESS OF THE FOMATION OF BIOCOSMOSITES**

Yu.A. Rikun

Scientific Supervisor: Associate Professor, Yu. N. Sidorenko

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: yulirik.93@mail.ru

***Abstract.** You can see a computer simulation method that show us the process of bone tissue germination in a porous medium. In the heart of methods is simulation model of the porous medium that allows you to assess it's permeability for the growth of bone tissue taking into account the parameters such as a volumetric proportion elements of the porosity structure and chaotic nature of this structure.*

Современная медицина, в частности травматология и ортопедия, все чаще нуждается в изучении материалов, которые используются в качестве имплантатов, предназначенных для восстановления разрушенной костной ткани. Одним из таких материалов являются пористые материалы. Наличие развитой системы пор и соединяющих их каналов дает возможность живым тканям человека «прорасти» внутрь таких материалов. При этом в порах идет постепенное образование твердых костных тканей. Таким образом, можно говорить об образовании с течением времени специфического материала (биоконпозита), матрицей которого является пористая среда, а наполнителем – биологические ткани живого организма [1-3].

Процесс прорастания костной ткани в пористый материал сложен и многоаспектен. Связано это с множеством факторов, влияющих на функциональные свойства таких материалов. Поэтому изучению проблемы моделирования пористых материалов и процесса прорастания костной ткани в имплантат уделяется особое внимание.

Целью данной работы является разработка методики моделирования процесса прорастания костной ткани в пористой среде.

В рамках данной работы реальный пористый материал был представлен в виде геометрической модели, имитирующей представительный объем пористой среды.

Основными характеристиками представительного объема являются его линейные размеры, типичные размеры пор и каналов, а также объемное содержание элементов пористой структуры. Двумерная геометрическая модель, описывающая такую среду, представляет собой квадратную область, размеры

которой совпадают с размерами представительного объема. Данная область случайным образом заполняется объектами двух типов. Первый тип - крупные круговые включения, представляет собой поры. Второй тип — мелкие включения, имитирующие наличие каналов. Объемное содержание объектов первого и второго типов в модели совпадает с объемным содержанием пор и каналов в реальной среде. Размеры объектов первого типа принимаются равными типичным размерам пор. На рис. 1 представлена модель такого типа.

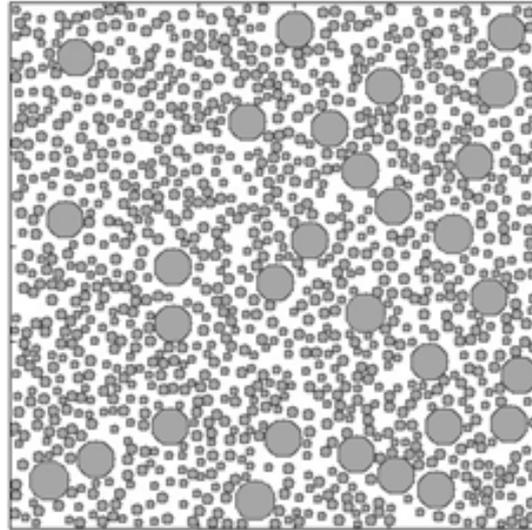


Рис. 1. Модельное представление материала

Для пористых материалов одним из важных свойств является проницаемость, благодаря которому возможно оценить способность имплантата к остеозамещению. Чем выше значение проницаемости, тем велика вероятность «прорастания» кости внутрь пористого материала.

Для описания взаимного расположения объектов, имитирующих поры, используется триангуляционный граф. Каждое ребро графа задает возможное направление переноса костной ткани в процессе прорастания. Область материала в окрестности ребра рассматривается как «коридор», который обеспечивает перенос костной ткани (рис. 2).



Рис. 2. «Межпоровый коридор» переноса костной ткани

Проницаемость «коридора» определяется количеством каналов, принадлежащих «коридору» и вычисляется по формуле:

$$P_{ij} = \left(\frac{N_{ij}}{l_{ij}} \right) * k_l, \quad (1)$$

где N_{ij} , l_{ij} , P_{ij} - общее количество, длина проницаемость «межпоровых коридоров» соответственно, k – коэффициент влияния длины, а i и j – связанные вершины графа, которые описывают взаимное расположение объектов, условно обозначающих поры.

Для моделирования процесса прорастания костной ткани были приняты следующие допущения:

1. Заполнение поры костной тканью возможно в том случае, когда костным материалом полностью заполнена хотя бы одна из соседних пор.

2. Полагается, что поступление костной ткани в пору является дискретным и количество костной ткани, попадающее в единицу времени в каждую пору, определяется проницаемостью каналов, относящихся к данной поре.

Предложенная модель позволяет определить время образования соединительного кластера и время полного заполнения представительного объема пористой среды костным материалом. В рассматриваемой модели пористого материала 40% от общего объема составляют поры и соединяющие их каналы, где 30 % составляют поры, а 70 % - каналы. Данная модель содержит 30 пор и 1120 каналов.

На рис. 3 представлена диаграмма распределения «межпоровых коридоров» по проницаемости. Из диаграммы видно, что большая часть «коридоров» имеет хорошую проницаемость. Наилучшую проницаемость показывает меньшее количество «коридоров». Таким образом, можно сделать вывод о том, что разработанная методика может быть применена к оценки проницаемости пористых материалов.

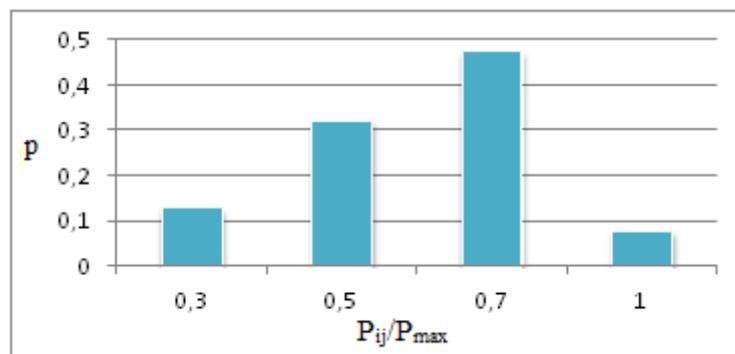


Рис. 3. Распределение «межпоровых коридоров» по проницаемости

Для работы с моделями были написаны прикладные программы, в которых реализованы методики расчета предложенных моделей. В результате, была показана работоспособность разработанных моделей.

Таким образом, предложена методика процесса роста костной ткани, на основе которой сделаны оценки таких параметров проницаемости пористой среды, как общее количество рассмотренных каналов и их проницаемость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Изучение костной ткани и имплантатов с покрытиями из нитридов титана и гафния на остеорегенерацию с использованием рентгенографических исследований // Вестник Казанского технологического университета. – №20. – Том. 15. – 2012. –С. 186-187.
2. СВС синтез пористых материалов для костных имплантатов на основе титана, кобальта и гидроксиапатита кальция // Альманах клинической медицины. – №17-2. – 2008. – С. 68-71.
3. Канюков В. Н. Материалы для современной медицины: Учебное пособие. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 113 с.

**УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРОВАНИЕМ ДИСКРЕТНЫМИ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С
МАРКОВСКИМИ СКАЧКАМИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ**

М.В. Самородова

Научный руководитель: профессор, д.т.н. В.В. Домбровский
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050
E-mail: samorodova21@gmail.com

**MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR JUMP MARKOV DISCRETE LINEAR SYSTEMS
UNDER CONSTRAINTS**

M.V. Samorodova

Scientific Supervisor: Prof., Dr. V.V. Dombrovskii
National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050
E-mail: samorodova21@gmail.com

***Abstract.** In this paper, we consider model predictive control for discrete-time linear systems with system matrices determined by a Markov process. Optimal control strategies that are subject to hard constraints on input manipulated variables are defined. The synthesis algorithm for predictive strategies reduced to a sequence of quadratic programming problems solutions.*

Введение. Моделями с марковскими скачкообразными параметрами описывается широкий класс реальных систем [1]. Эффективным подходом к синтезу систем управления с ограничениями, получившим широкое признание и применение в практике управления сложными технологическими процессами, является метод управления с прогнозирующей моделью [2, 3]. Применению данного метода к управлению дискретными системами с марковскими скачками посвящены работы [4, 5]. В работе [4] рассматривается задача управления по квадратичному критерию дискретными системами при условии, что от состояния марковской цепи зависит только матрица управления системы, при «жестких» ограничениях на управляющие переменные.

В настоящей работе рассматривается более общий случай, когда от состояния цепи зависит не только матрица управления, но и матрица динамики системы. Получены уравнения синтеза оптимальных стратегий управления с учетом «жестких» ограничений на управляющие переменные.

Постановка задачи. Пусть объект управления описывается уравнением:

$$x(k+1) = A[\alpha(k+1), k+1]x(k) + B[\alpha(k+1), k+1]u(k), \quad (1)$$

где $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ – вектор состояния, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ – вектор управления, $\alpha(k)$ ($k=0, 1, 2, \dots, v$) – однородная дискретная марковская цепь с конечным множеством состояний $\{1, 2, \dots, v\}$, известной матрицей

переходных вероятностей $P = [P_{i,j}]$ ($i, j \in \{1, 2, \dots, v\}$), $P_{j,i} = P\{\alpha(k+1)=\alpha_j | \alpha(k)=\alpha_i\}$, $\sum_{j=1}^v P_{j,i} = 1$, и

известным начальным распределением $p_i = P\{\alpha(0)=i\}$ ($i=\overline{1, v}$), $\sum_{i=1}^v p_i = 1$.

Матрицы динамики $A[\alpha(k), k]$ и управления $B[\alpha(k), k]$ выбираются в соответствии с состоянием α_i марковской цепи $\alpha(k)$ из множеств $A(k) = \{A^i(k) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x} : i = \overline{1, v}\}$ и $B(k) = \{B^i(k) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u} : i = \overline{1, v}\}$ соответственно. Предполагается, что состояние марковской цепи в момент времени k доступно наблюдению.

На управляющие воздействия наложены ограничения:

$$u_{\min}(k) \leq S(k)u(k) \leq u_{\max}(k), \quad (2)$$

где $S(k) \in \mathbb{R}^{p \times n_u}$, $u_{\min}(k), u_{\max}(k) \in \mathbb{R}^p$.

На каждом шаге k будем определять закон управления системой (1) при ограничениях (2) из условия минимума критерия со скользящим горизонтом управления:

$$J(k+m/k) = E \left\{ \sum_{i=1}^m x^T(k+i)R_1(k+i)x(k+i) + u^T(k+i-1/k)R(k+i)u(k+i-1/k) / x(k), \alpha(k) = \alpha_j \right\}, \quad (3)$$

где $E\{\dots\}$ – оператор условного математического ожидания; m – горизонт прогноза, $R_1(k+i) \geq 0, R(k+i) > 0$ – весовые матрицы соответствующих размерностей.

Синтез стратегий прогнозирующего управления. Для решения сформулированной задачи используем методологию управления с прогнозирующей моделью.

Дискретная марковская цепь с конечным множеством состояний $\{1, 2, \dots, v\}$ и матрицей переходных вероятностей P допускает следующее представление в пространстве состояний [6]:

$$\theta(k+1) = P\theta(k) + v(k+1), \quad (4)$$

где $\theta(k) = [\delta(\alpha(k), 1), \dots, \delta(\alpha(k), v)]^T$, $\delta(\alpha(k), j)$ – функция Кронекера; $\{v(k)\}$ – последовательность мартингал-разностей с условными моментами:

$$E\{v(k+1)/\theta(k)\} = 0, E\{v(k+1)v^T(k+1)/\theta(k)\} = \text{diag}\{P\theta(k)\} - P \text{diag}\{\theta(k)\} P^T.$$

С учетом (4) систему (1) можно представить в следующем виде:

$$x(k+1) = A[\theta(k+1), k+1]x(k) + B[\theta(k+1), k+1]u(k),$$

Теорема. Вектор прогнозирующих управлений $U(k) = [u^T(k/k), \dots, u^T(k+m-1/k)]^T$, минимизирующий критерий (3) при ограничениях вида (2), на каждом шаге k определяется из решения задачи квадратичного программирования с критерием $Y(k+m/k) = 2x^T(k)G(k)U(k) + U^T(k)H(k)U(k)$, при ограничениях $U_{\min}(k) \leq \bar{S}(k)U(k) \leq U_{\max}(k)$. Оптимальное управление равно

$$u(k) = \begin{bmatrix} I_{n_u} & 0_{n_u} & \dots & 0_{n_u} \end{bmatrix} U(k), \text{ где}$$

$$\bar{S}(k) = \text{diag}(S(k), \dots, S(k+m-1)), U_{\min}(k) = \begin{bmatrix} u_{\min}^T(k), \dots, u_{\min}^T(k+m-1) \end{bmatrix}^T,$$

$$U_{\max}(k) = \begin{bmatrix} u_{\max}^T(k), \dots, u_{\max}^T(k+m-1) \end{bmatrix}^T,$$

I_{n_u} – единичная матрица размерности n_u , 0_{n_u} – квадратная нулевая матрица размерности n_u , $H(k)$ и $G(k)$ – блочные матрицы, блоки которых равны:

$$H_{t,t}(k) = \sum_{i=1}^v \left(B^i(k+t) \right)^T Q^{(i)}(k) B^i(k+t) + R(k+t), t = \overline{1, m},$$

$$H_{t,s}(k) = \sum_{i_s=1}^{\nu} \cdots \sum_{i_{t+1}=1}^{\nu} \sum_{i_t=1}^{\nu} \left(B^{i_t}(k+t) \right)^T \left(A^{i_{t+1}}(k+t+1) \right)^T \cdots \left(A^{i_s}(k+s) \right)^T Q^{(i_t, \dots, i_s)}(k) B^{i_s}(k+s), s > t,$$

$$H_{s,t}(k) = H_{t,s}^T(k), s < t,$$

$$G_t(k) = \sum_{i_t=1}^{\nu} \cdots \sum_{i_1=1}^{\nu} \left(A^{i_1}(k+1) \right)^T \cdots \left(A^{i_t}(k+t) \right)^T Q^{(i_1, \dots, i_t)}(k) B^{i_t}(k+t), t = \overline{1, m}.$$

Последовательность матриц $Q^{(i_t, \dots, i_s)}(k)$ ($s, t = \overline{1, m}$) определяется рекуррентными уравнениями:

$$Q^{(i_t, \dots, i_s)}(k) = \Theta_{i_t, \dots, i_s}(k) R_1(k+s) + \sum_{i_{s+1}=1}^{\nu} \left(A^{i_{s+1}}(k+s+1) \right)^T Q^{(i_t, \dots, i_{s+1})}(k) A^{i_{s+1}}(k+s+1), s = \overline{2, m-1}, t < s,$$

$$Q^{(i_t)}(k) = E_{i_t} P^t \theta(k) R_1(k+t) + \sum_{i_{t+1}=1}^{\nu} \left(A^{i_{t+1}}(k+t+1) \right)^T Q^{(i_t, i_{t+1})}(k) A^{i_{t+1}}(k+t+1), t = \overline{1, m-1},$$

$$Q^{(i_m)}(k) = E_{i_m} P^m \theta(k) R_1(k+m),$$

с граничными условиями $Q^{(i_t, \dots, i_m)}(k) = \Theta_{i_t, \dots, i_m}(k) R_1(k+m), t = \overline{1, m-1}$,

где

$$\Theta_{i_t, \dots, i_s}(k) = E_{i_s} P \text{diag} \left\{ P \text{diag} \left\{ \cdots P \text{diag} \left\{ P \text{diag} \left\{ P^t \theta(k) \right\} E_{i_t}^T \right\} E_{i_{t+1}}^T \right\} E_{i_{t+2}}^T \cdots \right\} E_{i_{s-2}}^T \right\} E_{i_{s-1}}^T,$$

$$E_{i_t} = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]_{1 \times \nu}, i_t = \overline{1, \nu}, t = \overline{1, m}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пакшин П.В. Дискретные системы со случайными параметрами и структурой. – М: Физматлит, 1994. Домбровский В.В., Обьедко Т.Ю. Управление с прогнозированием системами с марковскими скачками при ограничениях и применение к оптимизации инвестиционного портфеля // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 5. – С. 96–112.
2. Rawlings J. Tutorial: Model Predictive Control Technology // Proc. Amer. Control Conf. San Diego. – California, June 1999. – P. 662–676.
3. Dombrovskii, V., Obyedko, T. Model predictive control for constrained systems with serially correlated stochastic parameters and portfolio optimization // Automatica. – 2015. – No. 54. – P. 325–331.
4. Домбровский В.В., Обьедко Т.Ю. Управление с прогнозированием взаимосвязанными гибридными системами с марковскими скачками при ограничениях // Вестник Томского государственного университета: управление, вычислительная техника и информатика. 2012. № 3. С. 5–12.
5. Costa O.L.V., Oliveira A. Optimal mean-variance control for discrete-time linear systems with Markovian jumps and multiplicative noises // Automatica. – 2012. – Vol. 48. – No. 2. – P. 304–315.
6. Elliott R.J., Aggoun L., Moore J.B. Hidden Markov Models: Estimation and Control. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА НИЗОВОГО ПОЖАРА
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВНЕШНИХ УСЛОВИЯХ**

Э.Е. Сопруненко

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. В.А. Перминов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: soprunenko.elina@yandex.ru

**SIMULATION OF THE PROPAGATION OF THE FRONT OF SURFACE FIRES
UNDER DIFFERENT EXTERNAL CONDITIONS**

E.E. Soprunenko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. Sci. (Phys.–Math.). V.A. Perminov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: soprunenko.elina@yandex.ru

***Abstract.** Mathematical model of forest fire was based on an analysis of known experimental data and using concept and methods from reactive media mechanics. The paper suggested in the context of the general mathematical model of forest fires gives a new mathematical setting and method of numerical solution of this problem. It is based on numerical solution of two dimensional Reynolds equations for the description of turbulent flow taking into account for diffusion equations chemical components and equations of energy conservation for gaseous and condensed phases. To obtain discrete analogies a method of finite volume was used. Dependence of the rate of crown forest fire on various characteristics of forest and meteorological conditions is obtained in this paper. Mathematical model and the result of the calculation give an opportunity to consider forest fire spread for different wind velocity, canopy bulk densities and moisture forest fuel. The results obtained by the model are compared to experimental measurements and data of others authors.*

Динамика горимости лесов Сибири за последние 15 лет показывает устойчивую тенденцию роста, как по числу пожаров, так и по их площади [1]. Исходя из вышесказанного, невозможно недооценить существующие проблемы, связанные с ущербом, наносимым природными пожарами. Они оказывают колоссальное влияние на все сферы человеческой жизни и относятся к наиболее опасным чрезвычайным ситуациям.

Цель данной работы: изучение влияния скорости ветра и влагосодержания лесного горючего материала на скорость распространения фронта низового пожара. При осуществлении расчетов в программно-вычислительном комплексе [2] параметры для модели низового пожара и значение параметров внешней среды были взяты из работ Морвана и Мэлла [3, 4], в которых особое место отведено исследованию роли ветра и влагосодержания лесного горючего материала на характер распространения пожара. Морван в своей работе [3] исследует распространение искусственно созданного пожара на экспериментальной установке через слой. Его модель, описывает влияние ветра на поведение пламени и скорость его движения через слой сосновых игл. Мэлл [4] создал численную

модель на основе экспериментальной модели Мендеса-Лопеша и изучал влияние влагосодержания и скорости ветра на изменение скорости распространения пламени при низовом пожаре.

На основе вышеописанных работ [3, 4] для выполнения поставленной цели была создана модель распространения огня через слой хвои при различных внешних условиях. В данной модели горючий материал представляет собой опавшую хвою толщиной 0,05 м на площадке размером $4,2 \times 1 \times 0,9$ м, ориентированной по направлению скорости ветра. Зажигание производилось на расстоянии 1 м от начала площадки в направлении скорости ветра и равномерно по всей ее ширине. После зажигания была образована огненная полоса с высокой интенсивностью и достаточно продолжительным временем горения, что обеспечило гарантированное равномерное формирование фронта горения. Скорость ветра составляла 1–3 м/с, влагосодержание лесного горючего материала 10 и 18%. Данные получены во временном интервале 150 секунд с начала распространения заданного фронта низового пожара. На рисунке 1 показана рассматриваемая модель низового пожара, где ось x_1 совпадает с направлением ветра и задается на левой границе области.

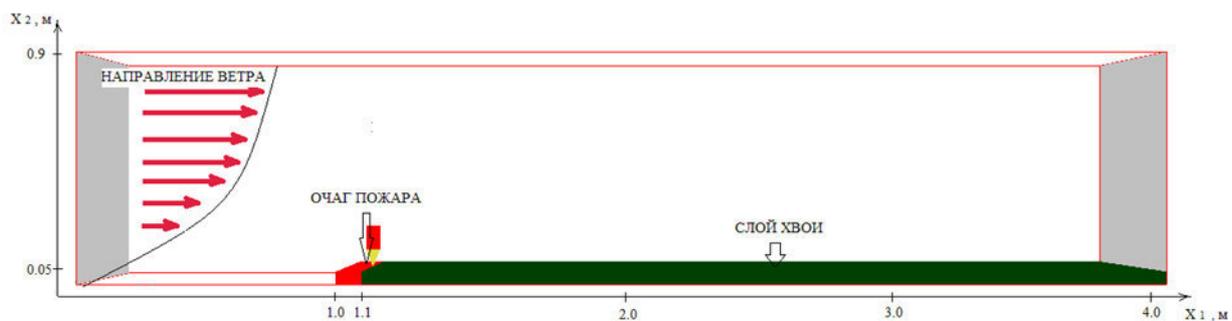


Рис. 1. Рассматриваемая модель низового лесного пожара

Для описания данного процесса переноса используется система дифференциальных уравнений, выражающих законы сохранения массы, импульса и концентрации компонентов в рассматриваемой области. Математически данная задача сводится к решению системы дифференциальных уравнений на основе общей математической модели [5].

В результате решения поставленной задачи была рассчитана скорость распространения фронта низового пожара на интервалах 0,5-2,0 м при различных внешних условиях: скорость ветра 1–3 м/с, влагосодержание лесного горючего материала 10 и 18%. Полученные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Время движения низового пожара на различных интервалах
при различных внешних условиях

| W, 10% | | | W, 18% | | |
|----------------|---|---|----------------|---|---|
| $l, \text{ м}$ | $t, \text{ сек}$ ($v_B = 1 \text{ м/с}$) | $t, \text{ сек}$ ($v_B = 2 \text{ м/с}$) | $l, \text{ м}$ | $t, \text{ сек}$ ($v_B = 1 \text{ м/с}$) | $t, \text{ сек}$ ($v_B = 2 \text{ м/с}$) |
| 0,10 | 11 | 9 | 0,10 | 2 | 2 |
| 0,30 | 22 | 14 | 0,30 | 6 | 4 |
| 0,50 | 32 | 21 | 0,50 | 18 | 6 |
| 0,70 | 46 | 28 | 0,70 | 35 | 14 |
| 1,00 | 67 | 39 | 1,00 | 60 | 22 |
| 1,50 | 102 | 53 | 1,50 | 103 | 46 |
| 2,00 | 141 | 67 | 2,00 | 144 | 70 |

В данной работе, как и в ранее упомянутых [3, 4] был отмечен рост скорости распространения низового пожара с увеличением скорости ветра. Рисунки 2 и 3 показывают предсказанные траектории фронта низового пожара с течением времени для различных значений скоростей ветра и влагосодержании лесного горючего материала.

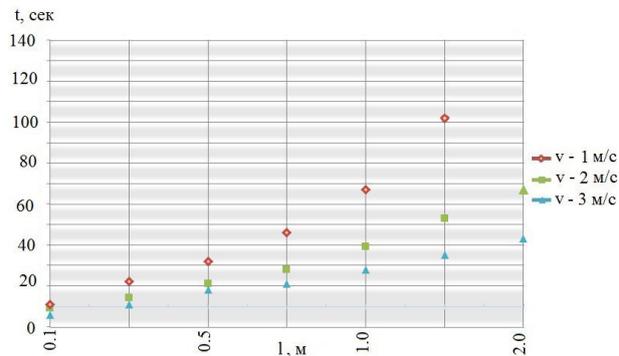


Рис. 2. Траектории фронта низового пожара для трех рассматриваемых скоростей ветра при влагосодержании 10%

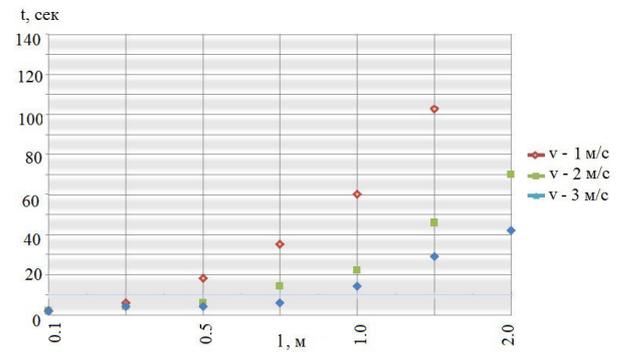


Рис. 3. Траектории фронта низового пожара для трех рассматриваемых скоростей ветра при влагосодержании 18 %

Из полученных данных видно, что после 60–70 секунд движения фронта пламени, горение выходит на устойчивый режим распространения. Морван в своей работе [3] также отмечает, что при достижении 70 секунд, амплитуда неустойчивости пламени уменьшается и достигается его квазиустойчивое поведение. Местоположение фронта пиролиза определялось нами как самое правое положение, где температура твердой фазы достигала 500 К, как и в работе Морвана [3]. Валидация полученной модели низового пожара достигается путем сравнения с работами Морвана и Мэлла [3, 4].

Исследование роли ветра в борьбе с лесными низовыми пожарами необходимо нам для лучшего понимания поведения пожаров, достоверной оценки и составления прогноза их развития. В данной работе важно было приблизиться к пониманию условий, при которых осуществляется начальная стадия распространения низового пожара и выход пламени на устойчивый режим движения. Поставленная задача осуществлялась через исследование изменения скорости распространения пожара в зависимости от внешних условий. На основе таких моделей, возможно, моделировать временное и пространственное развитие пожара, что может быть использовано для профилактики и подготовки противопожарных мероприятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сопруненко Э. Е. Математическое моделирование воздействия верховых лесных пожаров на здания и сооружения [Текст]: дис. ... магистр: 01.02.05: утв. 11.06.15 / Э. Е. Сопруненко. – 2015. – 110 с.
2. CHAM PHOENICS Your Gateway to CFD Success [Электронный ресурс] URL: <http://www.cham.co.uk/>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. англ. Дата обращения: 10.11.2014 г.
3. Porterie B., Morvan D., Loraud, J.C.; Larini, M. Fire spread through fuel beds: Modelling of wind aided fires and induced hydrodynamics // Physics of Fluids. 2000. 12(7). pp. 1762-1872.
4. Menage D, Chetehouna K, Mell W. Numerical simulations of fire spread in a Pinus pinaster needles fuel bed // Journal of Physics: Conference Series. 2012.
5. Гришин А. М. Математические модели лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. – Новосибирск: Наука, 1992. – 408 с.

**ДВУХПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ
СО СЛУЧАЙНЫМ СПРОСОМ С РАВНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТЬЮ ПОСТАВОК**

Л.Г. Ставчук

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.А. Мицель

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: lyusbk93@gmail.com

**TWO-PRODUCT INVENTORY MODEL
WITH RANDOM DEMAND IN CONDITION OF EQUAL SUPPLY'S FREQUENCY**

L.G. Stavchuk

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mitsel

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: lyusbk93@gmail.com

***Abstract.** There is proposed inventory model with random demand, in which the completion of missing resources is done in the amount equal to the deficit of this resource. This model is analytic, that means an exact solution of equation's system is given as formulas for the purchase volume of goods at the beginning of the cycle and at the time of the additional goods purchase during the cycle.*

Главной задачей управления запасами является минимизация издержек, что позволяет вести предприятиям наиболее эффективную и выгодную деятельность. Представленная ниже модель предполагает восполнение необходимого ресурса в объеме, равном дефициту этого ресурса, что позволяет добиться значительной экономии средств.

Описание модели

Предприятие закупает два вида ресурсов. Объем первого ресурса составляет q_1 в натуральных единицах, стоимость единицы ресурса составляет d_1 ден. единиц; объем второго ресурса и цена составляют q_2 и d_2 , соответственно. Периоды поставок каждого вида ресурса (цикл) одинаковы и равны $T_1 = T_2 = T$. Объем средств на покупку ресурсов ограничен величиной $Y_m \leq d_1 q_1 + d_2 q_2$. При этом $d_1 q_1 \geq d_2 q_2$. Предполагается, что ресурс 1 закупается в начале периода полностью, а ресурс 2 – частично в объеме $k_2 q_2$, где $k_2 \leq 1$ – доля второго ресурса. Тогда минимально необходимый запас оборотных средств вычисляется по формуле (1):

$$d_1 q_1 + k_2 d_2 q_2 = Y_m. \quad (1)$$

В отличие от модели [1] будем полагать, что расход ресурсов представляют собой случайные процессы и подчиняются стохастическим уравнениям

$$\begin{aligned} dq_1 &= \mu_1 dt + \sigma_1 dw_1, \\ dq_2 &= \mu_2 dt + \sigma_2 dw_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь μ_1, μ_2 – средние значения в единицу времени случайных величин x_1, x_2 , соответственно (средняя скорость расхода $\mu_1 = q_1/T$; $\mu_2 = q_2/T$); σ_1^2, σ_2^2 – дисперсии в единицу времени случайных величин x_1, x_2 , соответственно (размерность q^2/T); dw_1, dw_2 – стандартные винеровские процессы.

Система уравнений (3) является решением уравнений (2) с учетом того, что ресурсы расходуются одновременно в одинаковой пропорции [2]:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \mu_1 t + \sigma_1 \sqrt{t} \cdot \varepsilon, \\ x_2(t) &= \mu_2 t + \sigma_2 \sqrt{t} \cdot \varepsilon, \end{aligned} \quad (3)$$

где ε – стандартная нормальная случайная величина с параметрами $M(\varepsilon) = 0, M(\varepsilon^2) = 1$.

Момент времени t_2 пополнения второго ресурса до величины $q_2(1 - k_2)$ найдем из условия $d_1 x_1(t_2) + d_2 x_2(t_2) = a_2(1 - k_2)$, где $a_2(1 - k_2)$ – дефицит второго ресурса в стоимостном выражении.

В результате получим следующее уравнение

$$bt_2 + c\varepsilon\sqrt{t_2} = a_2(1 - k_2), \quad (4)$$

где $a_1 = d_1 q_1, a_2 = d_2 q_2, a = a_1 + a_2; b_1 = d_1 \mu_1, b_2 = d_2 \mu_2, b = b_1 + b_2; c_1 = d_1 \sigma_1, c_2 = d_2 \sigma_2, c = c_1 + c_2$.

Условие бездефицитности второго ресурса: $(Y_m - a_1) - d_2 x_2(t_2) = 0$ или $k_2 a_2 = d_2 x_2(t_2)$. Тогда момент докупки второго ресурса будем искать из решения уравнений (5):

$$\begin{aligned} bt_2 + c\varepsilon\sqrt{t_2} &= a_2(1 - k_2), \\ k_2 a_2 &= b_2 t_2 + c_2 \varepsilon \sqrt{t_2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, получим:

$$t_2 = \frac{a_2}{b + b_2} + \frac{(c + c_2)^2 \varepsilon^2}{2(b + b_2)^2} - \frac{(c + c_2)\varepsilon}{2(b + b_2)^2} \sqrt{(c + c_2)^2 \varepsilon^2 + 4a_2(b + b_2)}, \quad (6)$$

$$k_2 = \frac{b_2}{b + b_2} + \frac{(c + c_2)(b_2 c - bc_2)}{2a_2(b + b_2)^2} \varepsilon^2 - \frac{b_2 c - bc_2}{2a_2(b + b_2)^2} \varepsilon \sqrt{(c + c_2)^2 \varepsilon^2 + 4a_2(b + b_2)}. \quad (7)$$

Момент докупки второго ресурса описывается уравнением (6), а доля второго ресурса в начальный момент времени – уравнением (7).

Минимально необходимый запас оборотных средств равен

$$Y_m = a_1 + \frac{a_2 b_2}{b + b_2} + \frac{(c + c_2)(b_2 c - bc_2)}{2(b + b_2)^2} \varepsilon^2 - \frac{b_2 c - bc_2}{2(b + b_2)^2} \varepsilon \sqrt{(c + c_2)^2 \varepsilon^2 + 4a_2(b + b_2)} \quad (8)$$

Вычислим характеристики случайных величин t_2 и Y_m :

$$M(t_2) = \frac{a_2}{(b + b_2)} + \frac{(c + c_2)^2}{2(b + b_2)^2} = \frac{d_2 q_2}{(d_1 \mu_1 + 2d_2 \mu_2)} + \frac{(d_1 \sigma_1 + d_2 \sigma_2)^2}{2(d_1 \mu_1 + 2d_2 \mu_2)^2}, \quad (9)$$

$$M(Y_m) = a_1 + \frac{a_2 b_2}{b + b_2} + \frac{(c + c_2)(b_2 c - bc_2)}{2(b + b_2)^2}, \quad (10)$$

$$D(t_2) = \frac{(c+c_2)^2}{4(b+b_2)^4} (5(c+c_2)^2 + 4a_2(b+b_2)), \quad (11)$$

$$D(Y_m) = \frac{(b_2c - bc_2)^2}{4(b+b_2)^4} (5(c+c_2)^2 + 4a_2(b+b_2)). \quad (12)$$

Формулами (9)-(10) представлены математические ожидания, а формулами (11)-(12) – дисперсии случайных величин t_2 и Y_m , соответственно,

Вычислим момент окончания цикла t_c для случая, когда оба ресурса расходуются одновременно в одинаковой пропорции. Уравнение (4) примет вид: $bt_c + c\varepsilon\sqrt{t_c} = Y_\Sigma$, где $Y_\Sigma = d_1q_1 + d_2q_2$ – суммарный запас обоих ресурсов.

В результате получим время окончания цикла t_c (13) и его характеристики (14)-(15):

$$t_c = \frac{Y_\Sigma}{b} + \frac{c^2\varepsilon^2}{2b^2} - \frac{c\varepsilon}{2b^2} \sqrt{c^2\varepsilon^2 + 4bY_\Sigma} = T + \frac{c^2\varepsilon^2}{2b^2} - \frac{c\varepsilon}{2b^2} \sqrt{c^2\varepsilon^2 + 4bY_\Sigma}, \quad (13)$$

$$M(t_c) = \frac{Y_\Sigma}{b} + \frac{c^2}{2b^2} = T + \frac{(d_1\sigma_1 + d_2\sigma_2)^2}{2(d_1\mu_1 + d_2\mu_2)^2}, \quad (14)$$

$$D(t_c) = \frac{c^2}{4b^4} (5c^5 + 4bY_\Sigma) = \frac{(d_1\sigma_1 + d_2\sigma_2)^2}{4(d_1\mu_1 + d_2\mu_2)^4} (5(d_1\sigma_1 + d_2\sigma_2)^2 + 4(d_1\mu_1 + d_2\mu_2)Y_\Sigma). \quad (15)$$

Таким образом, среднее значение и стандартное отклонение момента пополнения второго ресурса равно $M(t_2) = \frac{a_2}{(b+b_2)} + \frac{(c+c_2)^2}{2(b+b_2)^2}$, $\sqrt{D(t_2)} = \sqrt{\frac{(c+c_2)^2}{4(b+b_2)^4} (5(c+c_2)^2 + 4a_2(b+b_2))}$, а среднее значение и стандартное отклонение момента пополнения запасов обоих ресурсов (момента окончания цикла) равно $M(t_c) = \frac{Y_\Sigma}{b} + \frac{c^2}{2b^2}$, $\sqrt{D(t_c)} = \sqrt{\frac{c^2}{4b^4} (5c^5 + 4bY_\Sigma)}$.

В связи с тем, что объем средств на покупку ресурсов ограничен, определим нормировочный множитель K_m , который вводится в работе [3]. Для среднего значения $K_m = \frac{Y_m}{Y_\Sigma}$ получим выражение:

$$M(K_m) = \frac{M(Y_m)}{Y_\Sigma} = \frac{1}{a} \left(a_1 + \frac{a_2b_2}{b+b_2} + \frac{(c+c_2)(b_2c - bc_2)}{2(b+b_2)^2} \right). \quad (16)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулакова Ю.Н., Кулаков А.Б. Исследование поведения нормировочного множителя в многопродуктовой модели управления запасами при поставке двух видов товаров с кратной периодичностью //Экономический анализ: теория и практика. – 2014, № 10(361). – С.44-54.
2. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. Факты и модели. – М.:ФАЗИС. – 1998. – 512с.
3. Букан Д., Кенигсберг Э. Научное управление запасами: пер. с англ. М.: Наука, 1967. – 423с.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК В ЗАЦЕПЛЕНИИ РЕДУКТОРА
С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБА**

Д.Л. Степанова

Научный руководитель: профессор, д.т.н. П.Я. Крауинш

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: dasami2@mail.ru

**DEFENITION OF GEAR LOADS ENGAGEMENT
WITH A MODIFIED TOOTH PROFILE**

D.L. Stepanova

Scientific Supervisor: Prof., Dr. P.Y. Krauinsh

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: dasami2@mail.ru

Abstract. In the report the distribution of the load reducer teeth in engagement are characterized by high gear ratio, while a small value of size and weight. Due to the profile, the load is distributed to several teeth in engagement.

В данной работе рассматривается тип редуктора: волновой редуктор с модифицированным профилем зуба близким к профилю зуба зацепления Новикова. Данный редуктор характеризуется высоким передаточным числом, обладает высокой нагрузочной способностью [1]. Одновременно вес и габариты редуктора малы. Свойства редуктора обосновываются модифицированным профилем зуба.

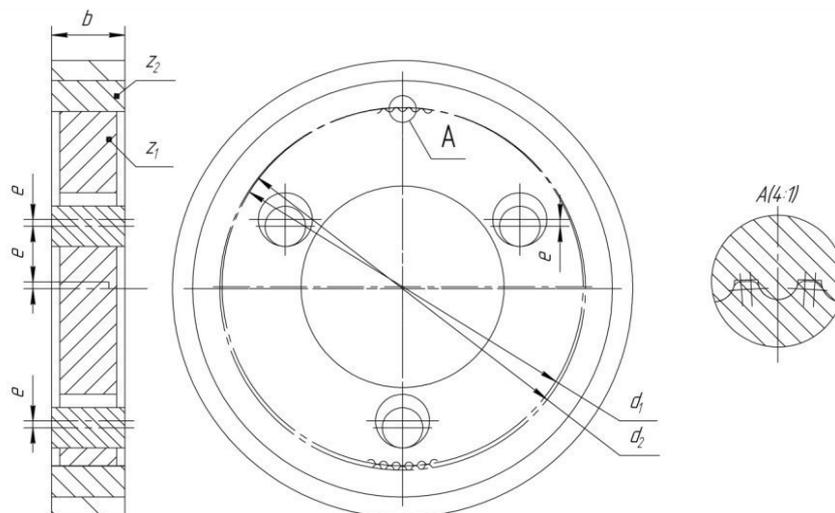


Рис. 1. Кинематика редуктора

На рис.1 представлена кинематика движения редуктора. Шестерня z_1 напрессована на подшипник, а сам подшипник на эксцентриковый вал. Шестерня также установлена на трех неподвижных пальцах с

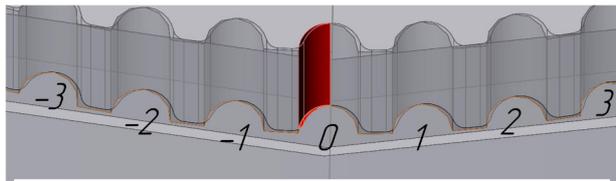


Рис. 2. Номера зубьев

диаметральным зазором, равным $2e$. Число зубьев z_1 шестерни меньше числа зубьев z_2 колеса, происходит редуцирование движения колеса по отношению к входному эксцентриковому валу.

Само колесо центрируется по направляющим. Характерной особенностью волнового редуктора

с модифицированной формой зуба является возможность получения разности между числом зубьев колеса и шестерни в один зуб [2]. Данная разница позволяет получить необходимое распределение нагрузки сразу на несколько зубьев, что позволяет повысить нагрузочную способность редуктора без увеличения габаритов редуктора. Для подтверждения данного утверждения проведем следующее исследование. В среде Solid Works создадим сборку редуктора, как указано на рис. 1. Зафиксируем колесо, при этом шестерню поворачиваем на определенный малый угол. Рассмотрим 7 зубьев в зацеплении (рис. 2). Происходит контакт поверхностей зубьев колеса и шестерни (красная зона на рис. 2). В начальный момент времени, при малых значениях угла поворота, интерференция отсутствует, так как шестерня проходит путь равный значению люфта. Сведем результат измерений в объёмный график зависимости угла поворота колеса от объема интерференции в проекции на каждый задействованный зуб (рис. 3). Значение угла поворота мало, при котором происходит первый контакт, это значит значение люфта мало. Максимальное значение интерференции приходится на зуб №0. Соседние зубья (зуб №1, 2, 3, -1, -2, -3) делят эту нагрузку между собой, при этом нагрузка воспринимается симметрично относительно зуба №0. Сравним процентные показатели при самой малой нагрузке (1696,91 Н) и при максимальной нагрузке (33630,39 Н). Можно сделать вывод, чем больше нагрузка, тем больше делят нагрузку соседние зубья. Чем меньше нагрузка, тем меньше деформация, поэтому чтобы оценить сколько зубьев делят нагрузку и в каком процентном отношении необходимо ориентироваться по максимальной нагрузке.

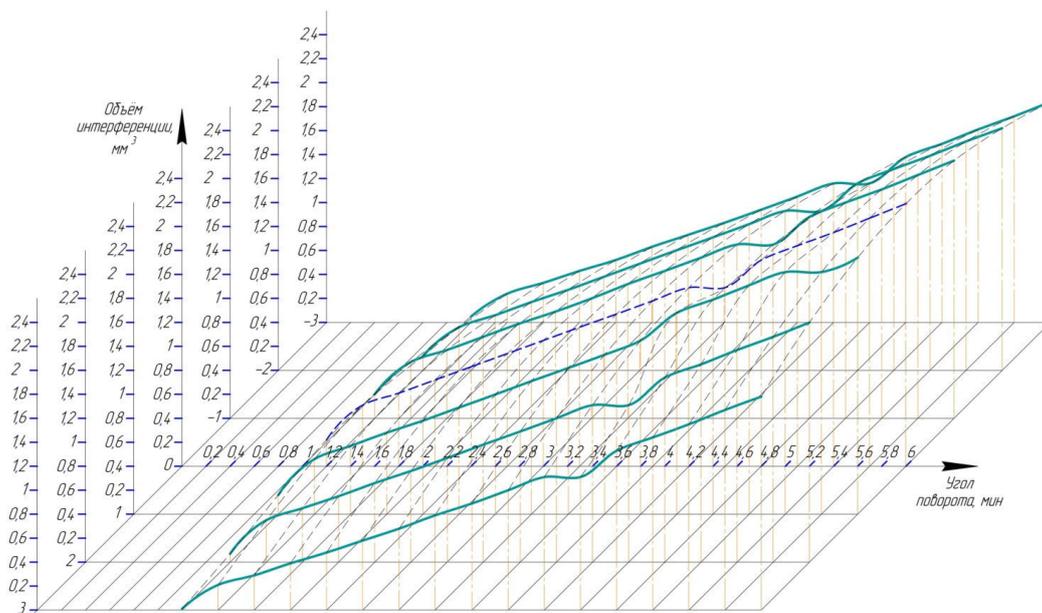


Рис. 3. Зависимость объёма интерференции от угла поворота

С помощью полученной интерференции можно определить величину удельной деформации зуба ϵ . Зная величину удельную деформацию зуба, можно определить усилия, необходимые для этой

деформации. Но при этом необходимо учитывать предел допускаемых напряжений, чтобы предотвратить необратимые деформации (срез, смятие) зуба. Относительная деформация является безразмерной величиной, как отношение двух объемов деформации ΔW и W , и по своему числовому значению равно удельной деформации каждой единицы объема. Объем интерференции прямо пропорционально нагрузке, характерному объему и обратно пропорционально площади поперечного сечения. Таким образом, для вычисления напряжений σ мы имеем два пути: если известны внешние силы P , то σ определяется как отношение силы к площади. Если же внешние силы неизвестны, но известна удельная деформация, то σ определяется формулой: $\sigma = \varepsilon \cdot E$.

Для определения относительной деформации, необходимо вычислить характерный объем. Для этого необходимо провести исследование, суть заключается в следующем: в среде Solid Works создадим колесо с одним зубом. На поверхность зуба симитируем нагрузку (рис. 4), которая действует на зуб при редуцирование движения. Нагрузку будет воспринимать половина зуба, поэтому к ней приложим нагрузку. При этом закрепим колесо, так как это оговорено в конструкции: колеса с двух сторон являются направляющими – крышками (рис. 4)

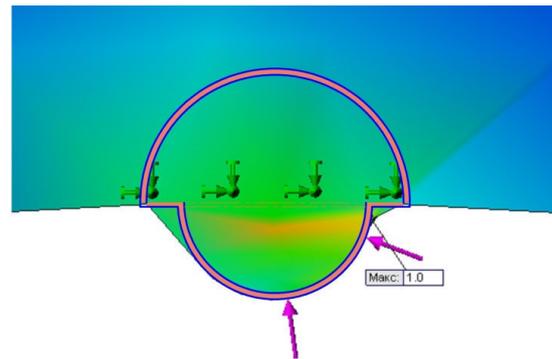


Рис. 4. Вектор нагрузки

На диаграмме эпюр напряжений видно, что приложенную нагрузку воспринимает весь зуб и часть колеса (на рис. 4 светло зеленая зона). При этом в сумме этот объем представляет собой цилиндр. Сравним как выглядит эта ситуация при различных нагрузках. С помощью функции Solid Works зондирование определим границы зоны, воспринимающей нагрузку. Выделим на одной из эпюр напряжения искомую зону (рис. 4). Значения характерного объема (размера) будет получаться из суммы двух площадей: площадь зуба и площадь зон колеса, воспринимающей нагрузку, и умноженного на ширину венца колеса. Учитывая ошибку по значениям напряжений (23%) сведем эти данные в таблицу. Рассчитаем значения напряжений возникающих в зонах деформации. Зная величину длины дуги, на которую происходит поворот колеса, и зная объем интерференции, определим площадь, которая воспринимает нагрузку, вызывающую именно такой объем интерференции. Зная площадь, возможно определить силу, вызывающую деформацию. Проведенное исследование подтверждает утверждение о распределение нагрузки на несколько зубьев. Нагрузка распределяется на ближайшие шесть зубьев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полезная модель 76093 Российская Федерация, МПК7 F 16 Н 1/10. Самотормозящийся волновой редуктор/ Крауиньш П.Я., Крауиньш Д.П., Смайлов С.А. №2008108467/22; заявл. 04.03.2008; опубл. 10.09.2008, Бюл. №4. 3 с.
2. Степанова Д.Л. Кинематический волновой редуктор с модифицированным профилем зуба// СТТ: сборник докладов XX Международной юбилейной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. г. Томск, 14-18 апреля 2014 г. - В 3 т. Т.1 - Томск: изд-во Томского политехнического университета, 2014. – С. 201-202.

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИАГНОСТИКИ УСТОЙЧИВОСТИ БАНКОВ

А.П. Ткаченко

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Лаборатория Data-mining данных для экономико-математических процессов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: asay.stasa93@mail.ru

ECONOMETRICS MODELS FOR DIAGNOSTICS OF BANK STABILITY

A.P. Tkachenko

Scientific Supervisor: PhD, Associate Prof. O.L. Kritski

Data-mining Lab for Processes in Economics and Mathematics

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin Ave., 30, 634050

E-mail: asay.stasa93@mail.ru

***Abstract.** The banking system - is one of the main parts of the market. Development of the commercial banks and the banking system plays a major role in the financial life of the State [1]. We do analysis of the current operational state of the bank on a monthly, quarterly, annual balance sheets. It allows us to allocate risk. Our primary objective is to create automatic procedures for making comprehensive econometric analysis of bank stability. The necessity of solving to this problem lies in the fact that such analysis optimizes bankers' work. That in turn will help to accelerate a putting into operation Basel III new requirements. The econometric model we use can serve us as an alarming system. In this work we focus on developing methods for determining the stability of the banks and constructing econometric model based on public information with multidimensional scaling [2].*

Цель данной работы – разработать эконометрическую модель вероятности дефолта банка, и на основе предложенной модели представить анализ (кластеризацию) банков второго уровня Республики Казахстан на предмет устойчивости к различным финансовым шокам.

Анализ эмпирических данных. Разработанная нами методика анализа устойчивости коммерческих банков второго уровня РК основывается на анализе взаимодополняющих характеристик, которые описывают эффективную деятельность банков. Из доступных данных, публикуемых на сайте Национального банка Казахстана, были отобраны и рассчитаны следующие коэффициенты и параметры: чистая процентная маржа (M), процентный спрэд (S), доля кредитов с просроченным платежом от общего объема кредитов (C), доходность активов (PA), работающие активы в активах всего (WA), рентабельность активов (RA), рентабельность собственного капитала (RC) и пруденциальные коэффициенты k_3, k_3', P_0 [3-5].

Методика диагностики устойчивости банка [6, 7]:

1. По каждому из используемых показателей выбирается оптимальное значение из исследуемых банков. В зависимости от смысла показателей берется или максимальное или минимальное значение.
2. Из найденных оптимальных значений формируют так называемый «идеальный банк», который представляет собой наиболее устойчивый банк.

3. Производится нормировка показателей «идеального банка» и исследуемых показателей банков второго уровня.

4. Рассчитываем меру устойчивости конкретного банка, как расстояние от «идеального банка» до выбранного банка. Расстояние задается евклидовой метрикой.

Первоначальные расчеты данных показателей и коэффициентов предоставлены в виде табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

| № | Наименование банка | M | S | (k3) | (k3') | (Po) | C | PA | WA | RA | RC |
|----|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | АО "КАЗКОММЕРЦ БАНК" | 0,072 | 0,052 | 0,164 | 0,089 | 0,122 | 0,133 | 0,131 | 0,591 | -0,02 | -0,11 |
| 2 | АО "Народный Банк Казахстана" | 0,05 | 0,04 | 0,217 | 0,056 | 0,151 | 0,142 | 0,09 | 0,646 | 0,042 | 0,22 |
| 3 | АО "Цеснабанк" | 0,048 | 0,043 | 0,233 | 0,011 | 0,012 | 0,054 | 0,097 | 0,663 | 0,014 | 0,1 |
| 4 | ДБ АО "Сбербанк" | 0,048 | 0,042 | 0,313 | 0,031 | 0,033 | 0,177 | 0,095 | 0,786 | 0,002 | 0,015 |
| 5 | АО "Банк ЦентрКредит" | 0,043 | 0,033 | 0,138 | 0,038 | 0,046 | 0,248 | 0,095 | 0,705 | 0,001 | 0,007 |
| 6 | АО "KASPI BANK" | 0,06 | 0,049 | 0,095 | 0,007 | 0,007 | 0,214 | 0,133 | 0,741 | 0,012 | 0,065 |
| 7 | АО "АТФБанк" | 0,032 | 0,028 | 0,241 | 0,002 | 0,003 | 0,189 | 0,096 | 0,599 | 0,015 | 0,092 |
| 8 | АО "ForteBank" | 0,038 | 0,035 | 0,241 | 0,018 | 0,027 | 0,15 | 0,114 | 0,641 | 0,017 | 0,064 |
| 9 | АО "Евразийский Банк" | 0,064 | 0,062 | 0,236 | 0,080 | 0,083 | 0,146 | 0,136 | 0,648 | 0,006 | 0,036 |
| 10 | АО "Банк "Bank RBK" | 0,047 | 0,044 | 0,129 | 0,010 | 0,010 | 0,105 | 0,11 | 0,667 | 0,001 | 0,003 |
| 11 | Идеальный банк | 0,072 | 0,062 | 0,095 | 0,002 | 0,003 | 0,054 | 0,136 | 0,786 | 0,042 | 0,22 |

Следующим этапом анализа устойчивости банка идет нормировка полученного десятимерного пространства признаков. Нормировать данное пространство будем относительно «идеального банка».

Найденные нормированные значения представлены в табл. 2.

Таблица 2

Нормированные исходные данные

| № | Наименование банка | M | S | (k3) | (k3') | (Po) | C | PA | WA | RA | RC |
|----|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | АО "КАЗКОММЕРЦ БАНК" | 0,11 | 0,078 | 0,244 | 0,132 | 0,181 | 0,197 | 0,194 | 0,878 | -0,03 | -0,16 |
| 2 | АО "Народный Банк Казахстана" | 0,069 | 0,053 | 0,287 | 0,074 | 0,2 | 0,188 | 0,121 | 0,853 | 0,055 | 0,29 |
| 3 | АО "Цеснабанк" | 0,067 | 0,06 | 0,323 | 0,015 | 0,017 | 0,075 | 0,135 | 0,919 | 0,019 | 0,138 |
| 4 | ДБ АО "Сбербанк" | 0,054 | 0,048 | 0,358 | 0,036 | 0,038 | 0,203 | 0,108 | 0,9 | 0,002 | 0,016 |
| 5 | АО "Банк ЦентрКредит" | 0,056 | 0,043 | 0,179 | 0,049 | 0,06 | 0,322 | 0,123 | 0,915 | 0,001 | 0,009 |
| 6 | АО "KASPI BANK" | 0,075 | 0,061 | 0,119 | 0,009 | 0,009 | 0,27 | 0,167 | 0,932 | 0,015 | 0,082 |
| 7 | АО "АТФБанк" | 0,046 | 0,041 | 0,351 | 0,003 | 0,004 | 0,276 | 0,14 | 0,871 | 0,022 | 0,133 |
| 8 | АО "ForteBank" | 0,054 | 0,049 | 0,337 | 0,025 | 0,038 | 0,209 | 0,159 | 0,896 | 0,023 | 0,089 |
| 9 | АО "Евразийский Банк" | 0,088 | 0,085 | 0,322 | 0,109 | 0,113 | 0,199 | 0,185 | 0,883 | 0,008 | 0,048 |
| 10 | АО "Банк "Bank RBK" | 0,067 | 0,063 | 0,185 | 0,014 | 0,014 | 0,15 | 0,158 | 0,955 | 0,001 | 0,004 |
| 11 | Идеальный банк | 0,086 | 0,074 | 0,113 | 0,002 | 0,004 | 0,064 | 0,161 | 0,935 | 0,05 | 0,261 |

Следуя методике диагностики устойчивости банков, мы выполняем на следующем шаге вычисление эвклидовой метрики относительно «идеального банка». Данные расчетов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения метрики ρ
относительно «идеального банка»

| № | Наименование банка | Метрика ρ |
|----|-------------------------------|----------------|
| 1 | АО "КАЗКОММЕРЦБАНК" | 0,52 |
| 2 | АО "Народный Банк Казахстана" | 0,32 |
| 3 | АО "Цеснабанк" | 0,25 |
| 4 | ДБ АО "Сбербанк" | 0,39 |
| 5 | АО "Банк ЦентрКредит" | 0,38 |
| 6 | АО "KASPI BANK" | 0,22 |
| 7 | АО "АТФБанк" | 0,35 |
| 8 | АО "ForteBank" | 0,33 |
| 9 | АО "Евразийский Банк" | 0,37 |
| 10 | АО "Банк "Bank RBK" | 0,29 |

Таблица 4

Значения метрики ρ относительно «идеального банка», упорядоченные по возрастанию

| № | Наименование банка | Метрика ρ |
|----|-------------------------------|----------------|
| 1 | АО "Цеснабанк" | 0,25 |
| 2 | АО "KASPI BANK" | 0,28 |
| 3 | АО "Банк "Bank RBK" | 0,29 |
| 4 | АО "Народный Банк Казахстана" | 0,32 |
| 5 | АО "ForteBank" | 0,33 |
| 6 | АО "АТФБанк" | 0,35 |
| 7 | АО "Евразийский Банк" | 0,37 |
| 8 | АО "Банк ЦентрКредит" | 0,38 |
| 9 | ДБ АО "Сбербанк" | 0,39 |
| 10 | АО "КАЗКОММЕРЦБАНК" | 0,52 |

Как видно из табл. 3, наименьшая метрика является расстоянием от «идеального банка» до АО «Цеснабанк». В этом случае она равна **0,25**. Расположим банки в табл. 3 по увеличению значения метрики (табл. 4). Это позволит нам произвести группировку банков по значению метрики ρ .

Таким образом, среди банков можно выделить несколько различных групп. Первая группа банков соответствует значению ρ от 0 до 0,3. Вторая группа – значению ρ от 0,31 до 0,4. Третья группа банков находится на расстоянии от 0,41 до 0,9 от идеального банка. И, наконец, для последней группы $\rho > 0,9$.

Дополнительно, в каждой группе можно выделить лидеров с наименьшим наблюдаемым отклонением от идеального состояния, а также упорядочить оставшиеся банки по возрастанию значения ρ .

Заключение. Проблема устойчивости коммерческих банков имеет свои особенности, которые выявляются при распределении финансовых ресурсов, оценке итогов их деятельности, структуре используемых активов. Разработанная методика анализа устойчивости банков на примере Республики Казахстан помогает выявить эффективно работающие финансовые организации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Joel Bessis. Risk Management in Banking. Third Edition. – Wiley, 2011. – 821 p.
2. Пересецкий А.А. Эконометрические методы в дистанционном анализе деятельности российских банков. – М.: Высшая школа экономики, 2012. – 240 С.
3. Постановление Правления Национального Банка Республики Казахстан от 24 августа 2012 г. № 261 «Об утверждении Правил назначения на должность и прекращения трудового договора со служащими Национального Банка Республики Казахстан».
4. Закон РК от 31 августа 1995 г. № 2444 О банках и банковской деятельности в Республике Казахстан.
5. Закон РК от 30 марта 1995 г. № 2155 «О Национальном Банке Республики Казахстан».
6. Токешева К. Н. Методика анализа конкурентоспособности банков Казахстана. – М.: Сборник материалов « XIV международная научно-практическая конференция «Модернизация казахстанской экономики: актуальные проблемы посткризисного развития», 2010. – 100 С.
7. Фетисов Г.Е. Устойчивость коммерческого банка и рейтинговые системы её оценки. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 168 С.

КОНСТРУИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ БИРЖЕВЫХ ОПЦИОНОВ

М.Э. Фатьянова

Научные руководители: д.т.н., профессор А.А. Мицель, к. ф.-м. н., доцент М.Е. Семёнов

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: mefl@tpu.ru

DESIGN OF COMPLEX PORTFOLIOS OF EXCHANGE OPTIONS

M.E. Fatyanova

Scientific Supervisor: Dr., Professor A.A. Mitsel, PhD, Associate Professor M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: margarett13@tpu.ru

Abstract. *In the paper mathematically describes principles of the portfolio formation based on exchange options. The task of linear programming was formulated, and then this task was solved by two methods: simplex-method and Monte-Carlo method. These methods have been realized in MATLAB.*

Интерес к рынку финансовых продуктов неуклонно растет. При этом брокерские компании стремятся учитывать инвестиционные цели клиентов – получить максимальный доход при заранее определенной величине убытков. Наиболее часто брокеры создают финансовые продукты с одиночными опционными контрактами либо стандартными опционными стратегиями. Однако ввиду этого бывает сложно реализовать различные запросы инвестора. В работе описан подход конструирования сложных диверсифицированных портфелей биржевых опционов. Целью данной работы является конструирование и практическая реализация сложных портфелей биржевых опционов. Банк взаимодействует с клиентами (инвесторами), удовлетворяя их пожелания относительно различных финансовых продуктов на российском рынке. Предполагается, что он обеспечивает клиента всеми необходимыми аналитическими материалами с прогнозами интересующих цен активов. При этом инвестор стремится максимизировать будущую прибыль, допуская определенный уровень риска.

Основные определения. *Опционный продукт* (опционный портфель, ОП) – инвестиционная стратегия на основе купли/продажи опционных контрактов, сконструированная индивидуально для клиента исходя из его целей и запросов, включает следующие производные ценные бумаги. *Опцион «call» (колл)* дает право покупателю опциона купить базисный актив у продавца опциона по цене исполнения в установленные сроки или отказаться от этой покупки. Инвестор приобретает опцион «call», если ожидает повышения стоимости базового актива [1,2]. *Опцион «put» (пут)* предоставляет покупателю опциона право продать базисный актив по цене исполнения в установленные сроки продавцу опциона или отказаться от его продажи. Инвестор приобретает опцион «put», если ожидает падения стоимости базового актива. *Фьючерс* – производный финансовый инструмент, стандартный срочный биржевой контракт купли-продажи базового актива, при заключении которого стороны (продавец и покупатель) договариваются только об уровне цены и сроке поставки. *Страйк* – фиксированная в опционном контракте цена (цена исполнения), по которой может быть куплен или

продан базовый актив в случае исполнения опциона. Цена $Ask(Bid)$ цена продажи (покупки) базового актива. При этом *спредом* называется разность цен Ask и Bid [3].

Входные параметры и обозначения. M – рыночная цена базового актива на момент экспирации продукта (цена спот); M_{now} – цена базового актива на момент конструирования продукта; M_E – ожидаемая инвестором цена базового актива; E – количество купленных (проданных) опционов с одним страйком, определяется исходя из ликвидности на рынке, в данном исследовании $E=10$; $X = (X_1, X_2, \dots, X_6)$, причем $|X_i| \leq E$ – вектор количества купленных (проданных) опционов колл на фьючерс; аналогично $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_6)$, причем $|Y_i| \leq E$ – вектор количества купленных (проданных) опционов колл на фьючерс; $S_C = (S_{C1}, S_{C2}, \dots, S_{C6})$, где $S_{C1} < \dots < S_{C6}$ – цена страйк опционов колл на фьючерсный контракт; $S_P = (S_{P1}, S_{P2}, \dots, S_{P6})$, $S_{P1} < \dots < S_{P6}$ – цена страйк опционов пут на фьючерсный контракт; $\max(M - S_{Ck}; 0)$ – выплата по опциону колл в момент экспирации продукта; $\max(S_{Pk} - M; 0)$ – выплата по опциону пут в момент экспирации продукта; $\sum_{k=1..6} (X_k \cdot \max(M - S_{Ck}; 0))$ – суммарная общая колл-выплата в момент экспирации продукта; $\sum_{k=1..6} (Y_k \cdot \max(S_{Pk} - M; 0))$ – суммарная общая пут-выплата в момент экспирации продукта; $P = (P_1, \dots, P_6)$ – средневзвешенные цены опционов колл в соответствии с ценой страйк; $Q = (Q_1, \dots, Q_6)$ – средневзвешенные цены опционов пут в соответствии с ценой страйк; средневзвешенные цены покупки опционов: колл $P_{Bid} = (P_{Bid(1)}, P_{Bid(2)}, \dots, P_{Bid(6)})$, где $P_{Bid(k)} = 0,9 \cdot P_k$ и пут $Q_{Bid} = (Q_{Bid(1)}, Q_{Bid(2)}, \dots, Q_{Bid(6)})$, где $Q_{Bid(k)} = 0,9 \cdot Q_k$; средневзвешенные цены продажи опционов: колл $P_{Ask} = (P_{Ask(1)}, P_{Ask(2)}, \dots, P_{Ask(6)})$, где $P_{Ask(k)} = 1,1 \cdot P_k$ и пут $Q_{Ask} = (Q_{Ask(1)}, Q_{Ask(2)}, \dots, Q_{Ask(6)})$, где $Q_{Ask(k)} = 1,1 \cdot Q_k, k=1, 2, \dots, 6$. Тогда суммарную прибыль, получаемую в момент экспирации продукта, можно представить в следующем виде [4]:

$$F(P, Q, X, Y, M) = \sum_{k=1..n} (X_k \cdot (-P_{Bid(k)} \vee P_{Ask(k)}) + \max(M - S_{Ck}; 0)) + \sum_{k=1..n} (Y_k \cdot (-Q_{Bid(k)} \vee Q_{Ask(k)}) + \max(S_{Pk} - M; 0)). \quad (1)$$

Принципы формирования портфеля

1. Величина выплат портфеля на промежутке $[0; \min(S_{C1}; S_{P1})]$ должна быть ограничена, а также должно выполняться условие горизонтальности графика:

$$F(P, Q, X, Y, M) = \min(S_{C1}; S_{P1}) = -L \text{ и } \sum_{k=1..n} Y_k = 0. \quad (2)$$

2. Для обеспечения горизонтальности выплат на промежутке цены $[\max(S_{Cn}; S_{Pn}); +\infty]$, должно выполняться условие: $\sum_{k=1..n} X_k = 0$. (3)

3. Растущий тренд графика функции на промежутке между двумя любыми соседними страйками

создается из условия [4,5]: $D_q = \sum_{S_{C_i} \leq S_q} X_i - \sum_{S_{P_j} \geq S_{q+1}} Y_j \geq 0$, (4)

$$(S_q; S_{q+1}) \in [\min(S_{C1}; S_{P1}); \max(S_{Cn}; S_{Pn})], \text{ где } q=1, 2, \dots, 7.$$

4. Отрицательная стоимость продукта, выражается следующим ограничением-равенством:

$$\text{Mon} = \sum_{k=1..n} [X_k \cdot (-P_{Bid(k)} \vee P_{Ask(k)}) + Y_k \cdot (-Q_{Bid(k)} \vee Q_{Ask(k)})] = \text{const} < 0. \quad (5)$$

Постановка задачи и реализация. Пусть инвестор 22.02.16 выдвигает прогноз движения цен акций ПАО «Газпром» (GAZP) от текущего значения $M_{now}=138,8$ руб. до ожидаемого значения на 15.06.16 $M_E=155$ руб., в котором он желает получить максимальный доход. При этом инвестор хочет получить 1000 руб. наличными в момент приобретения продукта и ограничить максимальный убыток величиной $L=10\,000$ руб.

Для удовлетворения предпочтений инвестора следует сформировать портфель из 6 опционов «call» (колл) на фьючерсный контракт на обыкновенные акции ПАО «Газпром» и 6 опционов «put» (пут) с одним сроком исполнения 17.06.16 и различными страйками. Введем вектор страйков опционов колл и

пут: $S_C = (13500, 14000, 14500, 15000, 15500, 16000)$ и $S_P = (12000, 12500, 13000, 13500, 14000, 14500)$, $P=(1187,894,647,448,295,184)$, $Q=(186, 276,399, 562, 769, 1022)$.

Процесс формирования портфеля сводится к нахождению оптимального числа опционных контрактов колл и пут (X_{opt}, Y_{opt}) , путем решения задачи линейной оптимизации (линейного программирования, ЗЛП), состоящей из 12 переменных (по 6 опционов колл и пут с различными страйками) при заданном ряде ограничений в виде неравенств и равенств. В результате решения задачи находится вектор оптимальных долей опционов колл и пут: $(X_{opt}, Y_{opt})=(X_{opt(1)}, \dots, X_{opt(n)}, Y_{opt(1)}, \dots, Y_{opt(n)})$.

Таким образом, полученное оптимальное количество опционов (X_{opt}, Y_{opt}) необходимо купить (продать) при формировании продукта для достижения максимального значения функции прибыли $F_{opt}(P, Q, X_{opt}, Y_{opt}, M)$ в момент экспирации.

В данном исследовании ЗЛП была решена симплекс-методом и методом Монте-Карло. Идея симплекс-метода состоит в монотонном изменении величины целевой функции при переходе к следующему плану. Функция $F(P, Q, X, Y, M)$ содержит 6 значений X_i и Y_i , т.е. всего 12 значений, ввиду того, что у нас имеется вариация bid или ask, в общем комплексе получается 4096 комбинаций. Таким образом, путем создания цикла из 4096 итераций и использования формул (1-5) были получены результаты: оптимальное значение целевой функции: $\max F(P, Q, X_{opt}, Y_{opt}, M_{E=15500})=8795,2$ руб.; оптимальный план: $X_{opt}=(-0,67; -1,2; 10; 1,87; -10; 0)$ и $Y_{opt}=(0; 0,67; 10; -10; 9,33; -10)$.

Основной недостаток симплекс-метод – оптимальный план является нецелочисленным и приходится прибегать к округлению. Для устранения указанного недостатка использован метод – Монте-Карло, который позволяет получить целочисленный оптимальный план. Основная идея решения ЗЛП методом Монте-Карло состоит генерации случайных чисел $(X, Y) \sim U(0, 1)$, которые каждый раз необходимо проверять на выполнение всех ограничений ЗЛП, а также рассчитывать максимум целевой функции. Точность решения зависит напрямую от количества сгенерированных значений (X, Y) .

В исследовании было проведено 409 600 000 итераций, т.е. в каждой из 4096 комбинаций было проведено 10^5 генераций значений (X, Y) . В результате были получены:

оптимальное значение целевой функции: $\max F(P, Q, X_{opt}, Y_{opt}, M_{E=15500})=14346$ руб. и

оптимальный план: $X_{opt}=(0,8,-3,7,-8,-4)$ и $Y_{opt}=(0,9,-7,1,6,-9)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайн С. Опционы: Полный курс. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2008. – 466 с.
2. Буренин А.Н. Фьючерсные, Форвардные и Опционные рынки: Учебное пособие 2-е издание - М.: Научно-техническое общество имени академика С.И. Вавилова, 2002.
3. Фельдман А.Б. Производные финансовые и товарные инструменты: Учебник. – Финансы и статистика, 2005. – 304 с.
4. Курочкин С.В, Пичугин И.С. Структурированный коллар: построение сложных опционных продуктов // Рынок Ценных Бумаг. 2005. № 14 (293). С. 64-68.
5. Курочкин С.В. Функции выплат, реализуемые с помощью опционных стратегий // Экономика и математические методы. 2005. – Т. 41. – № 3.

Научное издание

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
XIII Международной конференции студентов, аспирантов
и молодых ученых

Издано в авторской редакции

Компьютерная верстка С.А. Поробова
Редактор Г.А. Воронова, И.А. Курзина

Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский
Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического
университета сертифицирована в соответствии с
требованиями ISO 9001:2008
. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru

